新現場のための水理学

―― 等流・不等流計算の基礎 ――

平成４年８月

著者　市川嘉輝・三浦敦禎・鳥谷部寿人

開発土木研究所河川研究室

事　務　連　絡
平成４年１０月２日

本局
官房開発調整課　技術開発室長　殿
建設部（河川計画・河川工事・河川管理）課長　殿
各開発建設部
工務課長（小樽・函館・稚内）殿
治水課長（室蘭・旭川・留萌・網走・帯広・釧路）殿
計画課長（石狩川）殿

開発土木研究所　水工部
河川研究室長

『新現場のための水理学－等流・不等流計算の基礎－』について

標記について、上記冊子を送付しますので関係職員に配布してくださいますようお願い申し上げます。なお部局には本部にのみ配布しますので、事務所・事業所等にも適宜配布してくださいますようお願い申し上げます。

記

送付部数　　３部

（発議　河川研究室）

目　　　　次

はじめに

1．開水路流れの基本事項……1

1－1　河川に関する基本的名称……1

1－2　等流・不等流・不定流……3

1－3　河川の計算における基本事項……5

2．開水路における等流の計算法……8

2－1　矩形断面……8

2－2　任意形状断面……9

2－3　水位－流量曲線の作成方法……12

2－4　流量・水深曲線……22

3．開水路における不等流の計算方法……28

3－1　開水路における不等流……28

3－2　任意断面における不等流計算……43

あとがき

参考文献

はじめに

河川研究室に入り，河川の流量計算のごく基本的なことから学び，まとめたのが，この冊子である。

河川計算のことをよく分かっている方にとっては，当たり前のことばかりであろうが，知らない方でもこれを見てもらえば，基本的なことはわかるようになってもらえると思う。

おもに，等流・不等流のことをやっているので，興味のある方はみてもらいたい。

1992年５月29日

著者一同

1．開水路流れの基本事項

1－1　河川に関する基本的名称

改修の行われた大きな河川には通常，堤防がある。その河側（堤防と堤防に挟まれたところ）を堤外地，逆に家・建物・道路などがある側を堤内地という。変な感じがするかもしれないが，これは昔の堤防というものは，集落を取り囲む様にできていたため，今現在にいたっても建物のある方が堤内地と呼ばれている。図1－1－1参照

