

3. 開水路における不等流の計算方法

本章においては、開水路における不等流の計算法について述べる。

3-1 開水路における不等流

不等流の流れをエネルギー保存の法則に基づいて考える。ある物理運動に関して位置エネルギー (mgH) と運動エネルギー ($\frac{1}{2}mv^2$) の和は、常に一定な総エネルギー (E') となる

$$E' = mgH + \frac{1}{2}mv^2 \dots\dots\dots (3-1)$$

ここで、 E' ：総エネルギー、 m ：質量、 g ：重力加速度、 H ：高さ、 v ：速度、である。

この式 (3-1) を水理学的エネルギーとして水頭に換算するために、式の両辺を mg で割る。

$$\frac{E'}{mg} = H + \frac{V^2}{2g} \dots\dots\dots (3-2)$$

位置水頭 (H) と速度水頭 ($\frac{V^2}{2g}$) の和といった形になる。この関係を図で表すと図 3-1 のようになる。

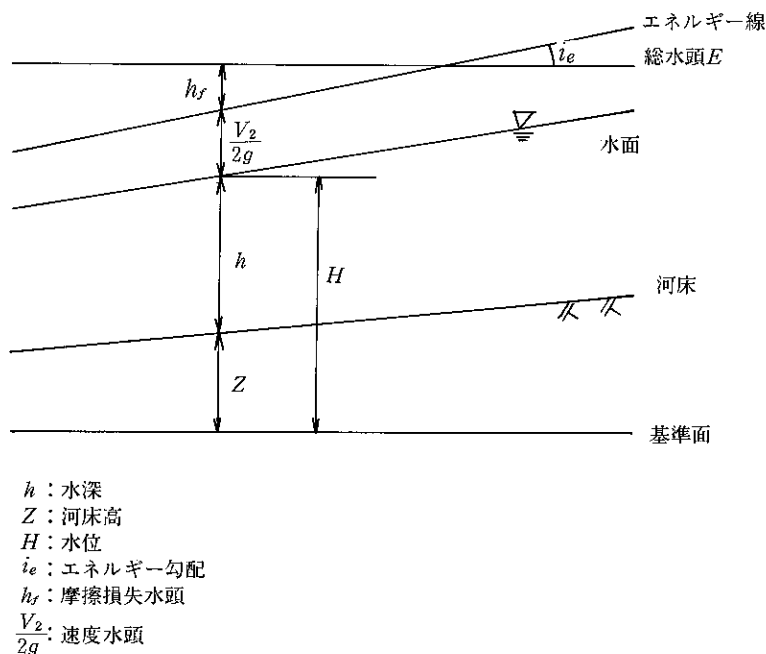


図 3-1 開水路内の流れ

ところが図 3-1 を見ると総水頭 (E) にたっしない部分 h_f が存在する。

この量 h_f は水が流れる際に流水と河床とがこすれ合うことにより生ずる摩擦によるもので摩擦損失水頭 (h_f) という。

この摩擦損失水頭 (h_f) を式 (3-2) へ加えることにより、総水頭 (E) は一定となる。

$$E = H + \frac{V^2}{2g} + h_f \dots\dots\dots (3-3)$$

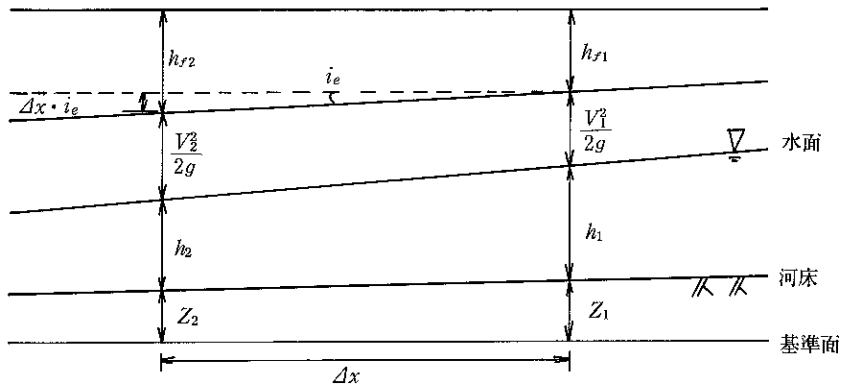
なお不等流においては、その流れの場所ごとに水深や流速が異なるため、河床勾配と水面勾配は異なることになる。

3-1-1 広矩形断面における不等流

一般河川の大部分では、水深に比べて河幅が広いという広矩形な断面と考えることができる。そこで、ここでは不等流を一般河川に適用するための基礎計算として、広矩形単断面における不等流計算を考える。

まず不等流の流れの様子を把握するために、任意の2つの断面間での流れの状態を示したものが図3-1-1である。

想定した2つの断面を、各々断面1、断面2とし各断面の諸量には断面番号の下付き数字を付けることとする。



V : 流速
 h : 水深
 Z : 河床高
 i_e : エネルギー勾配
 h_f : 摩擦損失水頭
 Δx : 断面間距離

図 3-1-1 不等流の表示

総水頭は一定であることより、任意の2つの断面間では次式が成り立つ。

$$Z_2 + h_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_{f2} = Z_1 + h_1 + \frac{V_1^2}{2g} + h_{f1} \dots\dots\dots (3-1-1)$$

ここで、 Z : 河床高 (m), h : 水深 (m), V : 流速 (m/s), h_f : 摩擦損失水頭 (m), g : 重力加速度 (m/s²), である。

上式において左辺から右辺を引く,

$$Z_2 - Z_1 + h_2 - h_1 + \frac{1}{2g}(V_2^2 - V_1^2) + h_{f2} - h_{f1} = 0 \dots\dots\dots (3-1-2)$$

両辺の各項を断面間距離 Δx で割ると、

$$\frac{Z_2-Z_1}{\Delta x} + \frac{h_2-h_1}{\Delta x} + \frac{1}{2g} \frac{V_2^2-V_1^2}{\Delta x} + \frac{h_{f2}-h_{f1}}{\Delta x} = 0 \quad \cdots (3-1-3)$$

ここで第4項目の摩擦損失水頭について考える。

図3-1-1において h_{f2} と h_{f1} との差は2断面間の距離 Δx とエネルギー勾配 i_e との積をもって表すことができる。

すなわち $\Delta x \cdot i_e = h_{f2} - h_{f1}$ となる。

ここで、エネルギー勾配に着目すると

$$i_e = (h_{f2} - h_{f1}) / \Delta x$$

と表すことが出来る。よって、

$$\frac{Z_2-Z_1}{\Delta x} + \frac{h_2-h_1}{\Delta x} + \frac{1}{2g} \frac{V_2^2-V_1^2}{\Delta x} + i_e = 0 \quad \cdots (3-1-4)$$

上式について Δx を微少で限りなく0に近い長さとして dx を用いて表し、

$$\frac{dZ}{dx} + \frac{dh}{dx} + \frac{1}{2g} \frac{d}{dx} (V^2) + i_e = 0 \quad \cdots (3-1-5)$$

また河床高 (Z) と水深 (h) との和は、水位 (H) であることより、

$$\frac{dH}{dx} + \frac{1}{2g} \frac{d}{dx} (V^2) + i_e = 0 \quad \cdots (3-1-6)$$

ここで第3項目のエネルギー勾配の項について考える。広矩形断面における不等流の平均流速式 (マンニング型) は次の式を用いる。

$$V = \frac{1}{n} \cdot h^{2/3} \cdot i_e^{1/2} \quad \cdots (3-1-7)$$

ここで、 V : 平均流速、 n : 粗度係数、 h : 水深、 i_e : エネルギー勾配である。

この平均流速の式 (3-1-7) においてエネルギー勾配 i_e に着目すると、

$$i_e = V^2 n^2 / h^{4/3}$$

と表すことができる。よって、

$$\frac{dH}{dx} + \frac{1}{2g} \frac{1}{dx} (V^2) + \frac{V^2 n^2}{h^{4/3}} = 0 \quad \cdots (3-1-8)$$

この様に表すことができた式 (3-1-8) 中の平均流速 V を考える。河幅 B 、流速 Q として連続の式 $Q = BhV$ より、

$$V = \frac{Q}{Bh} \quad \cdots (3-1-9)$$

と表すことが出来る。したがって、

$$\frac{dH}{dx} + \frac{1}{2g} \frac{d}{dx} \left(\frac{Q}{Bh} \right)^2 + \frac{Q^2 n^2}{B^2 h^{10/3}} = 0 \dots\dots\dots (3-1-10)$$

この式 (3-1-10) は広矩形断面の不等流を表す基礎式である。

3-1-2 例 題

<例題 1>

粗度係数 $n=0.02$, 河床勾配 $i_b=1/1000$, 河幅 $B=10$ (m) の広矩形単断面に, 流量 $Q=20$ (m^3/s) が常流で流下するときの水面形を求めよ。

ただし下流端の水深を 0.9 (m), 河床高を 0 (m) とし, $\Delta x=50$ (m) の間隔で上流 2.5 (km) 地点まで計算する。なお, 流れの状態を図 3-1-2 に示す。

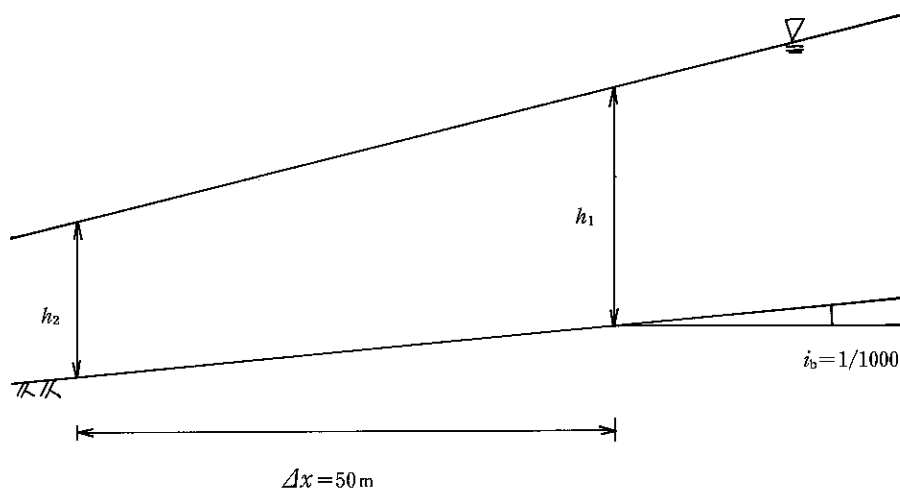


図 3-1-2 例題 1 における流れ

<例題 1 の解答>

考え方

上流側断面を 1 とし、下流側断面を 2 として式をたてる。

$$\frac{H_2 - H_1}{\Delta x} + \frac{1}{2g} \frac{1}{\Delta x} \left\{ \left(\frac{Q}{B_2 h_2} \right)^2 - \left(\frac{Q}{B_1 h_1} \right)^2 \right\} + \frac{1}{2} (i_{e1} + i_{e2}) = 0 \dots\dots\dots (3-1-11)$$

なお流量は一定とし、第 3 項目のエネルギー勾配については、上流側断面と下流側断面での値の平均とする。

$$\frac{Z_2 - Z_1}{\Delta x} + \frac{h_2 - h_1}{\Delta x} + \frac{1}{2g} \frac{1}{\Delta x} \left\{ \left(\frac{Q}{B_2 h_2} \right)^2 - \left(\frac{Q}{B_1 h_1} \right)^2 \right\} + \frac{1}{2} (i_{e1} + i_{e2}) = 0 \dots\dots\dots (3-1-12)$$

両辺に Δx をかける。

$$Z_2 - Z_1 + h_2 - h_1 + \frac{1}{2g} \left\{ \left(\frac{Q}{B_2 h_2} \right)^2 - \left(\frac{Q}{B_1 h_1} \right)^2 \right\} + \frac{\Delta x}{2} (i_{e1} + i_{e2}) = 0 \dots\dots\dots (3-1-13)$$

左辺に下流側、右辺に上流側の諸量を示す項を移項し、差分表示すると、

$$\left[Z_2 + h_2 + \frac{Q^2}{2gB_2^2 h_2^2} + \frac{n^2 Q^2 \Delta x}{2B_2^2 h_2^{10/3}} \right] = \left[Z_1 + h_1 + \frac{Q^2}{2gB_1^2 h_1^2} - \frac{n^2 Q^2 \Delta x}{2B_1^2 h_1^{10/3}} \right] \dots\dots\dots (3-1-14)$$

ここで例題 1 において式 (3-1-14) の中でなにか既知なのかを確認する。まず流量 Q 、河床高 Z 、断面間の距離 Δx は与えられている。また一定河幅なので、河幅 B_1 と河幅 B_2 は等しい。

粗度係数 n と重力加速度 g も定数として与えられている。水深については、下流端 h_2 は既知であるが上流側 h_1 は未知量である。

また、流れは常流であるから流れの影響は下流から上流に及ぶ。

つまり下流側的水深が既知であるから、上流側的水深を求めていけば良いこととなる。

以上を基に実際に計算機を用いて計算しやすくするために式 (3-1-14) を参考にまとめる。

式 (3-1-14) において下流側を示す左辺を α 、上流側を示す右辺を β とおくと、

$f(h_1) = \beta - \alpha$ と表現することができる。よって、

$$f(h_1) = Z_1 - Z_2 + h_1 - h_2 + \frac{Q^2}{2gB_1^2 h_1^2} - \frac{Q^2}{2gB_2^2 h_2^2} - \frac{n^2 Q^2 \Delta x}{2B_1^2 h_1^{10/3}} + \frac{n^2 Q^2 \Delta x}{2B_2^2 h_2^{10/3}} \dots\dots\dots (3-1-15)$$

式 (3-1-15) を次の式として定義する。

$$f(h_1) = h_1 + \frac{AA}{h_1^2} + \frac{BB}{h_1^{10/3}} + CC \dots\dots\dots (3-1-16)$$

ここで AA 、 BB 、 CC について説明する。なお河幅は一定であるから河幅は $B_1 = B_2$ である

ことより河幅を B とおく。

AA は式(3-1-15)において $1/h_1^2$ のついた項をまとめたものであり、

$$AA = \frac{Q^2}{2gB^2}$$

BB は式(3-1-15)において $\frac{1}{h_1^{10/3}}$ のついた項をまとめたものであり

$$BB = -\frac{n^2 Q^2 \Delta x}{2B^2}$$

CC は式(3-1-15)において h_1 のつかない項をまとめたものであり、

$$CC = Z_1 - \left[Z_2 + h_2 + \frac{Q}{2gB^2 h_2^2} + \frac{n^2 Q^2 \Delta x}{2B^2 h_2^{10/3}} \right]$$

さらにこの式(3-1-16)は $f(h_1) = 0$ を満たす際に式(3-1-14)と同一になる。

すなわち式(3-1-16)は $f(h) = 0$ となる水深 h を求めることとなる。

例題 1 では下流端の水深が既知であるから、まずこの水深 $h = 0.9$ (m) を用いて50 (m) 上流の断面における水深を求める。

以下、算出された水深を更新させながら上流2.5 (km) まで計算する。

なお例題 1 におけるプログラムのフローチャートを図3-1-3に表示した。また、表3-1-1及び3-1-2にプログラムの解説、プログラムを表示した。

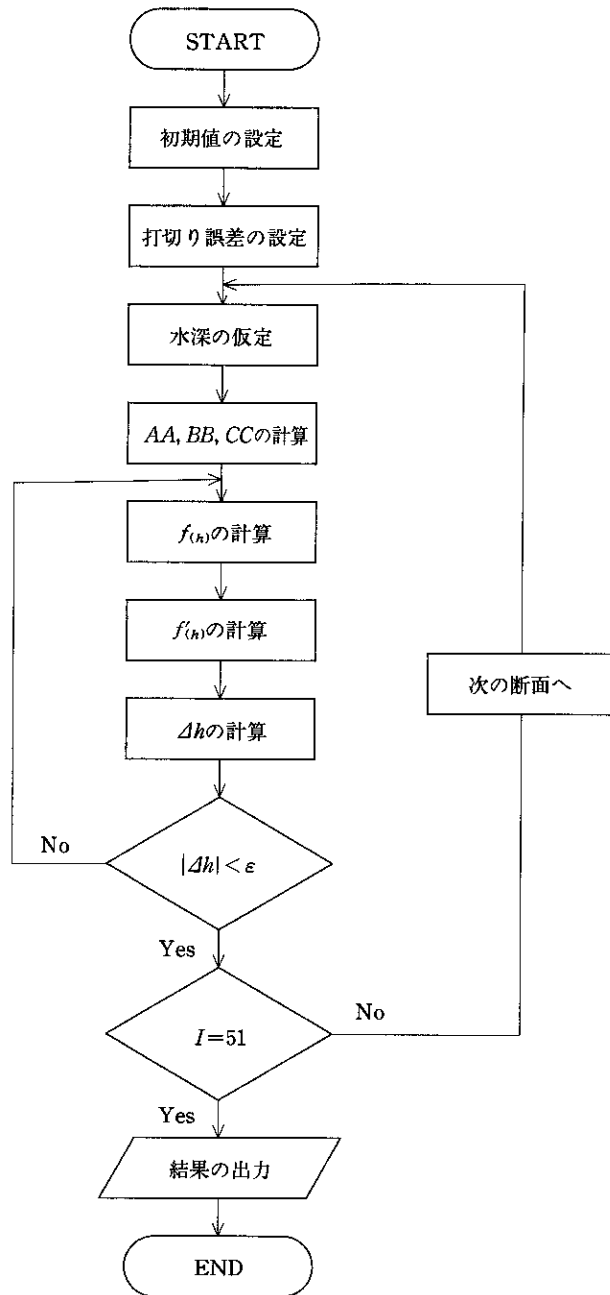


図 3-1-3 例題 1 におけるプログラムのフローチャート

表 3-1-1 例題 1 におけるプログラムの解説

文 番 号	解 説
100~110	初期値の設定 DX : 断面間距離 (m), BO : 河幅 (m) NO : 粗度係数 ($m^{-1/3}S$), IZ : 河床勾配 Q : 流量 (m^3/s), G : 重力加速度 (m/s^2) $H(1)$: 水深 (m)
120~150	下流端断面から各断面までの距離を与える。
160~190	各断面の河床勾配, 河幅, 粗度係数を与える。
200	打切り誤差の設定。
220	算出された水深のおき換え
230	AA の計算
240	BB の計算
250	CC の計算
260	$f(h)$ の計算
270	$f'(h)$ の計算
280	Δh の計算
290	収束の判定 $ \Delta h < ESP$ の場合 → 収束したので文番号320へ (次の断面へ) $ \Delta h > ESP$ の場合 → 収束していないので次の文番号へ
300	h の更新
330~350	各断面までの距離と水深を出力

表 3 - 1 - 2 例題 1 のプログラム及び出力結果

```

10 'SAVE "C:\FUTOU.BAS",A
20 ' FUTOURTH KEISAN -RCUKUYEIDANMEN-
30 ' *** NEWTON-RHO ***
100 N1=51 :DIM X(N1), B(N1), Z(N1), H(N1), H(N1)
110 DX=50:BO=10:HO=.02:IZ=.001:Q=20:G=9.8:H(1)=.9
115 '
120 X(1)=0
130 FOR I=2 TO N1
140 X(I)=X(I-1)+DX
150 NEXT I
155 '
160 FOR I=1 TO N1
170 Z(I)=X(I)+IZ
180 B(I)=BO : H(I)=HO
190 NEXT I
195 '
200 ESP=.000001
205 '
210 FOR I=2 TO N1
220 H(I)=B(I-1)
230 AA=1/(2*Q)*Q^2/B(I)^2
240 BB=DX/2*H(I)^2*Q^2/B(I)^2
250 CC=Z(I-1)+Z(I)-H(I-1)-1/(2*G)*Q^2/B(I-1)^2/H(I-1)^2-DX*H(I)^2*Q^2/(2*B(I-1)^2*H(I-1)^2*(10/3))
260 FH=H(I)+AA/H(I)^2+BB/H(I)^2*(10/3)+CC
270 FHH=1-2*AA*H(I)^(-3)-10/3*BB*H(I)^(-10/3)
280 DH=-FH/FHH
290 IF ABS(DH)<ESP GOTO 320
300 H(I)=H(I)+DH
310 GOTO 260
320 NEXT I
325 '
330 FOR I=1 TO N1
340 PRINT USING "####.## ####.###";X(I),H(I)
350 NEXT I
355 '
360 END

```

X(I)	H(I)
0.00	0.900
50.00	0.993
100.00	1.038
150.00	1.064
200.00	1.084
250.00	1.098
300.00	1.109
350.00	1.117
400.00	1.124
450.00	1.129
500.00	1.134
550.00	1.137
600.00	1.140
650.00	1.142
700.00	1.144
750.00	1.145
800.00	1.145
850.00	1.147
900.00	1.148
950.00	1.149
1000.00	1.149
1050.00	1.150
1100.00	1.150
1150.00	1.150
1200.00	1.150
1250.00	1.151
1300.00	1.151
1350.00	1.151
1400.00	1.151
1450.00	1.151
1500.00	1.151
1550.00	1.151
1600.00	1.151
1650.00	1.151
1700.00	1.151
1750.00	1.151
1800.00	1.151
1850.00	1.151
1900.00	1.151
1950.00	1.151
2000.00	1.151
2050.00	1.151
2100.00	1.151
2150.00	1.151
2200.00	1.151
2250.00	1.151
2300.00	1.151
2350.00	1.151
2400.00	1.151
2450.00	1.151
2500.00	1.151

〈例題 2〉

粗度係数 $n = 0.02$ ，河床勾配 $i_b = 1/1000$ ，流量 $Q = 20 \text{ (m}^3\text{/s)}$ が常流で流下するときの水面形を求めよ。ただし河幅は図 3-1-4 に表示したように変化する。なお下流端の水深を 0.9 (m) ，河床高を 0 (m) として $\Delta x = 50 \text{ (m)}$ の間隔で上流 2 (km) 地点まで計算する。

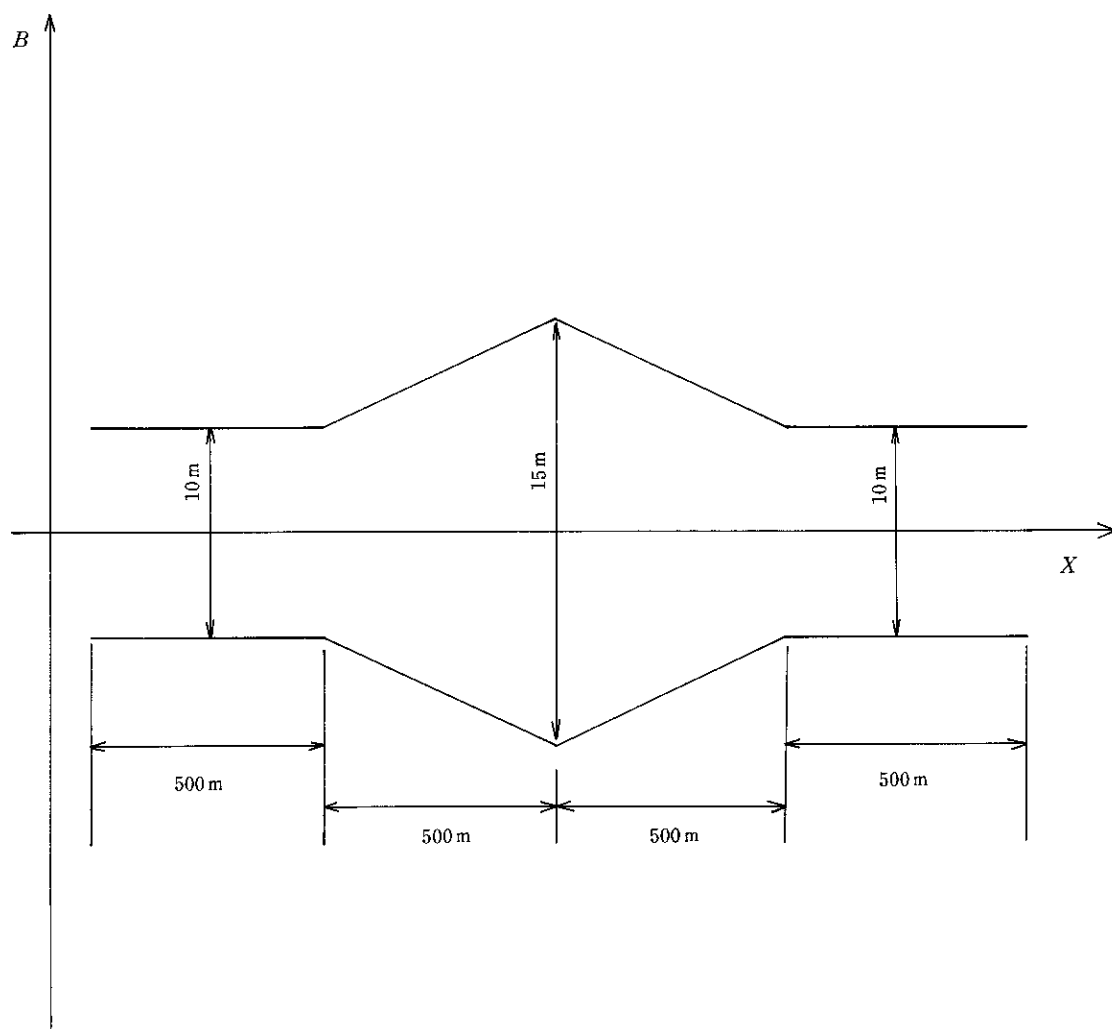


図 3-1-4 例題 2 の河幅変化

〈例題 2 の解答〉

(考え方)

この例題 2 において、河幅が変化すること以外は例題 1 と同様である。すなわち例題 1 と同様な考え方で解答を導くことができる。よってここでは実際に計算機を用いて計算する際に設定しなければならない河幅の変化の与え方について考える。そこで河幅に座標を用いて考えることとする。

まず河幅が一定である流下端より 500 (m) 上流までと、下流端より上流 1.5 (km) から 2 (km) までの河幅 $B=10$ (m) とし与える。

次に本題として河幅が変化する場合を考える。下流端より 500 (m) から 1 (km) までの間はしだいに河幅が広がる。

この際、下流端より 500 (m) 地点の河幅は 10 (m) である。また下流端より 1 (km) 地点の河幅は 15 (m) である。そこでこの 2 地点を既知として考えることができる。

よって河幅の変化は一次式で表現できる。

$$B = AX + C \cdots \cdots (3-1-17)$$

ここで、 B ：河幅、 X ：流下端断面からの距離、 A ：傾き、 C ：切片、である。

なお、簡素化するために式 (3-1-17) は河幅の半分を考えたものである。すなわち二倍したものが正規の河幅となる。

では図 3-1-4 を参考に河幅がしだいに広がる際の既知である 2 地点を座標として表すと、(500,5)、(1000,7.5) となる。

式 (3-1-17) に各々 2 地点の値を代入すると、

$$\begin{cases} 5.0 = A \times 500 + C \\ 7.5 = A \times 1000 + C \end{cases} \cdots \cdots (3-1-18)$$

この連立方程式を解くと傾き $A=0.005$ 、切片 $C=2.5$ となり、しだいに広がる河幅を $B1$ とすると、

$$B1 = (0.005 X + 2.5) \times 2 \cdots \cdots (3-1-19)$$

上式として表現できる。なお二倍するのは前記の通りである。

一方、しだいに狭くなる河幅を $B2$ とするときも河幅 $B1$ と同様に考えることができ、既知である 2 地点の座標は、(1000,7.5)、(1500,5) であることより、傾き $A=-0.005$ 、切片 $C=12.5$ であり、

$$B2 = (-0.005 X + 12.5) \times 2 \cdots \cdots (3-1-20)$$

しだいに狭くなる河幅 $B2$ は、式 (3-1-20) として表現できる。

計算機を用いての実際の計算では、以上を基に河幅や初期値を与え、例題 1 の考え方を参考にしながら水深を計算してゆく。

なお、例題 2 のプログラムのフローチャートを図 3-1-5 に表示した。又、表 3-1-3、表 3-1-4 にプログラムの解説及びプログラムを表示した。

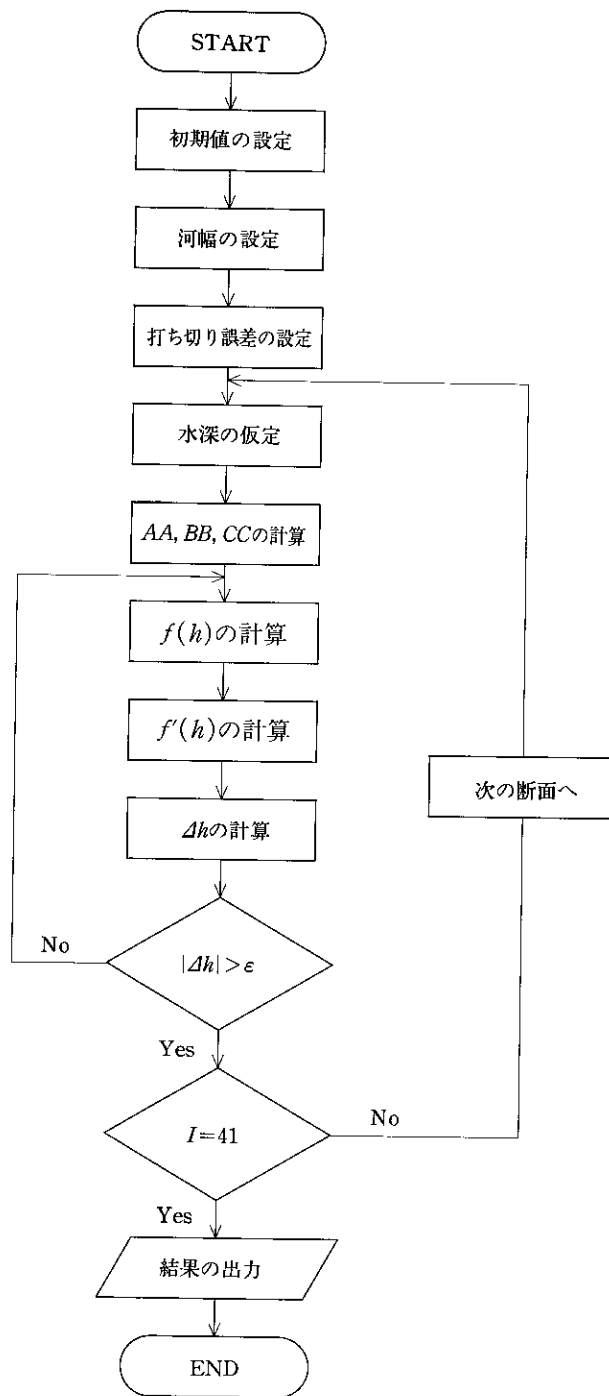


図 3-1-5 例題 2 プログラムのフローチャート

表 3-1-3 例題 2 プログラムの解説

文 番 号	解 説
100～110	初期値の設定 DX : 断面間距離 (m), N : 粗度係数 ($m^{-1/3}S$) IZ : 河床勾配, Q : 流量 (m^3/s), G : 重力加速度 (m/s^2) $H(1)$: 水深 (m), $A1$: 係数, $C1$: 係数 $A2$: 係数, $C2$: 係数
120～150	下流端断面から各断面までの距離を与える。
160～190	各断面の河床勾配, 粗度係数を与える。
200～240	各断面の河幅を与える。
250	打ち切り誤差の設定
270	算出された水深のおき換え
280	AA の計算
290	BB の計算
300	CC の計算
301	$f(h)$ の計算
320	$f'(h)$ の計算
330	Δh の計算
340	収束の判定 $ \Delta h < ESP$ の場合 → 収束したので文番号370へ (次の断面へ) $ \Delta h > ESP$ の場合 → 収束していないので次の文番号へ
350	h の更新
380～400	各断面までの距離と水深また河幅を出力

表 3 - 1 - 4 例題 2 プログラム及び出力結果

```

10 "SAVE "C:\FUTOUX\BAS".A
20 " FUTOXUYU KEISAN -KOUKUKUJIDANMEN-
30 " *** NEWTON-HOU ***
100 N1=41 :DIM X(N1),B(N1),Z(N1),N(N1),R(N1)
110 DX=50:HO=0.02:IZ=0.001:Q=20:G=9.8:H(1)=.9:A1=.005:C1=2.5:A2=-.005:C2=12.5
115 "
120 X(1)=0
130 FOR I=2 TO N1
140 X(I)=X(I-1)+DX
150 NEXT I
155 "
160 FOR I=1 TO N1
170 Z(I)=X(I)+IZ
180 N(I)=NO
190 NEXT I
195 "
200 FOR I=1 TO N1
210 IF X(I)<500 OR X(I)>1500 THEN B(I)=10
220 IF X(I)>500 AND X(I)<1000 THEN B(I)=(A1*X(I)+C1)*2
230 IF X(I)>1000 AND X(I)<1500 THEN B(I)=(A2*X(I)+C2)*2
240 NEXT I
245 "
250 ESP=.000001
255 "
260 FOR I=2 TO N1
270 H(I)=H(I-1)
280 AA=1/(2+Q)*Q^2/B(I)^2
290 BB=DX/2*N(I)^2*Q^2/B(I)^2
300 CC=2*(I-1)+Z(I)-H(I-1)-1/(2+Q)*Q^2/B(I-1)^2/H(I-1)^2-DX*N(I)^2*Q^2/(2*B(I-1)^2+H(I-1)^2*(10/3))
310 FH=H(I)+AA/H(I)^2+BB/H(I)^2*(10/3)+CC
320 FDH=1-2*AA*H(I)^(-3)-10/3*BB*H(I)^(-13/3)
330 DH=-FH/FDH
340 IF ABS(DH)<ESP GOTO 370
350 H(I)=H(I)+DH
360 GOTO 310
370 NEXT I
375 "
380 FOR I=1 TO N1
390 PRINT X(I),H(I),B(I)
400 NEXT I
405 "
410 END

```

X	H	B
0	0.900	10.0
50	0.893	10.0
100	1.036	10.0
150	1.064	10.0
200	1.064	10.0
250	1.098	10.0
300	1.109	10.0
350	1.117	10.0
400	1.124	10.0
450	1.129	10.0
500	1.134	10.0
550	1.152	10.5
600	1.159	11.0
650	1.186	11.5
700	1.152	12.0
750	1.143	12.5
800	1.130	13.0
850	1.116	13.5
900	1.100	14.0
950	1.083	14.5
1000	1.064	15.0
1050	1.055	14.5
1100	1.010	14.0
1150	0.991	13.5
1200	0.976	13.0
1250	0.968	12.5
1300	0.965	12.0
1350	0.967	11.5
1400	0.974	11.0
1450	0.986	10.5
1500	1.000	10.0
1550	1.041	10.0
1600	1.067	10.0
1650	1.086	10.0
1700	1.100	10.0
1750	1.110	10.0
1800	1.118	10.0
1850	1.125	10.0
1900	1.130	10.0
1950	1.134	10.0
2000	1.137	10.0

3-2 任意断面における不等流計算

3-2-1 任意断面における流量の計算方法の説明

ここでは前節より一般的な場合として任意断面の不等流計算方法について解説する。

単断面で流量を求める場合、水位に対する面積の変化率が決まっているので流量の変化は一定であった。しかしながら任意断面の場合は、図3-2-1に示す様に水位によって断面積の変化率が変わる。その為横断方向に分割して面積を算出し、その合計を求めなければならない。ここでは任意断面における断面積の求め方について説明する。

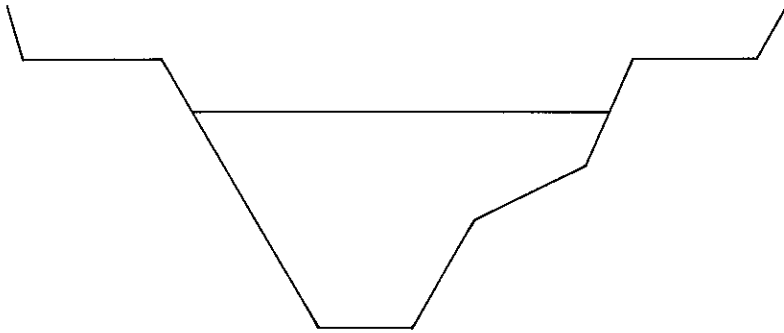


図3-2-1 任意断面形状

3-2-2 任意断面の面積を求める

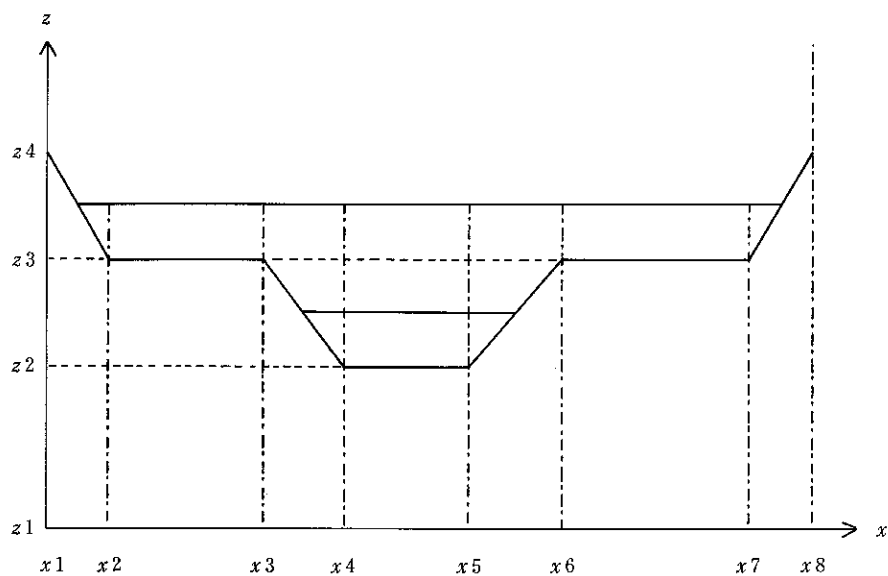


図 3-2-2 任意断面形状

まず図 3-2-2 のような断面を仮定する。横軸に距離 x をとり、縦軸に高さ z をとる。各断面を横断方向に 7 分割し、 z_2 を基準として水面を高さ方向にスライドしてみる。そうすると、面積が 0 になる部分と三角形になる部分と台形になる部分とに分かれる。これらを合計することにより合計の面積が求まる。プログラムで計算する場合はこれらの判別をする必要があるので、以下にその手法について述べる。