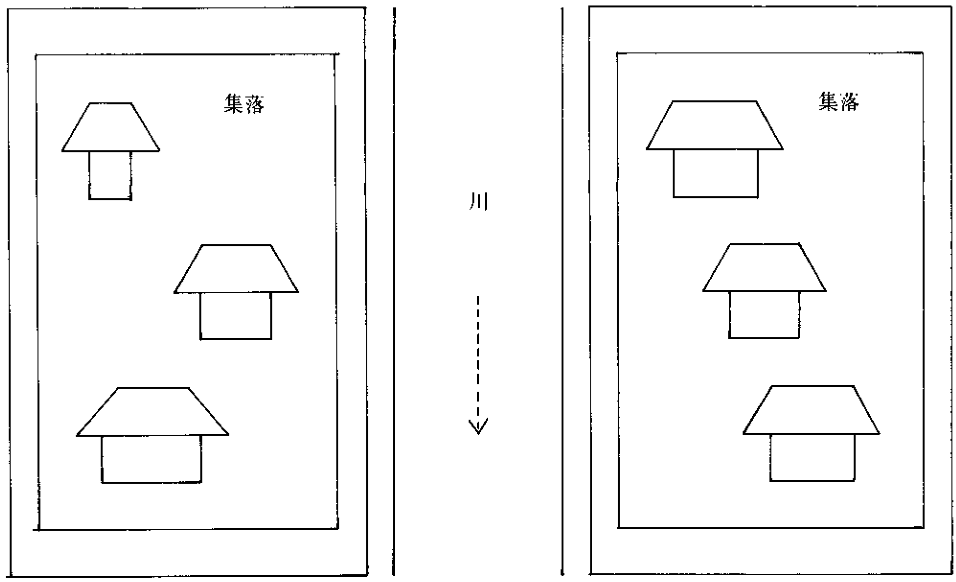


図1－1－1　昔の堤防の図

河川断面を上流から下流に向かってみると，図１－１－２のようになっている。
河川断面の各部の名称を図１－１－２に示す。

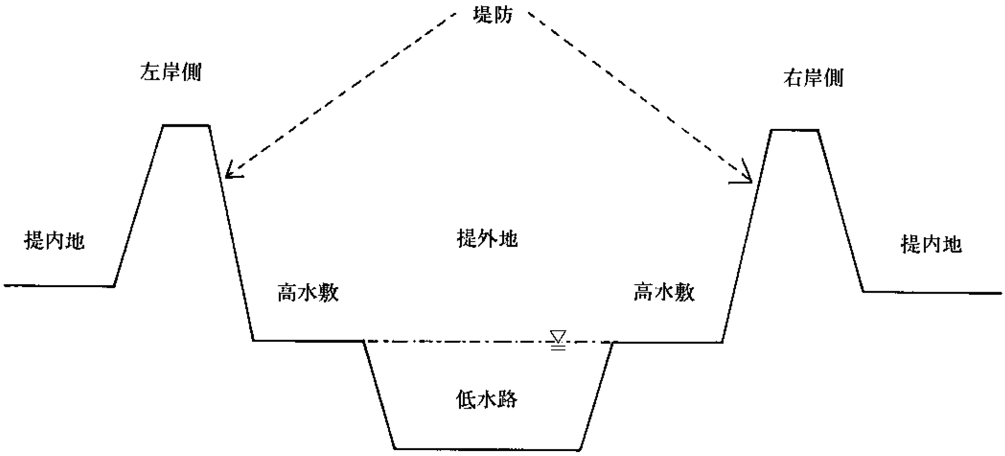


図１－１－２　堤防と各名称

ここで，上流から下流を見て右が右岸，左が左岸である。

1－2　等流・不等流・不定流

河川の流れは，その時間，空間的性質により，以下のように分類される。

①等　流：水深や流量などが，時間や場所の違いによって変化せず，どこでも一定な流れ。

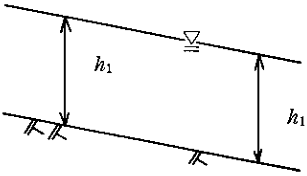


図１－２－１　等流図

②不等流：時間的に流量は一定ではあるが，場所によって水深などが違っている。しかし，その水面形は時間的に変化しない流れ。

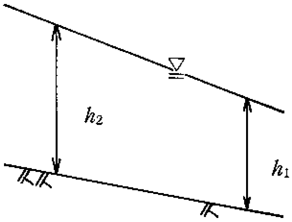


図１－２－１　不等流図

③不定流：時間的にも場所的にも一定ではなく，水深や流量などが変化する流れ。

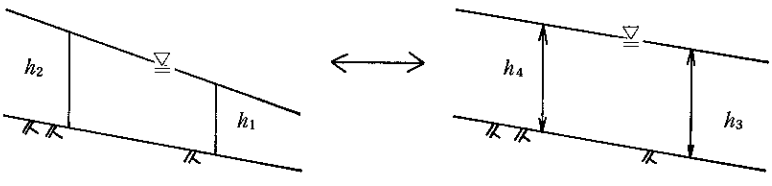


図１－２－３　不定流図

これらの流れの性質をまとめると表１－２－１の様になる

表１－２－１　等・不等・不定流表

		時間	
		一定	不定
空間	一定	等流	
	不定	不等流	不定流

1－3　河川の計算における基本事項

河川の計算を行うための基本変数として，以下の諸量が挙げられる。ここで（　）内は単位であり，通常用いられるものを示している。

①河 川 幅　B (m)