尚、以下の説明において、 x および z の添え字 j は横断方向に j 番目の変化点であることを示している。

(1) 水面が地面より下の場合

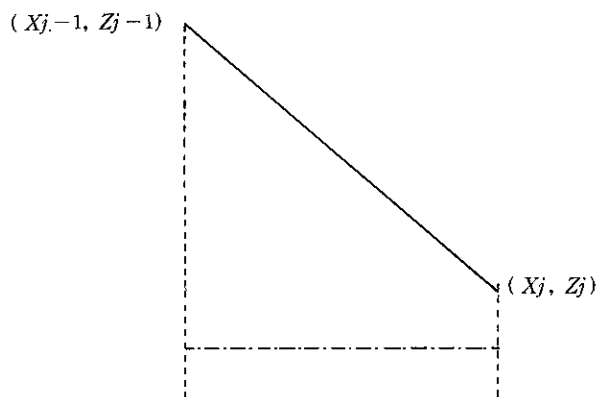


図 3-2-3

この場合、水面より地盤が高い
ので、水の部分面積 $a = 0$ となり
 $R = A / S (1 - 3 - 1)$ 式 $s = 0$,
 $r = 0$

(2) 水面と地面が交わる場合

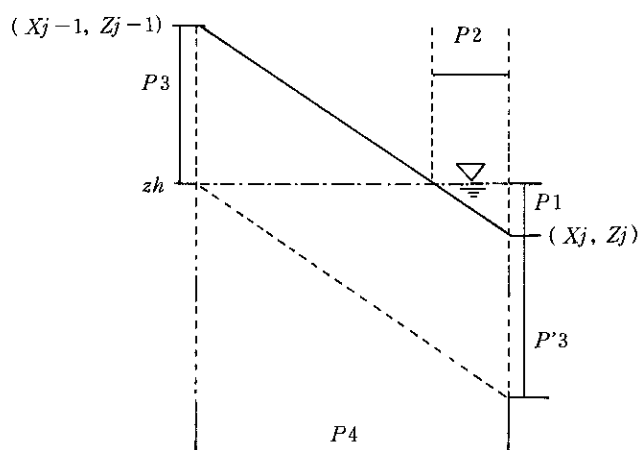


図 3-2-4

この場合地盤と $P1$, $P2$ に囲まれた部分が水の部分面積 a となり $P1$ は水面と地面の差より求まるが $P2$ が未知であるのでこれを求める。また、 $P3$ を平行移動すると $P'3$ となる。以下 $P1 : P2 = (P1 + P'3) : P4$ となり

$$P2 = \frac{P1 \times P4}{(P1 + P'3)} \dots\dots\dots (3 - 2 - 1)$$

$$a = P1 \times P2 \div 2 \dots\dots\dots (3 - 2 - 2)$$

よって,

$$s = \sqrt{(P1^2 + P2^2)} \dots\dots\dots (3 - 2 - 3)$$

$$r = a \div s \dots\dots\dots (1 - 3 - 1)$$

(3) 水面と地面が交わる場合(2)の逆

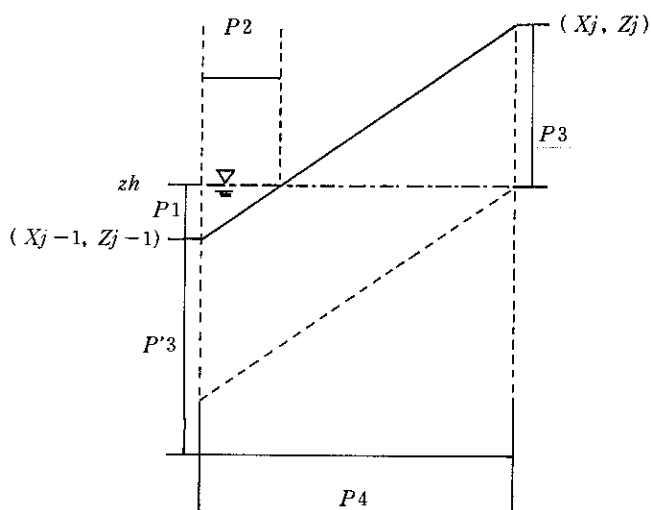


図 3 - 2 - 5

この場合は(2)と同様であり, $P1$, $P2$ 潤辺に囲まれた部分を求める。

(4) 水面が地面より上の場合

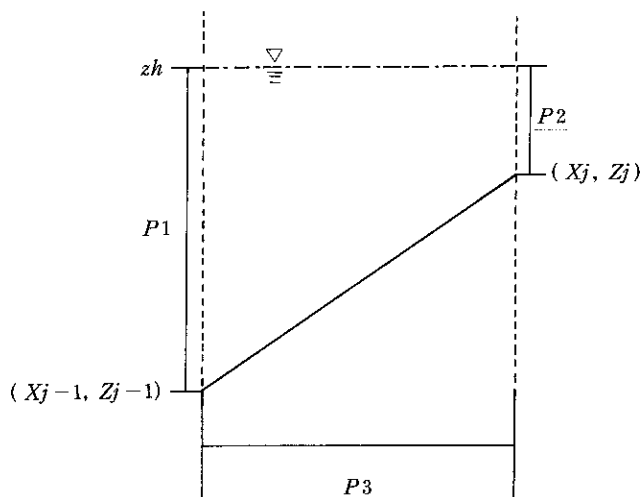


図 3 - 2 - 6

この場合は台形となり水の部分面積 a は

$$a = (P_1 + P_2) \times P_3 \div 2 \dots\dots\dots (3 - 2 - 4)$$

$$P_1 = | (Zh - Z_{j-1}) |$$

$$P_2 = | (Zh - Z_j) |$$

$$P_3 = X_j - X_{j-1}$$

$$\text{部分潤辺} \quad S = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} \dots\dots\dots (3 - 2 - 3)$$

$$\text{部分径深} \quad R = \frac{a}{s} \dots\dots\dots (1 - 3 - 1)$$

尚、(2)、(3)の場合において $Z_j = Zh$ あるいは $Z_{j-1} = Zh$ となる時、部分面積が 0 となり潤辺 $S = 0$ となる。この時径深 r を求めると $r = a \div s$ となり、0 でわり算する事になり計算できない。このため $s = 0$ の時はプログラム上これを考慮しなくてはならない。

例題 3-2-1

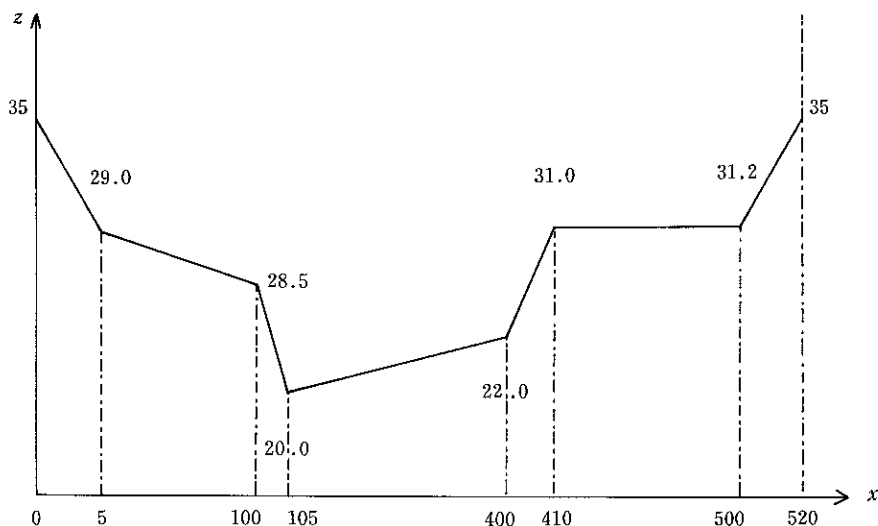


図 3-2-7 任意断面形状

図 3-2-7 の様な断面の場合において、水位 $H=20\text{m}$ の時、流量 Q 、水位 H を求めよ。また、上の断面 H と Q の関係をグラフ化せよ。

表 3-2-1

番 号	横断距離 (m)	河 床 高 (m)
1	0	35.0
2	5	29.0
3	100	28.5
4	105	20.0
5	400	22.0
6	410	31.0
7	500	31.2
8	520	35.0

(考え方)

いま、図の断面を 7 つに分割してそれぞれ前に述べた(1)～(4)の形のパターンを部分断面ごとに面積、潤辺、径深を求め、マンニングの式を使って各流量を計算する。さらに各面積と各流速を用いて各流量を計算し、全流量と水位変化と対応させる。この計算方法をフローチャートで図 3-2-8 に示す。また、これをプログラムに示したのが表 3-2-2 である。尚、表 3-2-2 に示したようにプログラムの各文番号と解説を表 3-2-3 に示す。

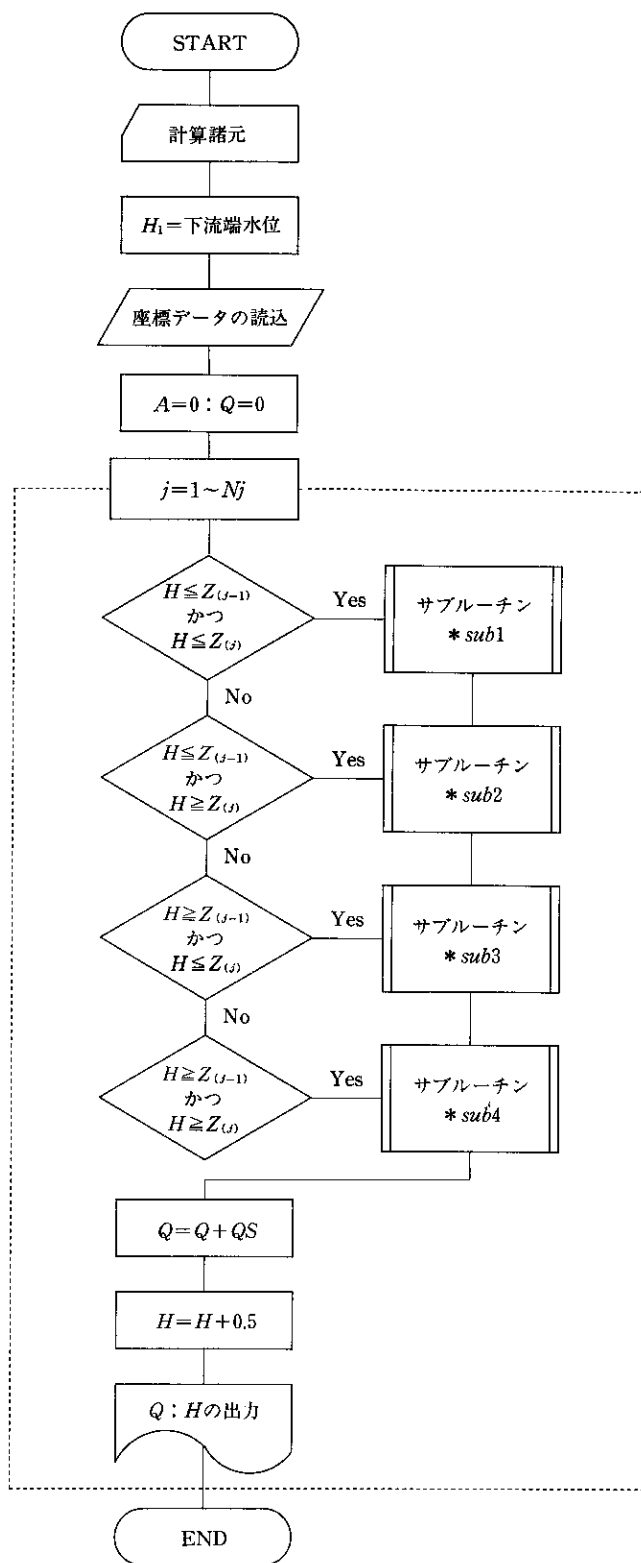


図 3-2-8 例題 3-2-1 のフローチャート

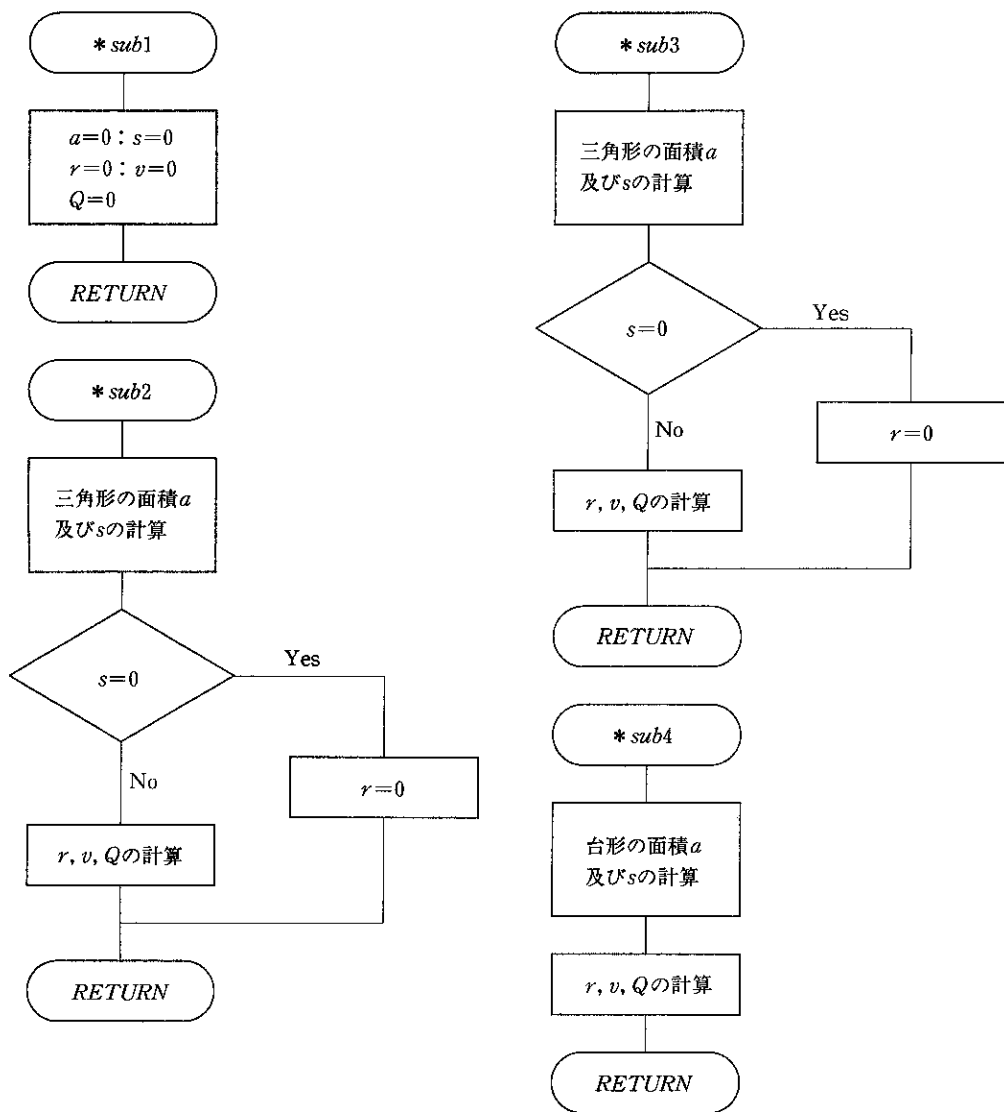


図 3-2-8 例題 3-2-1 のフローチャート (つづき)

表 3-2-2 例題 3-2-1 のプログラムリスト

```

100 ' save "B:DANMEN3.BAS",A
110 DIM Y(100),Z(100),H(100)
120 OPEN "B:DANMEN3.DAT" FOR OUTPUT AS #1
130 NJ=8:NH=31:N=.02:I=.001
140 H(1)=20
150 FOR K=2 TO NH
160 H(K)=H(K-1)+.5
170 NEXT K
180 FOR J=1 TO NJ
190 READ Y(J),Z(J)
200 NEXT J
210 FOR K=1 TO NH
220 Q=0
230 FOR J=2 TO NJ
240 IF H(K)<=Z(J-1) AND H(K)<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
250 IF H(K)<=Z(J-1) AND H(K)>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
260 IF H(K)>=Z(J-1) AND H(K)<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
270 IF H(K)>=Z(J-1) AND H(K)>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
280 Q=Q+QS
290 NEXT J
300 PRINT Q,H(K)
310 PRINT #1,USING"#####.#### ###.###":Q,H(K)
320 H(K)=H(K)+.5
330 NEXT K
340 DATA 0.0,35.0,5.0,29.0,100.0,28.5,105.0,20.0,400.0,22.0,410.0,31.0
350 DATA 500.0,31.2,520.0,35.0
360 CLOSE #1
370 END
380 '
390 *SUB1
400 AS=0
410 SS=0
420 RS=0
430 VS=0
440 QS=0
450 RETURN
460 *SUB2
470 S1=H(K)-Z(J)
480 S3=Z(J-1)-H(K)
490 S4=Y(J)-Y(J-1)
500 S2=S4*S1/(S1+S3)
510 AS=S1*S2/2
520 SS=SQR(S1^2+S2^2)
530 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 570
540 RS=AS/SS
550 VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
560 QS=VS*AS
570 RETURN
580 *SUB3
590 S1=H(K)-Z(J-1)
600 S3=Z(J)-H(K)
610 S4=Y(J)-Y(J-1)
620 S2=S4*S1/(S1+S3)
630 AS=S1*S2/2
640 SS=SQR(S1^2+S2^2)
650 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 690
660 RS=AS/SS
670 VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
680 QS=VS*AS
690 RETURN
700 *SUB4
710 S1=ABS(Z(J)-Z(J-1))
720 S2=Y(J)-Y(J-1)
730 AS=(H(K)-Z(J)+H(K)-Z(J-1))*(Y(J)-Y(J-1))/2
740 SS=SQR(S1^2+S2^2)
750 RS=AS/SS
760 VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
770 QS=VS*AS
780 RETURN

```


表 3-2-3 例題 1 プログラムの解説

文 番 号	解 説
130	NJ ：横軸方向の分割数, NH ：計算水深数, N ：マンニングの粗度係数, I ：河床勾配
140	初期水深
150～170	$H(k)$ ：水深の更新
180～200	断面の座標
210～330	部分断面積の形状の判定, サブルーチン410以降で (3-2-1)～(3-2-4), (1-3-1) 式の計算
220	$Q=0$ ：流量の初期値の判定
280	Q の計算
300	$Q, H(k)$ の出力
320	$H(k)$ ：水深の更新

表 3 - 2 - 4 例題 3 - 2 - 1 の出力結果

Q	H(K)
0.000	20.000
11.598	20.500
73.644	21.000
217.128	21.500
467.612	22.000
919.008	22.500
1484.760	23.000
2154.520	23.500
2921.030	24.000
3778.780	24.500
4723.430	25.000
5751.390	25.500
6859.680	26.000
8045.720	26.500
9307.280	27.000
10642.400	27.500
12049.300	28.000
13526.500	28.500
15089.500	29.000
16783.300	29.500
18590.300	30.000
20501.700	30.500
22512.300	31.000
24655.300	31.500
26949.600	32.000
29377.700	32.500
31932.400	33.000
34609.300	33.500
37404.800	34.000
40316.500	34.500
43342.000	35.000

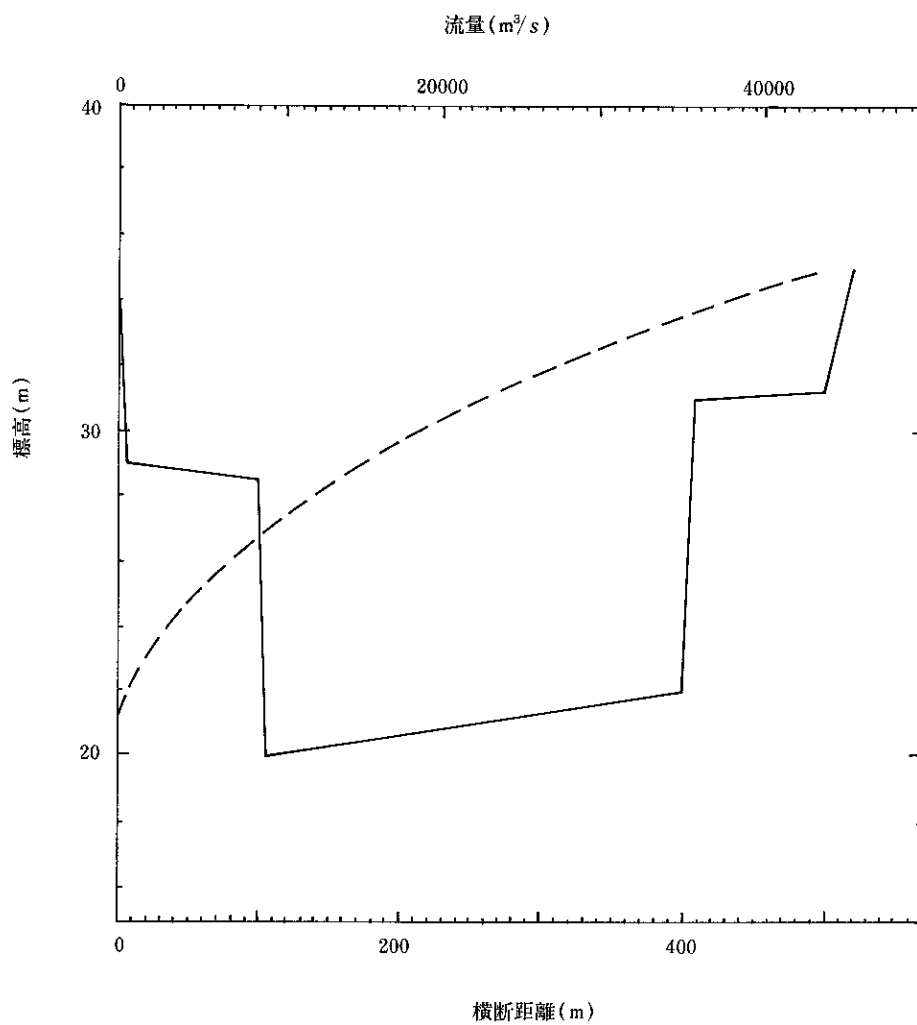


図 3-2-9 例題 3-2-1 のグラフ

例題 3-2-2

表3-2-5で示される石狩川下流札幌大橋上流地点の断面における水位と流量の関係をグラフ化せよ。

ただし、河床勾配 $i=1/7,000$ ，粗度係数 $n=0.02$ ，水位 H は0.5mきざみに変化させる。

表3-2-5 札幌大橋上流河床諸元

番号	横断距離 X (m)	河床高 Z (m)	番号	横断距離 X (m)	河床高 Z (m)	番号	横断距離 X (m)	河床高 Z (m)
1	25.8	8.34	19	271.7	-0.14	37	656.4	1.75
2	40.7	7.80	20	276.2	-1.64	38	667.9	2.30
3	46.2	5.03	21	280.2	-1.54	39	674.1	4.06
4	48.3	4.93	22	282.0	-1.04	40	819.2	4.22
5	54.7	3.07	23	289.2	-0.74	41	825.0	3.60
6	58.9	2.84	24	295.4	-1.74	42	916.0	3.91
7	62.1	1.83	25	300.5	-1.74	43	998.0	4.28
8	132.3	1.63	26	302.6	-2.69	44	1,009.5	8.58
9	137.0	2.27	27	322.2	-2.99	45	1,017.7	8.63
10	192.4	2.39	28	329.2	-4.79			
11	194.6	0.35	29	334.2	-4.89			
12	199.0	-1.05	30	338.4	-3.14			
13	205.0	-0.95	31	354.2	-6.49			
14	215.7	0.35	32	459.2	-3.69			
15	223.6	1.96	33	562.6	-1.94			
16	232.5	2.75	34	577.4	-0.24			
17	262.6	2.12	35	617.1	0.96			
18	262.8	0.67	36	617.1	1.48			

(考え方)

例題 3-2-1 に表3-2-5 及び諸条件を代入する。

尚、参考までに表3-2-6 にプログラムを示した。また、表3-2-7 にその出力結果と図3-2-10にグラフで示した。

表 3-2-6 例題 3-2-2 のプログラムリスト

```

110 'save "B:DANMEN5.BAS",A
120 DIM Y(100),Z(100),H(100)
125 OPEN"C:DAN5.DAT"FOR OUTPUT AS #1
130 NJ=45:NH=30:H=02:I=1/7000
140 H(1)=-5.49
150 FOR K=2 TO NH
160 H(K)=H(K-1)+.5
170 NEXT K
180 FOR J=1 TO NJ
190 READ Y(J),Z(J)
200 NEXT J
210 FOR J=1 TO NJ
215 'PRINT Y(J),Z(J)
220 'PRINT #1,USING"####.##  ##.##";Y(J),Z(J)
230 NEXT J
250 FOR K=1 TO NH
261 Q=0
270 FOR J=2 TO NJ
280 IF H(K)<=Z(J-1) AND H(K)<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
290 IF H(K)<=Z(J-1) AND H(K)>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
300 IF H(K)>=Z(J-1) AND H(K)<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
310 IF H(K)>=Z(J-1) AND H(K)>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
321 Q=Q+QS
330 NEXT J
340 PRINT Q,H(K)
345 PRINT #1,USING"#####.#####  #####.###";Q,H(K)
350 H(K)=H(K)+.5
360 NEXT K
370 DATA 25.8,8.34,40.7,7.80,46.2,5.03,46.8,4.93,54.7,3.07,58.9,2.84,62.1,1.83,132.3,1.68,137.0,2.27,192.4,2.39,194.6,
0.35,199.0,-1.05,205.0,-0.95,215.7,0.35,223.6,1.86,232.5,2.75,262.6,2.12,262.8,0.67,271.7,-0.14,276.2,-1.64
372 DATA 280.2,-1.54,282.0,-1.04,289.2,-0.74,295.4,-1.74,300.6,-1.74,302.6,-2.69,322.2,-2.99,329.2,-4.79,334.2,-4.89,3
38.4,-3.14,354.2,-6.49,459.2,-3.69,562.6,-1.94,577.4,-0.24,617.1,0.96,617.1,1.48,656.4,1.75,667.9,2.80,674.1,4.06,819.
2.4,22,825.0,3.60
374 DATA 916.0,3.91,998.0,4.28,1009.5,8.58,1017.7,8.63
385 CLOSE #1
390 END
400 '
410 *SUB1
420 AS=0
430 SS=0
440 RS=0
442 VS=0
443 QS=0
450 RETURN
460 *SUB2
470 S1=H(K)-Z(J)
480 S3=Z(J-1)-H(K)
490 S4=Y(J)-Y(J-1)
500 S2=S4*S1/(S1+S3)
510 AS=S1*S2/2
520 SS=SQR(S1^2+S2^2)
530 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 550
540 RS=AS/SS
541 VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
542 QS=VS*AS
550 RETURN
560 *SUB3
570 S1=H(K)-Z(J-1)
580 S3=Z(J)-H(K)
590 S4=Y(J)-Y(J-1)
600 S2=S4*S1/(S1+S3)
610 AS=S1*S2/2
620 SS=SQR(S1^2+S2^2)
630 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 650
640 RS=AS/SS
641 VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
642 QS=VS*AS
650 RETURN
660 *SUB4
670 S1=ABS(Z(J)-Z(J-1))
680 S2=Y(J)-Y(J-1)
690 AS=(H(K)-Z(J)+H(K)-Z(J-1))*(Y(J)-Y(J-1))/2
695 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 720
700 SS=SQR(S1^2+S2^2)
710 RS=AS/SS
712 VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
715 QS=VS*AS
720 RETURN

```

表 3 - 2 - 7 例題 3 - 2 - 2 の出力結果

Q (流量)	H (水位)
0	-6.49
1.24923	-5.99
7.93209	-5.49
23.3865	-4.99
50.9511	-4.49
94.3164	-3.99
161.262	-3.49
259.943	-2.99
390.897	-2.49
557.629	-1.99
769.928	-1.49
1021.3	-.99
1312.08	-.49
1643.77	.0100002
2018.11	.51
2437.78	1.01
2904.23	1.51
3422.87	2.01
4015.32	2.51
4691.52	3.01
5445.42	3.51
6275.65	4.01
7224.54	4.51
8310.7	5.01
9513.91	5.51
10824.4	6.01
12235.9	6.51
13743.9	7.01
15344.8	7.51
17035.9	8.01

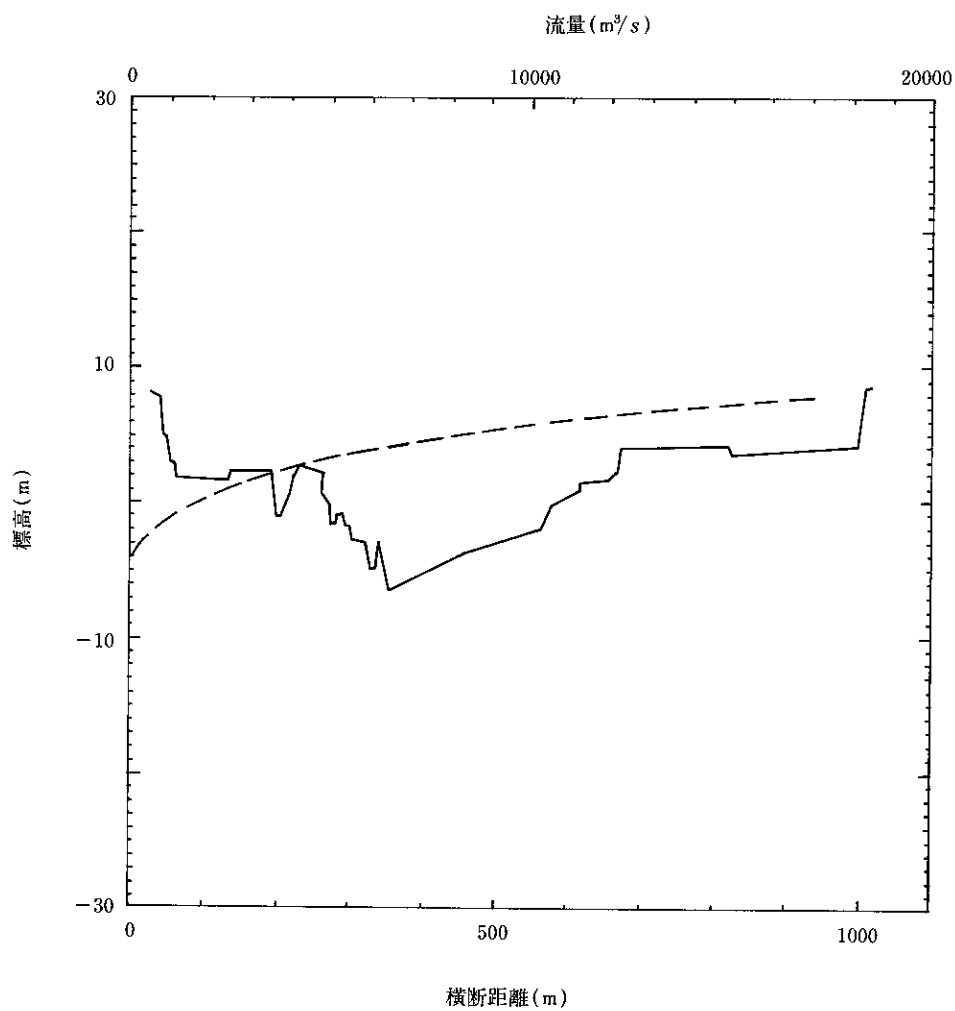


図 3 - 2 - 10 例題 3 - 2 - 2 のグラフ

3-2-2 任意断面における粗度係数 n の求め方。

ここでは今まで仮定していた粗度係数 n を求めている。

現地観測ではまず河床断面の測量を行い、流速計で流速を図ってから流量を算出する(図3-2-12)。そこで観測した流量とその時の水位を使って粗度係数を求めている。

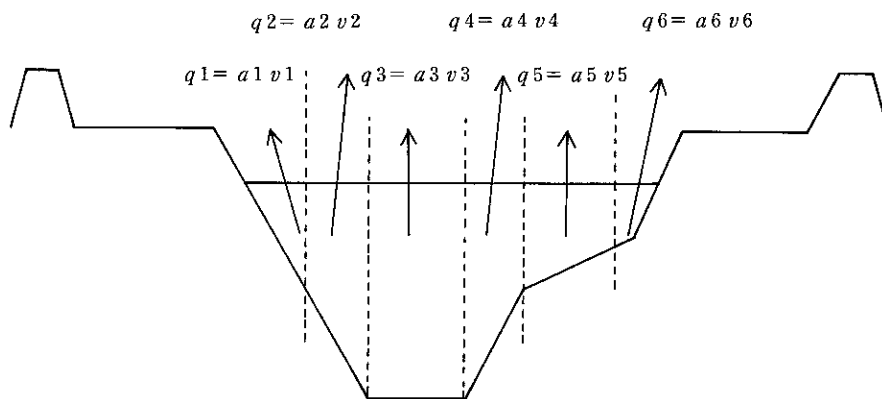


図 3-2-11

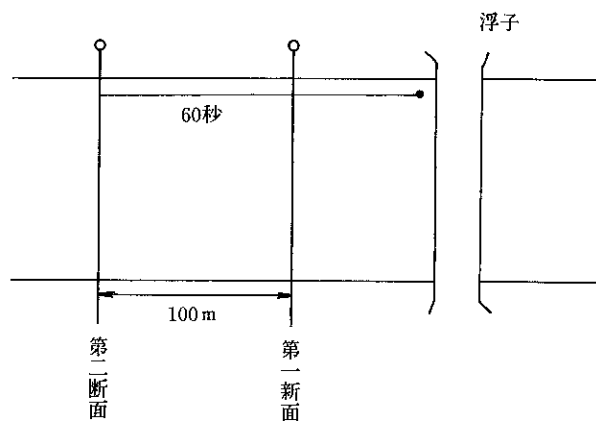


図 3-2-12 高水流量観測 (橋上)

図 3-2-11 の様に個々の断面の面積を $a_1 \sim a_6$ 、流速 $v_1 \sim v_6$ と置くと、

$$Q = \sum_{j=2}^{N_j} (a_j \cdot v_j) \dots\dots\dots (3-2-5)$$

v にマニングの式を代入して

$$\begin{aligned} &= \sum_{j=2}^{N_j} \left(a_j \cdot \frac{1}{n} \cdot R^{2/3} j \cdot i^{1/2} \right) \\ &= \frac{i^{1/2}}{n} \cdot \sum_{j=2}^{N_j} (a_j \cdot R^{2/3} j) \\ \therefore n &= \frac{i^{1/2}}{Q} \cdot \underbrace{\sum_{j=2}^{N_j} (a_j \cdot R^{2/3} j)}_{AR \text{ とおく}} \dots\dots\dots (3-2-6) \end{aligned}$$

例題 3-2-3

例題 3-2-2 で使用した断面を例にとって粗度係数 n を求めよ。ただし、河床勾配 $i = 1/7,000$ 、流量 $Q = 1,000 \text{ m}^3/\text{s}$ 、水位 $H = 1 \text{ m}$ とする。その他の条件は表 3-2-2 を使用する。

(考え方)

(3-2-6) 式を用いて計算する。この計算方法を図 3-2-13 にフローチャートで示す。また、これをプログラムに示したのが表 3-2-8 である。

尚、表 3-2-8 に示したようにプログラムの各文番号と解説を表 3-2-9 で示す。

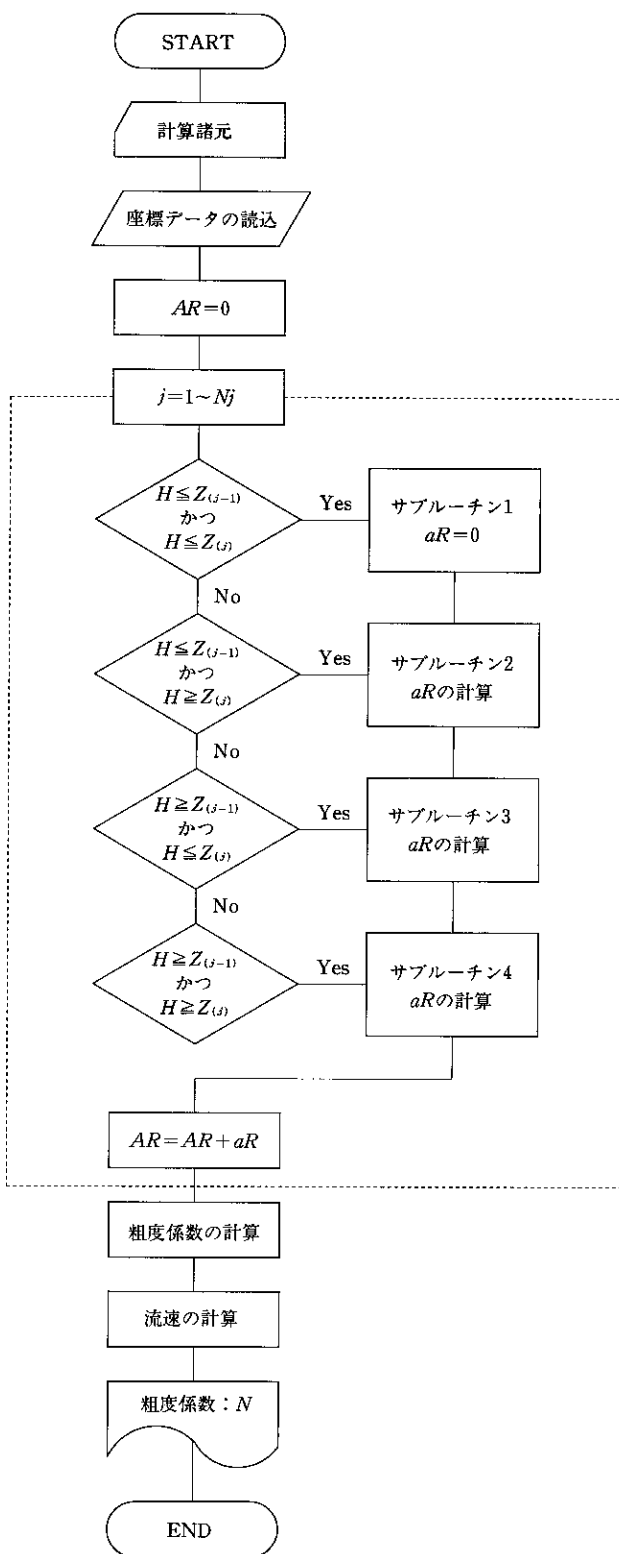


図 3-2-13 例題 3-2-3 のフローチャート

表 3-2-8 例題 3-2-3 のプログラムリスト及び出力結果

```

110 'save "H:\wodo 1.BAS",A
120 DIM Y(100),Z(100)
125 'OPEN "B:\DAMMENS.DAT" FOR OUTPUT AS #1
130 NJ=50:1/1000:Q=1000
140 H=1
150 'FOR K=2 TO NH
160 'H(K)=H(K-1)+.5.
170 'NEXT K
180 FOR J=1 TO NJ
190 READ Y(J),Z(J)
200 REAT J
210 FOR J=1 TO NJ
215 'PRINT Y(J),Z(J)
220 'PRINT #1,USING"###.## ###.##":Y(J),Z(J)
230 NEXT J
240 A=0
251 'Q=0
255 AR=0
270 FOR J=2 TO NJ
280 IF H<Z(J-1) AND H<Z(J) THEN GOSUB *SUB1
290 IF H<Z(J-1) AND H>Z(J) THEN GOSUB *SUB2
300 IF H>Z(J-1) AND H<Z(J) THEN GOSUB *SUB3
310 IF H>Z(J-1) AND H>Z(J) THEN GOSUB *SUB4
320 A=A+AS
321 AR=AR+SAR
330 NEXT J
340 'PRINT A,AR
345 'PRINT #1,USING"#####.##### ###.##":Q,H(K)
350 'H(K)=H(K)+.5
362 H=1^(1/2)/Q*AR
364 Y=1/H*AR^(2/3)*1^(1/2)
366 Q=H*Y
368 PRINT "H=",H,"H'=",H,"Q=",Q
370 DATA 0,0,4.34,15.5,4.71,20,0,5.29,25.8,8.34,40,7,7.80,46,2,8.03,48,3,4.93,54,7,9.07,56,9,2.64,62,1,1.83,192,3,1.63
,137,0,2,27,192,4,2.35,194,6,0.35,199,0,-1.05,205,0,-0.96,215,7,0.35,223,6,1.96,232,5,2.75,252,6,2.12,262,8,0.67,271,7
,-0.14,276,2,1.64
372 DATA 230,2,-1.54,282,0,-1.04,289,2,-0.74,295,4,-1.74,300,5,-1.74,302,6,-2.68,322,2,-2.99,329,2,-4.79,334,2,-4.89,3
38,4,-3.14,354,2,-5.49,459,2,-3.69,562,6,-1.94,577,4,-0.24,617,1,0.96,617,1,1.48,656,4,1.75,667,9,2.30,674,1,4.06,819
,2,4,22,825,0,3.60
374 DATA 916,0,3.91,998,0,4.28,1099,5,8.58,1017,7,6.63,1021,0,7.82,1028,5,4.48
385 'CLOSE #1
390 END
400 '
410 *SUB1
420 AS=0
430 'SS=0
440 RS=0
442 'VS=0
445 'QS=0
445 SAR=AS*RS^(2/3)
450 RETURN
460 *SUB2
470 S1=H-Z(J)
480 S3=Z(J)-H
490 S4=Y(J)-Y(J-1)
500 S2=S4*S1/(S1+S3)
510 AS=S1*S2/2
520 SS=SQR(S1^2+S2^2)
530 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 550
540 RS=AS/SS
541 'VS=1/H*RS^(2/3)*1^(1/2)
542 'QS=VS*AS
545 SAR=AS*RS^(2/3)
550 RETURN
560 *SUB3
570 S1=H-Z(J-1)
580 S3=Z(J)-H
590 S4=Y(J)-Y(J-1)
600 S2=S4*S1/(S1+S3)
610 AS=S1*S2/2
620 SS=SQR(S1^2+S2^2)
630 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 650
640 RS=AS/SS
641 'VS=1/H*RS^(2/3)*1^(1/2)
642 'QS=VS*AS
645 SAR=AS*RS^(2/3)
650 RETURN
660 *SUB4
670 S1=ABS(Z(J)-Z(J-1))
680 S2=Y(J)-Y(J-1)
690 AS=(H-Z(J)-H-Z(J-1))*(Y(J)-Y(J-1))/2
695 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 720
700 SS=SQR(S1^2+S2^2)
710 RS=AS/SS
712 'VS=1/H*RS^(2/3)*1^(1/2)
715 'QS=VS*AS
717 SAR=AS*RS^(2/3)
720 RETURN

```

出力結果

N= .0485779 H= 1 Q= 1000

表 3-2-9 例題 3-2-3 プログラムの解説

プログラム名 "sodo. 1"

文 番 号	解 説
120	NJ : 横断方向の分割数, I : 河床勾配, Q : 流量
130	H : 水深
140~180	断面の座標の読み込み
200	$AR = 0$: 全体の潤辺の初期値の設定
210~280	部分断面積の形状の判定、サブルーチン410以降で (3-2-1) ~ (3-2-4)、(1-3-1) 式の計算
290	(3-2-6) 式の N : 粗度係数の計算
300	(1-3-4) 式の V : 流速の計算
310	N, H, Q の出力

3-2-3 任意断面における不等流の計算

任意形状断面の河川において、断面形と粗度係数および流量が与えられた場合の不等流計算法を示す。

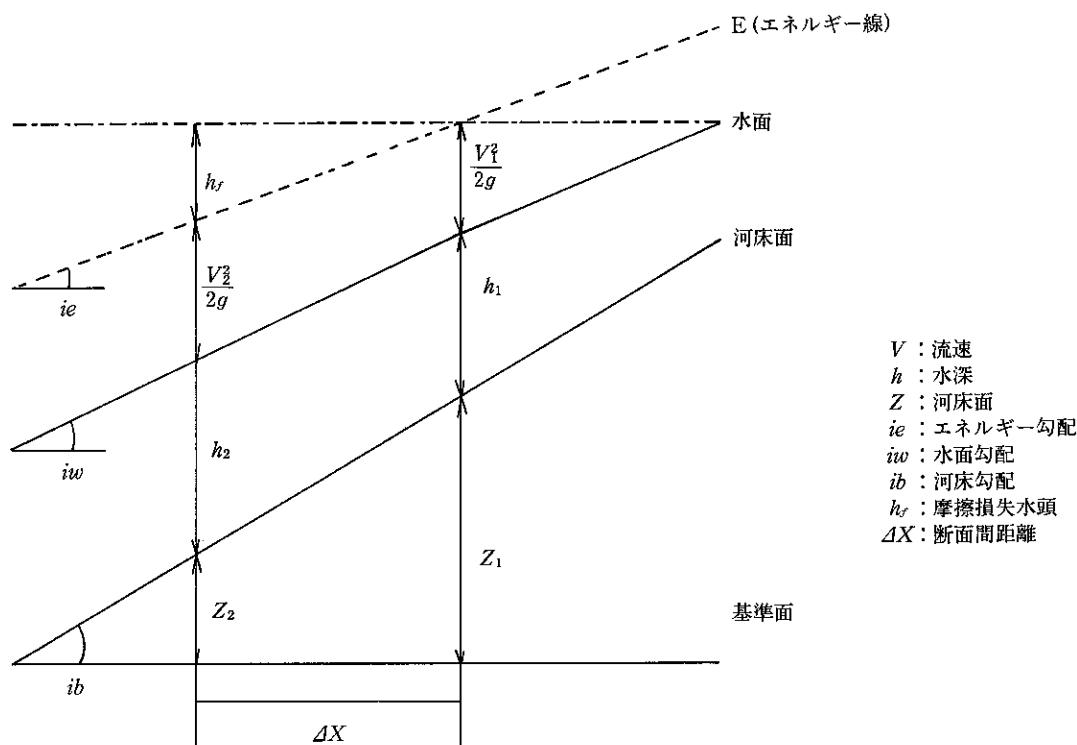


図 3-2-13 不等流の表示

図 3-2-13に示す上下流 2 断面間において、エネルギーのつりあいを考える。

(3-1-1) 式より,

$$\begin{aligned} h_1 + Z_1 + V_1^2 \div 2g &= h_2 + Z_2 + V_2^2 \div 2g + h_f \\ &= h_2 + Z_2 + V_2^2 \div 2g + \Delta X \times ie \cdots \cdots (3-2-7) \end{aligned}$$

(1-3-3) 式より $H = h + Z$ と置き換えると

$$H_1 + V_1^2 \div 2g = H_2 + V_2^2 \div 2g + \Delta X \times ie \cdots \cdots (3-2-8)$$

左辺を右辺に移行すると

$$H_2 - H_1 + \frac{1}{2} \times g \times (V_2^2 - V_1^2) + \Delta X \times ie = 0 \cdots \cdots (3-2-9)$$

この両辺を ΔX で割ると

$$\frac{H_2 - H_1}{\Delta X} + \frac{1}{2g} \cdot \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{\Delta X} + ie = 0 \dots\dots\dots (3-2-10)$$

$\Delta X \rightarrow 0$ に近づけると

$$\frac{\partial H}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} \left(\alpha \frac{u^2}{2g} \right) + ie = 0 \dots\dots\dots (3-2-11)$$

ここで第2項目に α という文字が付いているが、これはエネルギー補正係数という。これについて、まず等流の場合は断面内の流速は一定であると考えていた。ところが図3-2-7のような凹凸のある断面においては各箇所において異なる流速が生じ、その微小面積内の流速 u にはバラツキがあり、そのバラツキを補正するための係数である。

つまり、その補正係数として α を定め微小面積内運動エネルギーを流量について積分すると、

$$\begin{aligned} \int m u^2 \cdot dQ &= \int m u^2 \cdot u dA \\ &= \int m u^3 \cdot dA \\ &= \alpha m V^3 A \\ &\quad (m: \text{重量} \quad u: \text{流速} \quad dQ = u \cdot dA) \end{aligned}$$

これを α について整理すると

$$\alpha = \frac{m \int u^3 dA}{m V^3 A} = \frac{\sum_{j=2}^{Nj} u_j^3 \cdot a_j}{V^3 A} \dots\dots\dots (3-2-12)$$

$$\sum_{j=2}^{Nj} u_j^3 \cdot a_j = S2 \dots\dots\dots (3-2-13)$$

プログラムでは $\sum_{j=2}^{Nj} u_j^3 \cdot a_j$ の部分が For ___ to ___ 文となる。

次に第3項目の ie ：エネルギー勾配は横断面内では一定であることからマンニングの式より

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} \cdot ie^{1/2} \dots\dots\dots (1-3-4)$$

エネルギー勾配は横断面内では一定であることから

$$u_j = \frac{1}{n_j} r_j^{2/3} \cdot ie^{1/2} \dots\dots\dots (3-2-14)$$

また連続の式より

$$Q = \sum u_j \cdot a_j \dots\dots\dots (1-3-2)$$

式(1-3-2)に式(3-2-14)を代入すると

$$Q = \sum \frac{1}{n_j} r_j^{2/3} \cdot ie^{1/2} \cdot a_j$$

$$= ie^{1/2} \sum \frac{1}{n_j} r_j^{2/3} \cdot a_j$$

これを ie について整理すると

$$ie^{1/2} = \frac{Q}{\sum \frac{1}{n_j} r_j^{2/3} \cdot a_j}$$

$$\therefore ie = \frac{Q^2}{\left\{ \sum_{j=1}^{N_j} \frac{1}{n_j} r_j^{2/3} \cdot a_j \right\}^2} \dots\dots\dots (3-2-15)$$

$$\sum_{j=1}^{N_j} \frac{1}{n_j} r_j^{2/3} \cdot a_j = S1 \dots\dots\dots (3-2-16)$$

プログラムでは $\sum_{j=1}^{N_j} \frac{1}{n} \times r_j^{2/3} \cdot a_j$ の部分が For__ to__ 文となる。

例題 3-2-4

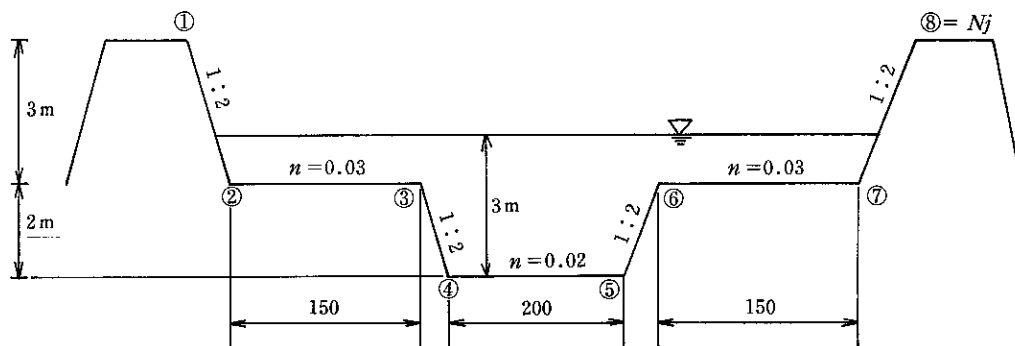


図 3-2-14

上の様な断面において河床勾配 $i = 1/5,000$ $Q = 1,000 \text{ m}^3/\text{s}$ とし、下流端水位 $H = 3 \text{ m}$ の時の α , ie を求めよ。

表 3-2-10 例題 3-2-4 の河床データ

断面積 (j)	1	2	3	4	5	6	7	8
横断距離 (ym)	0	6	150	160	360	364	514	520
標高 (zm)	5	2	2	0	0	2	2	5
粗度係数 (n)		0.03	0.03	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03

(考え方) 初めに流量 Q , 水位 H , 河床勾配 i を与え、それを例題 3-2-2 と同様に横断方向に断面を区切りそれぞれについて部分面積及び潤辺、径深を求める。(3-2-12) 式を用いて α を求め、(3-2-15) 式を用いて ie を求める。

更に、部分面積の合計から全断面積を求め平均流速を求める。

この計算方法をフローチャートで図 3-2-15 に示す。また、これをプログラムに示したのが、表 3-2-11 である。尚、表 3-2-11 に示したようにプログラムの各文番号と解説を表 3-2-12 で示す。

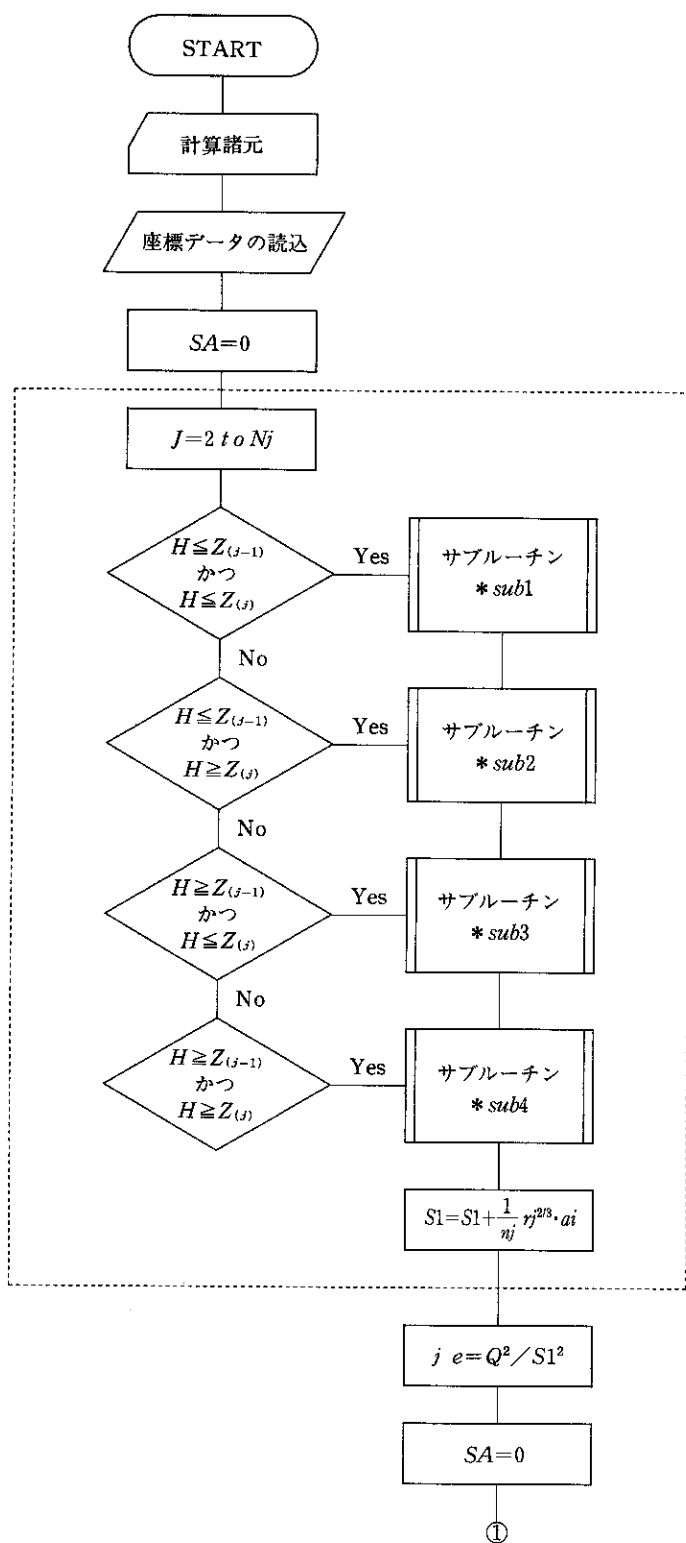


図 3-2-15 例題 3-2-4 のフローチャート

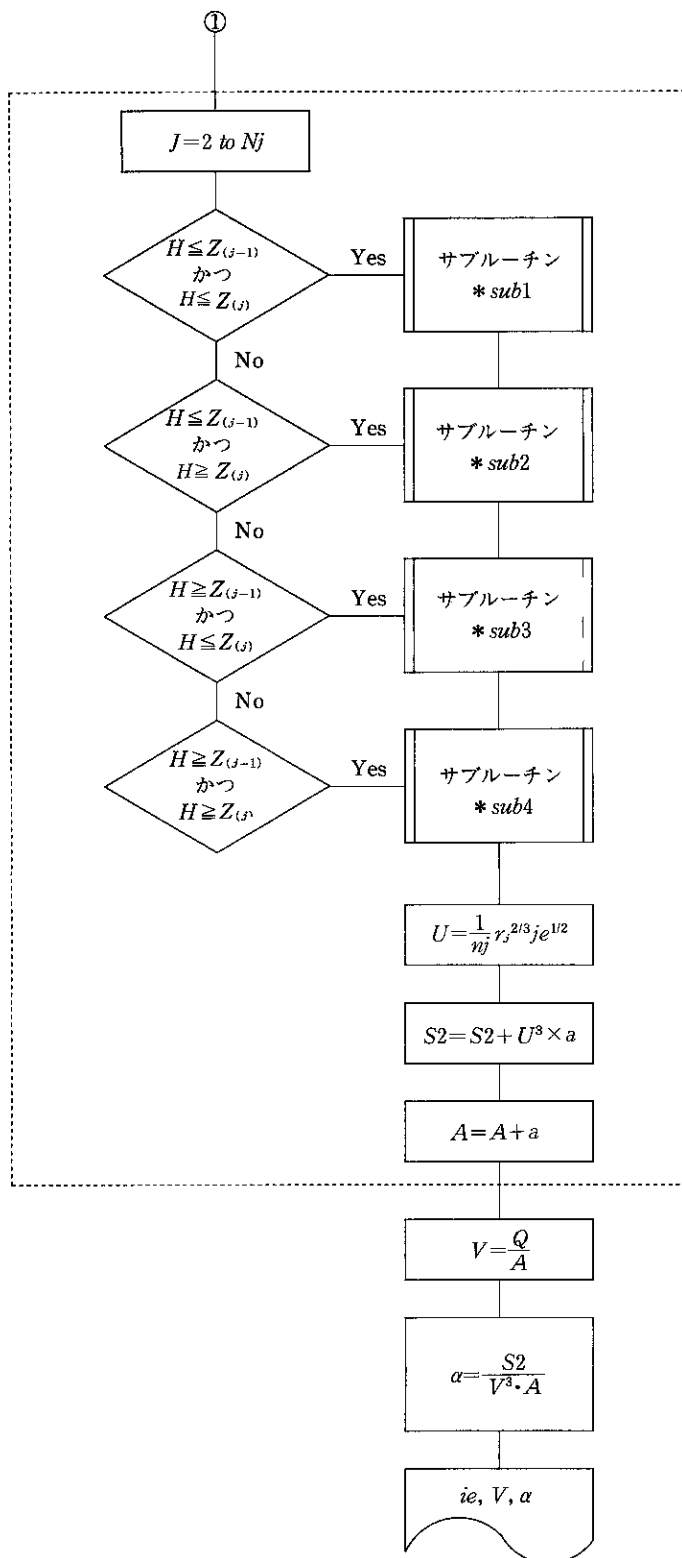


図 3-2-15 のつづき (その 1)

表 3 - 2 - 11 例題 3 - 2 - 4 のプログラムリスト及び出力結果

```

100 SAVE "C:FUTOU1.BAS", A
110 DIM Z(10), N(10), SA(10), SR(10), X(10)
120 H=3: S1=0: S2=0: LA=0: NJ=8: Q=1000: I=1/5000
130 FOR J=1 TO NJ
140 READ X(J)
150 NEXT J
160 FOR J=1 TO NJ
170 READ Z(J)
180 NEXT J
190 FOR J=2 TO NJ
200 READ N(J)
210 NEXT J
220 SA=0
230 FOR J=2 TO NJ
240 IF H<=Z(J-1) AND H<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
250 IF H<=Z(J-1) AND H>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
260 IF H>=Z(J-1) AND H<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
270 IF H>=Z(J-1) AND H>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
280 S1=S1+1/N(J)*SR^(2/3)*SA
290 NEXT J
300 IE=Q^2/S1^2
310 *****
320 SA=0
330 FOR J=2 TO NJ
340 IF H<=Z(J-1) AND H<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
350 IF H<=Z(J-1) AND H>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
360 IF H>=Z(J-1) AND H<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
370 IF H>=Z(J-1) AND H>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
380 SU=1/N(J)*SR^(2/3)*SQR(IE)
390 S2=S2+SU^3*SA
400 LA=LA+SA
410 NEXT J
420 V=Q/LA
430 ALPHA=S2/(V^3*LA)
440 DATA 0.6, 156, 160, 360, 364, 514, 520
450 DATA 5, 2, 2, 0, 0, 2, 2, 5
460 DATA 0.03, 0.03, 0.02, 0.02, 0.02, 0.03, 0.03
470 PRINT "IE=", IE, "V=", V, "ALPHA=", ALPHA
480 END
490 *****
500 *SUB1
510 *****
520 SA=0
530 SS=0
540 SR=0
550 RETURN
560 *****
570 *SUB2
580 *****
590 P1=H-Z(J)
600 P3=Z(J-1)-H
610 P4=X(J)-X(J-1)
620 P2=P4*P1/(P1+P3)
630 SA=P1*P2/2
640 SS=SQR(P1^2+P2^2)
650 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 670
660 SR=SA/SS
670 RETURN
680 *****
690 *SUB3
700 *****
710 P1=H-Z(J-1)
720 P3=Z(J)-H
730 P4=X(J)-X(J-1)
740 P2=P4*P1/(P1+P3)
750 SA=P1*P2/2
760 SS=SQR(P1^2+P2^2)
770 IF SS=0 THEN SR=0:GOTO 790
780 SR=SA/SS
790 RETURN
800 *****
810 *SUB4
820 *****
830 P1=ABS(Z(J)-Z(J-1))
840 P2=X(J)-X(J-1)
850 SA=(H-Z(J)+H-Z(J-1))*(X(J)-X(J-1))/2
860 IF SS=0 THEN SR=0:GOTO 890
870 SS=SQR(P1^2+P2^2)
880 SR=SA/SS
890 RETURN

```

出力結果

IE= 1.84503E-04 V= 1.08932 ALPHR= 1.4626

表 3-2-12 例題 4 のプログラムの解説

プログラム名 “FUTOU 1”

文 番 号	解 説
120	H : 水深, $S1$: (3-2-16) 式の初期値の設定 $S2$: (3-2-13) 式の初期値の設定 NJ : 横断方向の分割数 I : 河床勾配
130~210	$X(J)$: 横断距離, $Z(J)$: 河床高, $N(J)$: 各粗度係数
220	SA : 部分面積の初期値の設定
230~290	部分断面形状の判定, サブルーチン470番以降で面積の計算
280	$S1$ の計算
300	IE : (3-2-15) 式の ie (エネルギー勾配) の計算
320	SA : 部分面積の初期値の設定
330~410	部分断面形状の判定, サブルーチン470番以降で面積の計算
380	SU : マニング式による部分流速の計算
390	$S2$ の計算
400	LA : 断面面積の計算
420	V : 断面流速の計算
430	$ALPHA$: (3-2-12) 式の α (エネルギー係数) の計算
470	IE , V , $ALPHA$ の出力

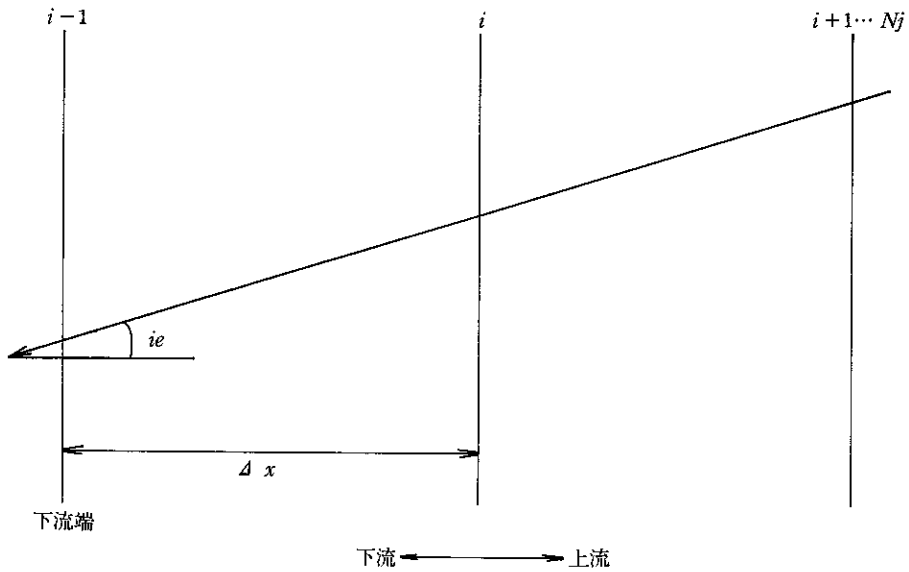


図 3-2-16 不等流の流れ

今、不等流の式 $\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{V^2}{2g} \right) + ie = 0$ (3-2-10) が与えられている。

V : 断面平均流速

ie : エネルギー勾配
$$ie = \frac{Q^2}{\left\{ \sum_{j=2}^{Nj} \frac{1}{n_j^2} r_j^{2/3} \cdot a_j \right\}^2} \dots\dots\dots (3-2-15)$$

α : エネルギー補正係数
$$\alpha = \frac{\sum_{j=2}^{Nj} u_j^3 \cdot a_j}{V^3 A} \dots\dots\dots (3-2-12)$$

式 (3-2-10) より

$$\frac{H_{(j-1)} - H_{(j)}}{\Delta x} + \frac{1}{2g\Delta x} \left[\alpha_{(i-1)} V_{(i-1)}^2 - \alpha_{(i)} V_{(i)}^2 \right] + \frac{1}{2} \left[ie_{(i)} + ie_{(i-1)} \right] = 0 \dots\dots\dots (3-2-17)$$

今 $i-1$ 断面の値及び $H_{(i-1)}$ が既知量として与えられており、 i 断面の値及び $H_{(i)}$ を求めようとする。

式 (3-2-17) の両辺に Δx を掛け、更に既知量と未知量に分けると

$$R = H_{(i-1)} + \frac{1}{2g} \alpha_{(i-1)} V_{(i-1)}^2 + \frac{\Delta x}{2} i e_{(i-1)} \cdots \cdots (3-2-18)$$

$$L = H_{(i)} + \frac{1}{2g} \alpha_{(i)} V_{(i)}^2 - \frac{\Delta x}{2} i e_{(i)} \cdots \cdots (3-2-19)$$

これらを使って任意断面の水深を求める

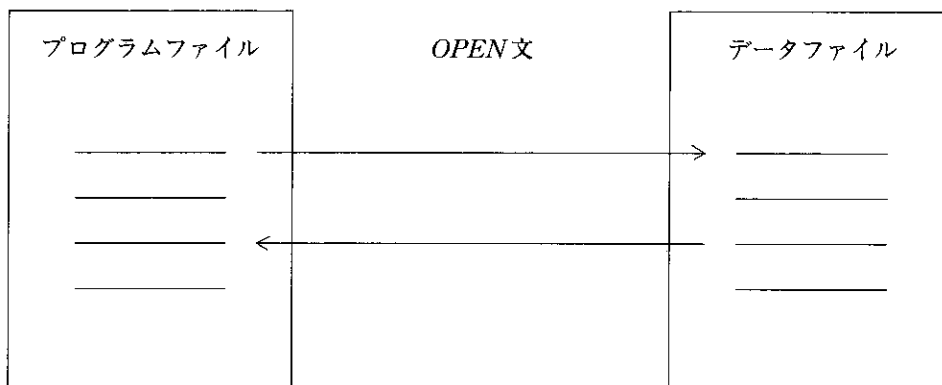
下流端の水位 $H(i-1)$ は与えられている。まず $i-1$ 断面の座標 y , z 及び粗度係数 n を読み込ませる。次に R (既知量) の計算を行う。更に i 断面の座標 y , z 及び粗度係数 n を読み込ませる。初期値 $H(i)$ を仮定し, L (未知量) の計算を行う。 $R - L < \epsilon$ (ϵ 通常0.001程度) になるまで計算し, これを求めたい断面数だけ繰り返す。

例題 3-2-5

例題 3-2-4 の図 3-2-14の断面において河床勾配 $i=1:5,000$, $Q=1,000 \text{ m}^3/\text{s}$, 下流端水位 $H=2.5\text{m}$ の時, $\Delta x=500\text{m}$ で上流10kmまで不等流計算せよ。

(プログラムの考え方 (各断面の座標データを作成))

ここではまず各断面の座標, データファイルを作成し, これを用いて各断面ごとの水位を求める。BASICを用いる場合, ファイル名を呼び出す命令文 “OPEN文” が有効である。この計算方法をフローチャートで図 3-2-17に示す。また, これをプログラムに示したのが表 3-2-13である。尚, 表 3-2-13に示したよにプログラムの各文番号と解説を表 3-2-14に示す。



1) 計算結果をデータファイルに書き込む方法

```
OPEN "ドライブ名：データファイル名. DAT" OUTPUT AS #1  
PRINT #1  
CLOSE #1
```

2) データファイルからデータをプログラム中に呼び出す方法

```
OPEN "ドライブ名：データファイル名. DAT" INPUT AS #1  
LINE INPUT #1, A $  
CLOSE #1
```

データファイルからデータを呼び出す場合、データが文字列で書かれているのでこれを数字に直す必要がある。(文字列と数字の変換方法については、補遺を参照されたい。)

(プログラムの考え方 (任意断面における不等流計算))

以下、不等流計算プログラムについてフローチャートで図3-2-18に示す。また、これをプログラムに示したのが表3-2-16である。尚、表3-2-16に示したようにプログラムの各文番号と解説を表3-2-17に示す。

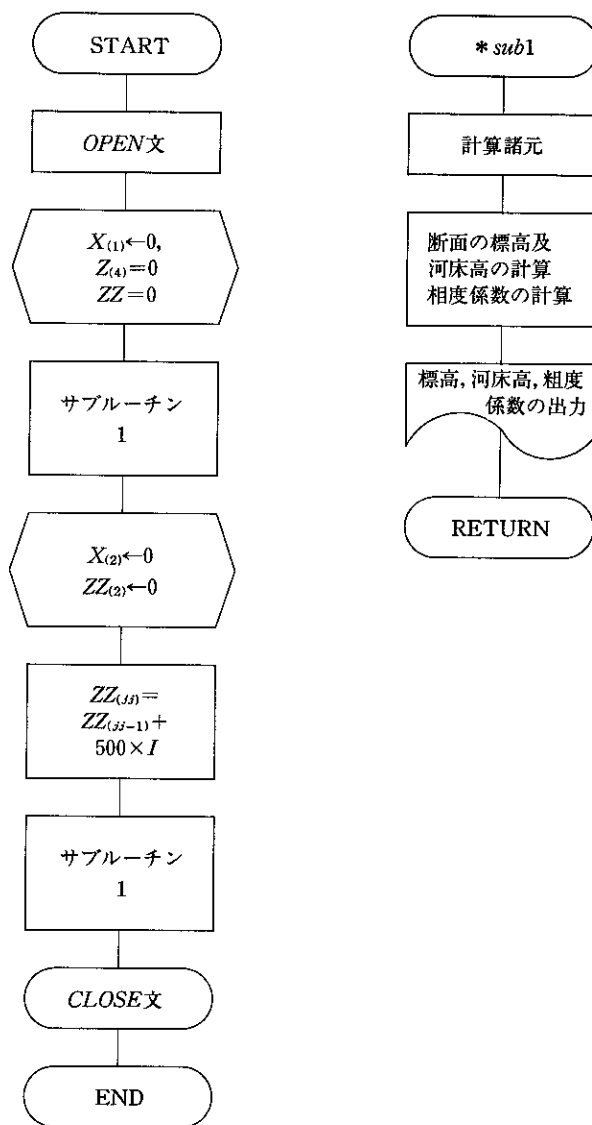


図 3 - 2 - 17 例題 3 - 2 - 5 の各断面の座標データを作成するプログラム

表 3-2-13 例題 3-2-5 の各断面の座標データを作成するプログラム

```

100 'SAVE"B:FUTOU5.BAS",A
110 OPEN"B:YZN2.DAT"FOR OUTPUT AS #1
120 DIM ZZ(23),X(23)
130 I=1/5000:XX=500
140 X(1)=0
150 Z(4)=0
160 ZZ=0
170 GOSUB *SUB1
180 X(2)=0:ZZ(2)=0
190 FOR JJ=2 TO 21
210 ZZ(JJ)=ZZ(JJ)+XX*I
220 ZZ=ZZ(JJ)
230 GOSUB *SUB1
240 ZZ(JJ)=ZZ
250 NEXT JJ
260 CLOSE #1
270 END
280 '*****
290 *SUB1
300 '*****
310 'DIM Y(8),Z(8),N(8)
320 B1=150:B2=200:B3=150
330 H1=3:H2=2:AL=2
340 NH=.03:NL=.02
350 Y(1)=0
360 Y(2)=H1*AL
370 Y(3)=Y(2)+B1
380 Y(4)=Y(3)+H2*AL
390 Y(5)=Y(4)+B2
400 Y(6)=Y(5)+H2*AL
410 Y(7)=Y(6)+B3
420 Y(8)=Y(7)+H1*AL
430 Z(4)=Z(4)+ZZ+0:Z(5)=Z(4)
440 Z(3)=Z(4)+H2:Z(6)=Z(3)
450 Z(2)=Z(3):Z(7)=Z(6)
460 Z(1)=Z(2)+H1:Z(8)=Z(1)
470 FOR J=2 TO 3:N(J)=NH:NEXT J
480 FOR J=4 TO 6:N(J)=NL:NEXT J
490 FOR J=7 TO 8:N(J)=NH:NEXT J
500 FOR J=1 TO 8
510 PRINT #1,USING"###.###";Y(J),Z(J),N(J)
520 PRINT Y(J),Z(J),N(J)
530 NEXT J
540 PRINT "*****"
550 RETURN

```

表 3-2-14 例題 3-2-5 の各断面の座標データを作成するプログラム

プログラム名 “FUTOU 5”

文 番 号	解 説
130	I : 河床勾配
140	$X(1)$: 下流端の設定
150	$Z(4)$: 下流端の最下河床高の設定
160	$ZZ = 0$
170	サブルーチン 290 番以降へ行く
180	$X(2) = 0$: $ZZ(2) = 0$, 次の断面から計算する為の初期値の設定
190	次断面の ZZ の設定
290~550	サブルーチン * SUB1
320	河床幅 $B1$, $B2$, $B3$ の設定
330	$H1$: $H.W.L$, $H2$: $L.W.L$, AL : 法勾配
340	NH : 高水敷粗度係数, NL : 低水敷粗度係数
350~420	横断距離 Y の計算
430~460	河床高 Z の計算
470~490	粗度係数 N の設定
510	Y, Z, N の出力

表 3-2-15 “FUTOU 5” の結果出力

0	5	0	160	.7	.02			
6	2	.03	360	.7	.02			
156	2	.03	364	2.7	.02			
160	0	.02	514	2.7	.03			
360	0	.02	520	5.7	.03			
364	2	.02	*****					
514	2	.03	0	5.8	0			
520	5	.03	6	2.8	.03			
*****			156	2.8	.03			
0	5.1	0	160	.8	.02	514	3.4	.03
6	2.1	.03	360	.8	.02	520	6.4	.03
156	2.1	.03	364	2.8	.02	*****		
160	.1	.02	514	2.8	.03	0	6.5	0
360	.1	.02	520	5.8	.03	6	3.5	.03
364	2.1	.02	*****			156	3.5	.03
514	2.1	.03	0	5.9	0	160	1.5	.02
520	5.1	.03	6	2.9	.03	360	1.5	.02
*****			156	2.9	.03	364	3.5	.02
0	5.2	0	160	.9	.02	514	3.5	.03
6	2.2	.03	360	.9	.02	520	6.5	.03
156	2.2	.03	364	2.9	.02	*****		
160	.2	.02	514	2.9	.03	0	6.6	0
360	.2	.02	520	5.9	.03	6	3.6	.03
364	2.2	.02	*****			156	3.6	.03
514	2.2	.03	0	6	0	160	1.6	.02
520	5.2	.03	6	3	.03	360	1.6	.02
*****			156	3	.03	364	3.6	.02
0	5.3	0	160	1	.02	514	3.6	.03
6	2.3	.03	360	1	.02	520	6.6	.03
156	2.3	.03	364	3	.02	*****		
160	.3	.02	514	3	.03	0	6.7	0
360	.3	.02	520	6	.03	6	3.7	.03
364	2.3	.02	*****			156	3.7	.03
514	2.3	.03	0	6.1	0	160	1.7	.02
520	5.3	.03	6	3.1	.03	360	1.7	.02
*****			156	3.1	.03	364	3.7	.02
0	5.4	0	160	1.1	.02	514	3.7	.03
6	2.4	.03	360	1.1	.02	520	6.7	.03
156	2.4	.03	364	3.1	.02	*****		
160	.4	.02	514	3.1	.03	0	6.8	0
360	.4	.02	520	6.1	.03	6	3.8	.03
364	2.4	.02	*****			156	3.8	.03
514	2.4	.03	0	6.2	0	160	1.8	.02
520	5.4	.03	6	3.2	.03	360	1.8	.02
*****			156	3.2	.03	364	3.8	.02
0	5.5	0	160	1.2	.02	514	3.8	.03
6	2.5	.03	360	1.2	.02	520	6.8	.03
156	2.5	.03	364	3.2	.02	*****		
160	.5	.02	514	3.2	.03	0	6.9	0
360	.5	.02	520	6.2	.03	6	3.9	.03
364	2.5	.02	*****			156	3.9	.03
514	2.5	.03	0	6.3	0	160	1.9	.02
520	5.5	.03	6	3.3	.03	360	1.9	.02
*****			156	3.3	.03	364	3.9	.02
0	5.6	0	160	1.3	.02	514	3.9	.03
6	2.6	.03	360	1.3	.02	520	6.9	.03
156	2.6	.03	364	3.3	.02	*****		
160	.6	.02	514	3.3	.03	0	7	0
360	.6	.02	520	6.3	.03	6	4	.03
364	2.6	.02	*****			156	4	.03
514	2.6	.03	0	6.4	0	160	2	.02
520	5.6	.03	6	3.4	.03	360	2	.02
*****			156	3.4	.03	364	4	.02
0	5.7	0	160	1.4	.02	514	4	.03
6	2.7	.03	360	1.4	.02	520	7	.03
156	2.7	.03	364	3.4	.02	*****		
Y	Z	N	Y	Z	N	Y	Z	N

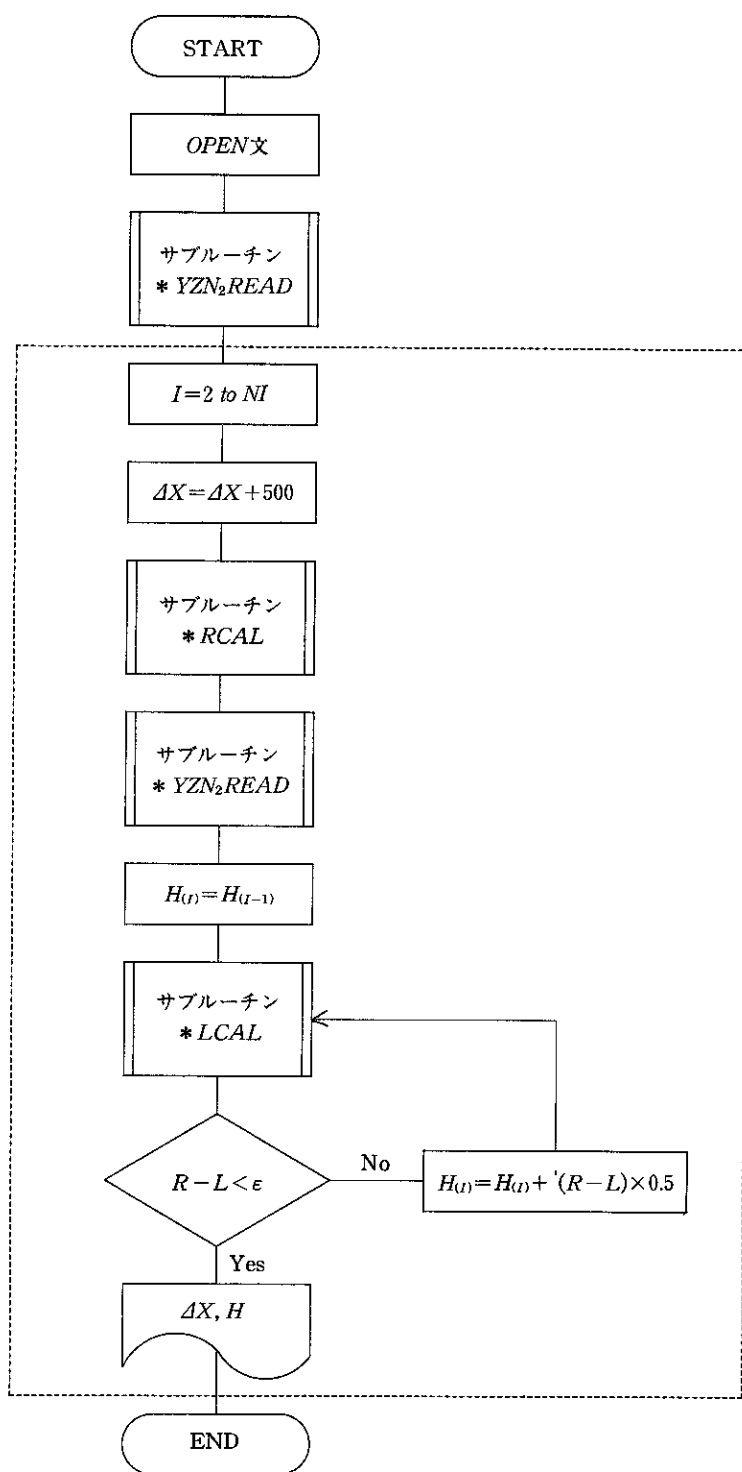


図 3-2-18 例題 3-2-5 不等流計算のフローチャート

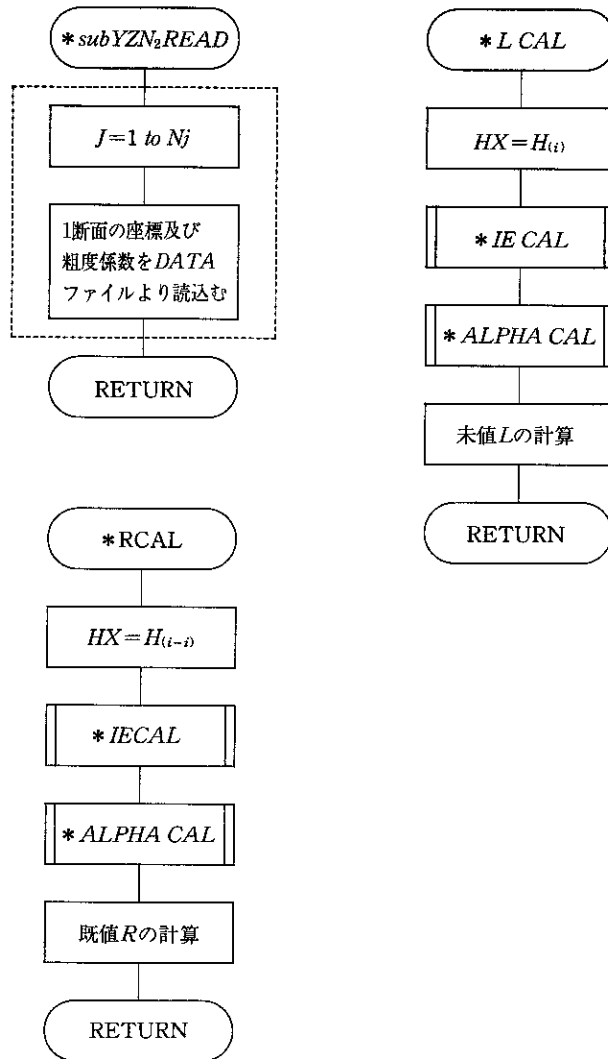


図 3 - 2 - 18のつづき (その1)

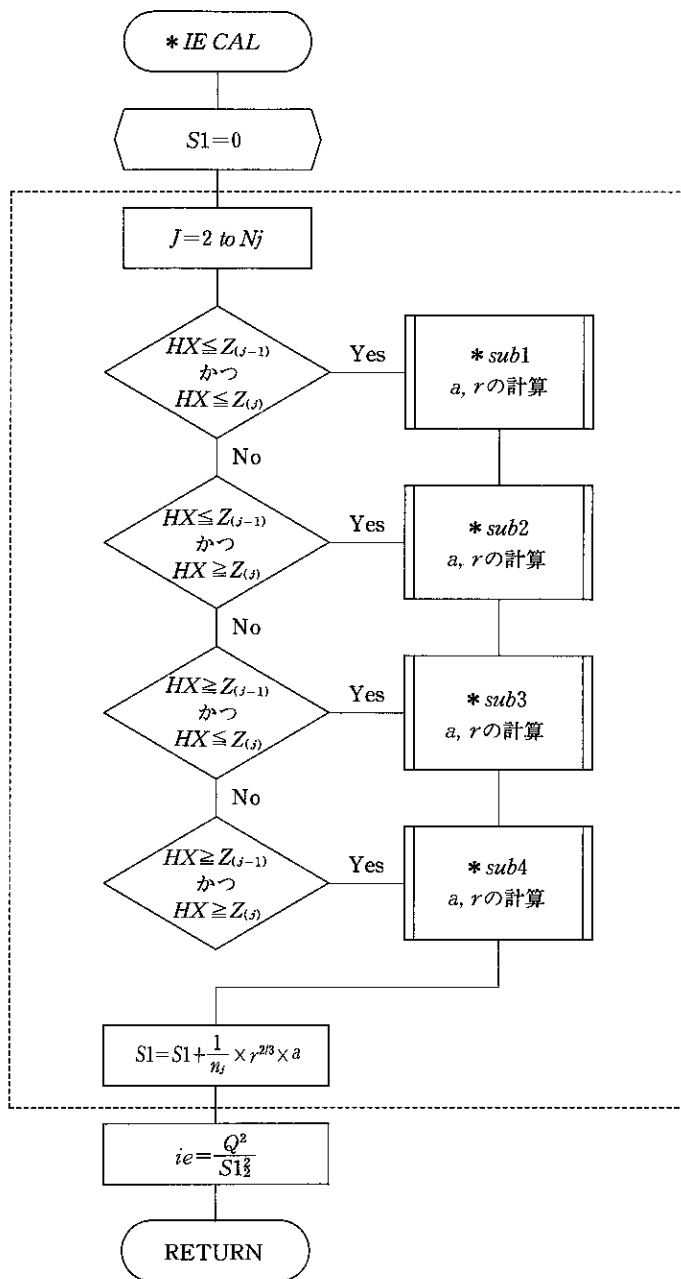


図 3 - 2 - 18のつづき (その 2)

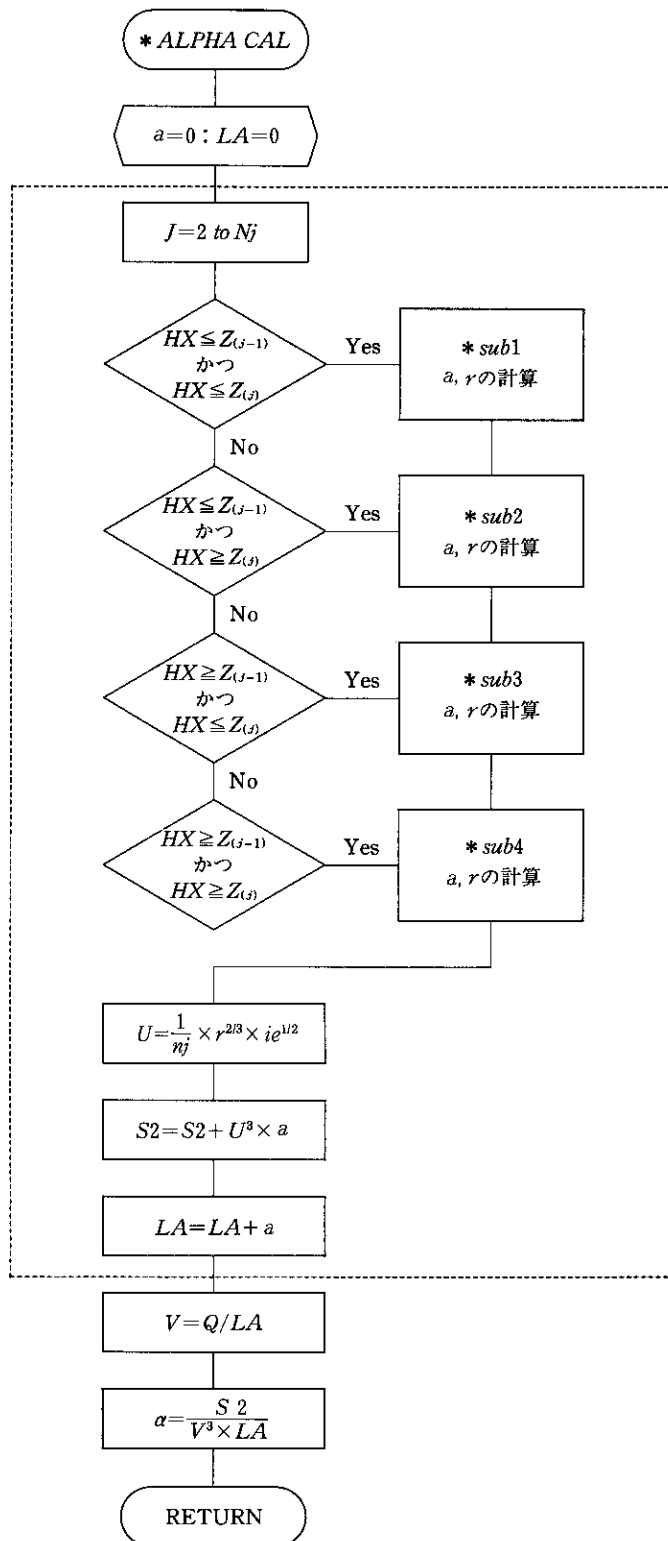


図 3 - 2 - 18のつづき (その 3)

表 3-2-16 例題 3-2-5 不等流計算のプログラムリスト

```

100 'SAVE "B:FUTOUT7.BAS",A
110 DIM Z(10),N(10),SA(10),SR(10),X(10),H(21)
120 H(1)=2,5:NJ=6:N1=21:Q=1000:SA=0:EPS=.001:DX=500:G=9,8:DX7=0
130 BETA=.5
140 OPEN "B:YZN2.DAT" FOR INPUT AS #1
141 OPEN "B:YZN3.DAT" FOR OUTPUT AS #2
150 GOSUB *YZN2READ
151 PRINT #2,USING"#####.###";DX7,H(1)
160 FOR J=2 TO NJ
165 DX7=DX7+500
180 GOSUB *RCAL
190 GOSUB *YZN2READ
200 H(1)=H(1-1)
210 GOSUB *LCAL
220 IF ABS(R-L)<EPS GOTO 240
230 H(1)=H(1)+(R-L)*BETA:GOTO 210
240 PRINT #2,USING"#####.###";DX7,H(1)
250 NEXT J
260 'CLOSE #1
270 END
280 '#####
290 *YZN2READ
300 '#####
310 FOR J=1 TO NJ
320 LINE INPUT #1,AS
330 X(J)=VAL(LEFT$(AS,4))
340 Z(J)=VAL(MID$(AS,12,3))
350 N(J)=VAL(RIGHT$(AS,5))
360 NEXT J
370 RETURN
380 '#####
390 *RCAL
400 '#####
410 HX=H(1-1)
420 GOSUB *IECAL
430 GOSUB *ALPHACAL
440 R=HX+1/(2*G)*ALPHA*V^2+DX/2*IE
450 RETURN
460 '#####
470 *LCAL
480 '#####
490 HX=H(1)
500 GOSUB *IECAL
510 GOSUB *ALPHACAL
520 L=HX+1/(2*G)*ALPHA*V^2-DX/2*IE
530 RETURN
540 '#####
550 *IECAL
560 '#####
570 S1=0
580 FOR J=2 TO NJ
590 IF HX<=Z(J-1) AND HX<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
600 IF HX<=Z(J-1) AND HX>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
610 IF HX>=Z(J-1) AND HX<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
620 IF HX>=Z(J-1) AND HX>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
630 S1=S1+1/N(J)*SR^(Z(J)/3)*SA
640 NEXT J
650 IE=Q^2/S1^2
660 RETURN
670 '#####
680 *ALPHACAL
690 '#####
700 S2=0:LA=0
710 FOR J=2 TO NJ
720 IF HX<=Z(J-1) AND HX<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
730 IF HX<=Z(J-1) AND HX>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
740 IF HX>=Z(J-1) AND HX<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
750 IF HX>=Z(J-1) AND HX>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
760 SU=1/N(J)*SR^(Z(J)/3)*SQR(IE)
770 S2=S2+SU^3*SA
780 LA=LA+SA
790 NEXT J
800 V=Q/LA
810 ALPHA=S2/(V^3*LA)
820 RETURN
830 '#####
840 *SUB1
850 '#####
860 SA=0
870 SS=0
880 SR=0
890 RETURN
900 '#####
910 *SUB2
920 '#####
930 P1=HX-Z(J)
940 P3=Z(J-1)-HX
950 P4=X(J)-X(J-1)
960 P2=P4*P1/(P1+P3)
970 SA=P1*P2/2
980 SS=SQR(P1^2+P2^2)
990 IF SS=0 THEN SR=0:GOTO 1010
1000 SR=SA/SS
1010 RETURN
1020 '#####
1030 *SUB3
1040 '#####
1050 P1=HX-Z(J-1)
1060 P3=Z(J)-HX
1070 P4=X(J)-X(J-1)
1080 P2=P4*P1/(P1+P3)
1090 SA=P1*P2/2
1100 SS=SQR(P1^2+P2^2)
1110 IF SS=0 THEN SR=0:GOTO 1130
1120 SR=SA/SS
1130 RETURN
1140 '#####
1150 *SUB4
1160 '#####
1170 P1=ABS(Z(J)-Z(J-1))
1180 P2=X(J)-X(J-1)
1190 SA=(HX-Z(J)+HX-Z(J-1))*X(J)-X(J-1))/2
1200 IF SS=0 THEN SR=0:GOTO 1230
1210 SS=SQR(P1^2+P2^2)
1220 SR=SA/SS
1230 RETURN

```


表 3-2-17 例題 3-2-5 不等流計算のプログラムリスト

文 番 号	解 説
120	$H(I)$: 初期水深, NJ : 横断方向の分割数 NI : 計算断面数, Q : 流量, SA : 部分面積の初期値の設定, EPS : 打切り誤差, DX : 断面間距離 G : 重力加速度, $DX7$: 断面間距離の累加距離
130	$BETA$: 既知量と未知量の差分を仮定水位 $H(I)$ に加える時の差分値の補正
150	サブルーチン * $YZN2\ READ$ へ行く, 下流端の X : 横断距離, Z : 河床高, N : 粗度係数の読み込み
151	$DX7$, $H(1)$ の出力
160~250	$DX7$, $H(I)$ の計算
165	$DX7 = DX7 + 500$
180	サブルーチン * $RCAL$ へ行く, R : 既知量の計算
190	サブルーチン * $YZN2\ READ$ へ行く, i 断面目の $Y.Z.N$ の読み込み
200	$H(I)$ の初期値の設定
210	サブルーチン * $LCAL$ へ行く, 未知量の計算
220	収束の判断, 収束したならば240番へ行く
230	$H(I)$: 上流側水深の設定, 210番へ行く
240	$DX7$, $H(I)$ の出力
290~370	サブルーチン * $YZN2\ READ$: X : 横断距離, Z : 標高, N : 粗度係数の読み込み
390~450	サブルーチン * $RCAL$: 下流側水深の設定 サブルーチン * $IECAL$ へ行く サブルーチン * $ALPHACAL$ へ行く (3-2-17) 式の R の計算
490~530	サブルーチン * $LCAL$: 上流側水深の設定 サブルーチン * $IECAL$ へ行く サブルーチン * $ALPHACAL$ へ行く (3-2-18) 式の L の計算
550~660	$S1$: (3-2-15) 式の $S1$ の初期値の設定 部分断面形状の判定, サブルーチン840番以降で面積の計算

文 番 号	解 説
630	$S1$ の計算
650	IE (3-2-14) 式の ie (エネルギー勾配) の計算
680~820	$S2$ (3-2-12) 式の $S2$ の初期値の設定 LA : 断面積の初期値の設定 部分断面形状の判定, サブルーチン840番以降で面積の計算
760	SU : マニング式による部分流速の計算
770	$S2$ の計算
780	LA : 断面積の計算
800	V : 断面流速の計算
810	$ALPHA$: (3-2-11) 式の α (エネルギー係数) の計算

不等流の計算

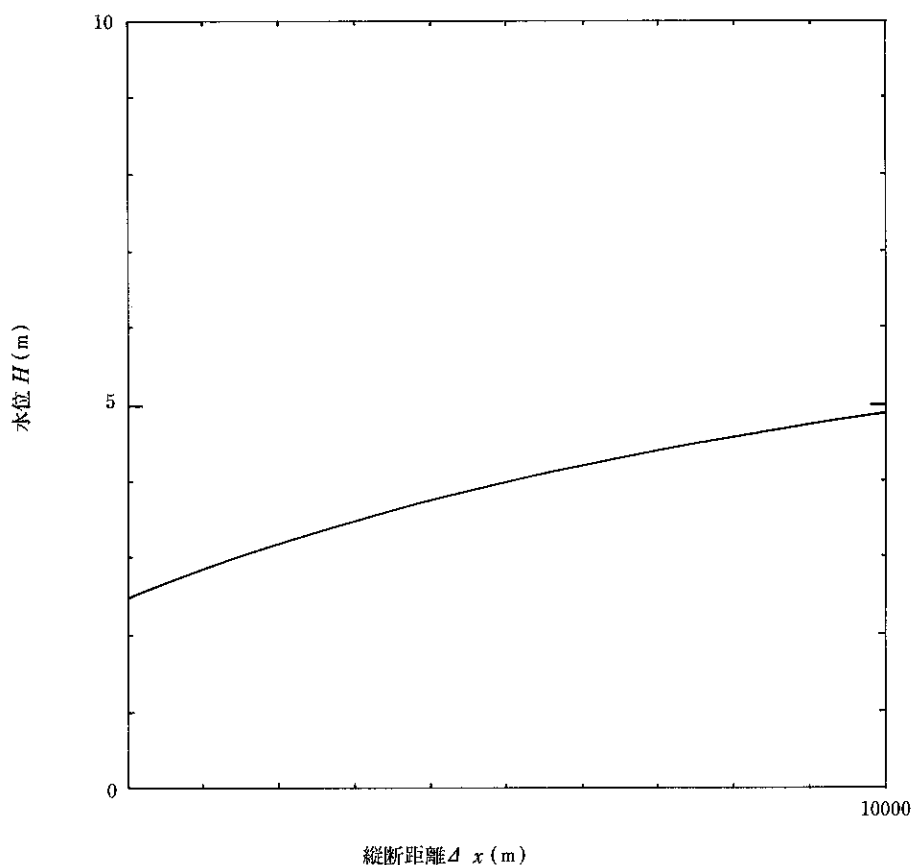


図 3-2-19 例題 3-2-5 のグラフ

表 3 - 2 - 18 H と Δx の関係

0.000	2.500
500.000	2.704
1000.000	2.875
1500.000	3.027
2000.000	3.166
2500.000	3.297
3000.000	3.422
3500.000	3.542
4000.000	3.658
4500.000	3.772
5000.000	3.883
5500.000	3.992
6000.000	4.099
6500.000	4.206
7000.000	4.311
7500.000	4.416
8000.000	4.519
8500.000	4.622
9000.000	4.724
9500.000	4.826
10000.000	4.928

1. 方程式の近似解法

1-1 ニュートン法

関数 $f(x)$ について、テイラー展開する。

テイラー展開

$$f(x) = f(a) + f'(a)\Delta x + \frac{f''(a)}{2!}(\Delta x)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(\Delta x)^n + \dots \quad (\text{補-1})$$

ここでは、1回微分まで十分もとまるものと考え、それ以下のものに対しては無視する。

$$\begin{aligned} f(x) &= f(a) + f'(a)\Delta x \\ f(a) + f'(a)\Delta x &= 0 \\ \Delta x &= -\frac{f(a)}{f'(a)} \end{aligned} \quad (\text{補-2})$$

この時 Δx が修正値となり、近似を進めていく。

例)

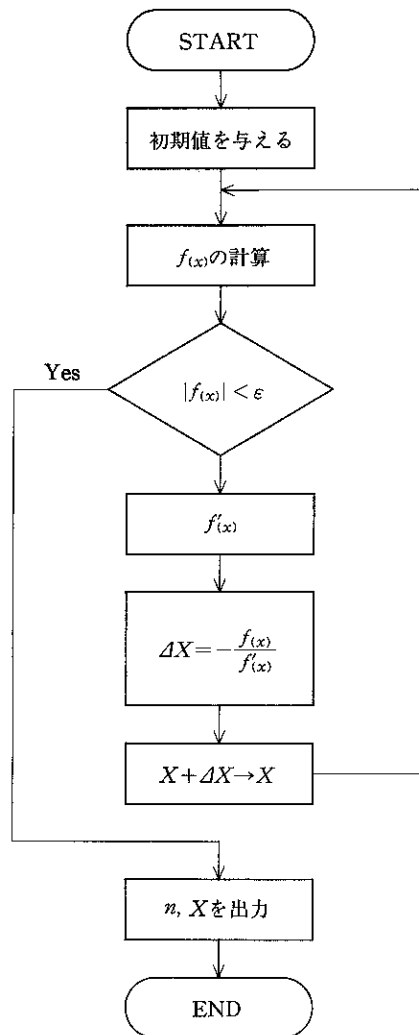
$$\begin{aligned} f(x) &= x^{2.2} - x^{1.3} - 6 \\ f'(x) &= 2.2x^{1.2} - 1.3x^{0.3} \\ \Delta x &= -\frac{f(x)}{f'(x)} \end{aligned}$$

初期値を5とする。

表補 1-1-1 ニュートン法計算表

x	$f(x)$	$f'(x)$	Δx
5	20.39	13.07	-1.56
3.44	4.17	7.81	-0.53
2.91	0.48	6.14	-0.08
2.83	0.00		

これについて *BASIC* プログラムを作る。



図補 1-1-1 ニュートン法フローチャート

表補 1 - 1 - 2 近似プログラム

```

990 'SAVE"KINJI.BAS",A
1000 EPS=.001
1010 X=5 :N=1
1020 LPRINT" N      X      FX      FDX      DX"
1030 LPRINT"-----"
1040 FX=X^2.2-X^1.3-6
1050 IF ABS(FX)<EPS THEN GOTO 1110
1060 FDX=2.2*X^1.2-1.3*X^.3
1070 DX=-FX/FDX
1080 LPRINT USING "## ###.### ###.#### ###.#### ###.####";N,X,FX,FDX,DX
1090 X=X+DX:N=N+1
1100 GOTO 1040
1110 LPRINT USING "## ###.###";N,X

```

表補 1 - 1 - 3 近似プログラムの計算結果

N	X	FX	FDX	DX
1	5.0000	20.39000	13.07020	-1.56004
2	3.4400	4.16687	7.80593	-0.53381
3	2.9062	0.45211	6.12381	-0.07383
4	2.8323	0.00838	5.89694	-0.00142
5	2.8309			

表補1-1-4 ニュートン法プログラムの説明

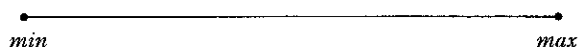
1000	: 収束条件
1010	: x と収束回数の初期値
1040	: $f_{(x)}$ の式
1050	: $f_{(x)}$ の絶対値が, 収束条件以下なら1110へ
1060	: $f_{(x)}$ の式
1070	: $\Delta x = -f_{(x)}/f'_{(x)}$
1090	: x の収束: 収束回数のカウント
1100	: 1040へ

近似プログラムの計算結果は, $N = 5$ 回の計算回数で, 目的の数値 $X = 2.8309$ という解がでる。

1-2 はさみうち法

はさみうち法とは、名前のとおり両側から、得たい数値を任意の数値ではさみ、徐々にそのあいだを狭めてゆき目的の数値をえようというものである。

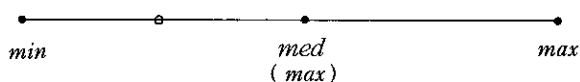
まず任意の数値 min と max をきめる。ただし、目的の数値が min と max の間に必ずなければならない。



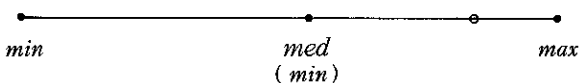
図補 1-2-1

次にこの中間値を計算し、中間値より、得たい数値が min 側なら、この中間点が max に変わり、 max 側なら min になる。

○得たい数値



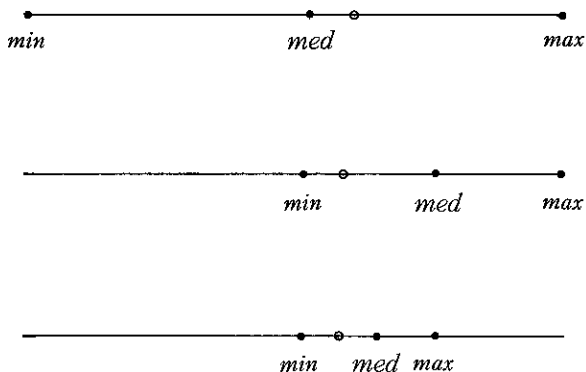
得たい数値が min 側なら、 med が max に



得たい数値が max 側なら、 med が min に

図補 1-2-2

これを数回繰り返し、誤差が十分小さいと思われる値がでたところで $STOP$ する。これで得た数値が目的の値となる。



誤差が十分小さいと思われるところまで、収束させる。

図補 1-2-3

2. 文字列と数字の変換方法

ここではデータとして登録された文字列を、プログラムの中で数字に変換して計算する方法について述べる。

文字列 "A", "B", "C", "7", "5.3"

数 字 1, 5, 7, 10.3, 25

A, B, C………… (変数)

\$: 文字列であることを示す記号

例) 文字列を代入してみる。

```
100 A$ = "I am"
```

```
110 B$ = "a boy"
```

```
120 C$ = A$ + " " + B$
```

```
130 PRINT C$
```

OK

I am a boy

文字列から数字へ (VAL)

例)

```
10 A$ = "10"
```

```
20 A = VAL ( A$ )
```

```
30 PRINT A
```

OK

```
100 A$ = "132.45.....12.35.....4.2 "
```

```
110 C = VAL ( A$ )
```

```
120 PRINT C
```

OK

```
10
```

```
132.35.....12.35.....4.2"
```

数字から文字列へ (STR)

例)

```
10 A = 10
20 C$ = STR (A)
30 PRINT C$
OK
```

10

文字列の部分変換

例)

```
A$ = "132.45      12.35      4.2"
D$ = VAL (LEFT$ (A$, 5)) : PRINT D..... (補-3)
  (A$の左から5文字を取り出してそれを数字に変換しDに入れる。)
E$ = VAL (RIGHT$ (A$, 3)) : PRINT E..... (補-3)
  (A$の右から3文字を取り出してそれを数字に変換しEに入れる。)
F$ = VAL (MID$ (A$, 10, 5)) : PRINT F..... (補-3)
  (A$の右から10番目より5文字取り出してそれを数字に変換しFに入れる。)
```

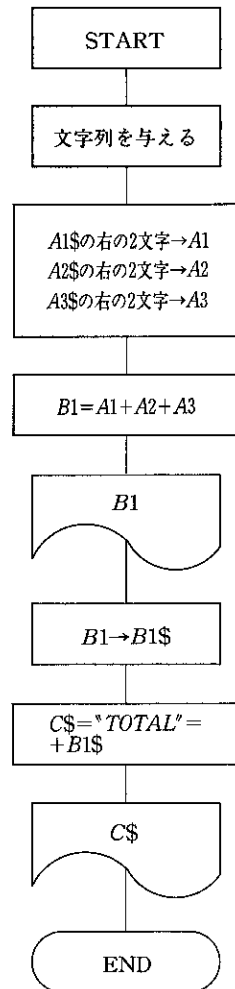
問)

```
100 A1$ = "A1 is 10 "
110 A2$ = "A2 is 20 "
120 A3$ = "A3 is 30 "
```

上の文字列について下の問に答えよ。

- 1) A1\$, A2\$, A3\$, の右の2文字を取り出して数字に直して A1, A2, A3に
入れる。
- 2) A1, A2, A3をプリントする。
- 3) B1\$ = "total = "□
□に A1 + A2 + A3を入れて B1\$ = をプリントする。

これについて *BASIC* のプログラムをつくる。



図補 2 - 1 間のフローチャート

表補 2 - 1 問のプログラム

```

100 'SAVE"B:ASOB3.BAS",A
110 A1$="A1 is 10"
120 A2$="A2 is 20"
130 A3$="A3 is 30"
140 A1=VAL(RIGHT$(A1$,2)):LPRINT A1
150 A2=VAL(RIGHT$(A2$,2)):LPRINT A2
160 A3=VAL(RIGHT$(A3$,2)):LPRINT A3
170 B1=A1+A2+A3
180 PRINT B1
190 B1$=STR$(B1)
200 C$="TOTAL="+B1$
210 PRINT C$

```

表補 2 - 2 問の計算結果

```

10
20
30
TOTAL= 60

```

表補 2 - 3

文 番 号	解 説
110~130	文字列 A1\$, A2\$, A3\$を与える
140~160	(補-4) 式より A1\$, A2\$, A3\$の右の2文字を数字変数 A1, A2, A3に代入する
170	B1に A1+ A2+ A3を代入する
190	B1を文字列に置換える。
200	TOTAL = B1を C\$に代入する。