②断 面 積　A (m^2)　河川の水の流れている部分での断面。

③潤　　辺　S (m)　水が接している辺の部分。

④径　　深　R (m)　動水半径ともいう。

径深については断面積を潤辺を用いて次式で表される。

$$R = \frac{A}{S} \quad \cdots\cdots (1-3-1)$$

⑤水　　深　h (m)　河川の深さ。

⑥流　　速　V (m/s)　河川の流れの速さ。

⑦流　　量　Q (m^3/s)　単位時間内に流れる水の量。等流や不等流など，時間的に流れの変化しない流れでは，流量は次式で表される。

$$Q = A * V \quad \cdots\cdots (1-3-2)$$

⑧河 床 高　Z (m)　基準面から河底までの高さ。

⑨水　　位　H (m)　基準面から河川水面までの高さ。水位は，河床と深の和で表される。

$$H = Z + h \quad \cdots\cdots (1-3-3)$$

⑩水面勾配　i_w　河川水面の上流から下流への勾配

⑪河床勾配　i_b　河床の上流から下流への勾配

以上の変数，図1－3－1・図1－3－2にまとめて示す。

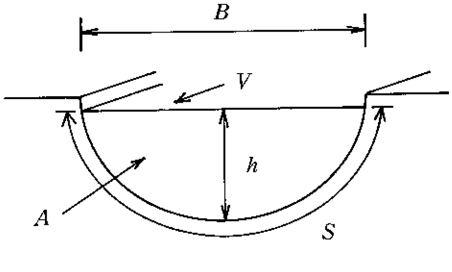


図1－3－1　河川断面図

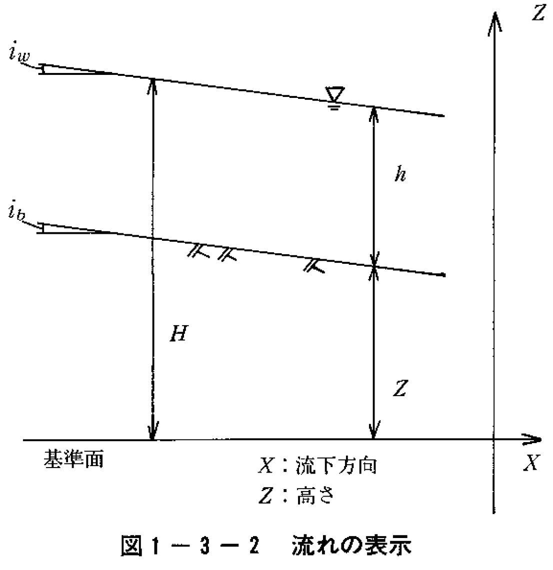


図1－3－2　流れの表示

矩形断面において，河幅 B が水深に比べて極めて大きな場合，水深 h を径深 R に置き換えることが可能となる。これを次の例題　1－3－1で示す。

図1－3－1を参考とする。

例題　1－3－1

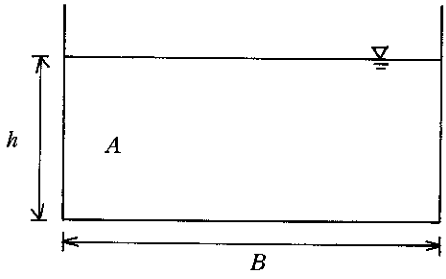


図1－3－1　矩形断面図

$$A = B * h \quad \text{①}$$

$$S = 2h + B \quad \text{②}$$

式（1－3－1）①，②より

$$R = \frac{A}{S} \quad \text{③}$$

$$= \frac{Bh}{2h + B}$$

分母・分子を B で割る

$$= \frac{h}{2\frac{h}{B} + 1}$$

$$\simeq h$$

$\frac{h}{B}$ が極めて小さな値になり，h が径深とみなしてもかまわなくなる例えば，水深が1mで，河幅が100mとすると $\frac{h}{B}$ は0.01mとなる。③の式で，R は0.98mとなるので実際の大きな河川のようにもっと水深と河川幅に差がある場合，水深 h が径深と見なしてもいい。

⑫マニングの式（等流の場合）

$$V=\frac{1}{n}R^{2/3}I^{1/2} \cdots\cdots\cdots\cdots (1-3-4)$$

V：流速

n：粗度係数

R：径深（広矩形断面の場合には h でも可）

I：河川の勾配

2．開水路における等流の計算法（ここでは，広矩形断面とみなし径深を h とする）

2－1　矩形断面

下の図２－１－１矩形断面について

$n=0.02$，$I=1/100$

の条件で流速，流量を求める

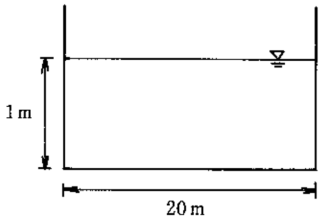


図２－１－１　矩形断面

①流速はこの場合流量がわからないのでマニングの式 式（１－３－４）を用いる。

式（１－３－４）

$$V=\frac{1}{n}h^{2/3}I^{1/2}$$

$$=\frac{1}{0.02}\times 1^{2/3}\times\left(\frac{1}{100}\right)^{1/2}$$

$$=5(\mathrm{m/s})$$

②流量は式（１－３－２）を使う。

$$Q=AV$$

$$=1\times 20\times 5$$

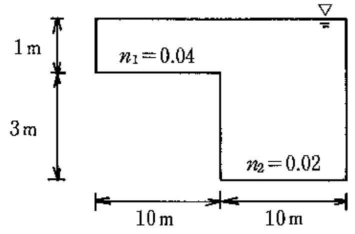
$$=100(\mathrm{m^3/s})$$

したがって，図２－１－１の流量は $100\mathrm{m^3/s}$ となる。

2－2　任意形状断面

2－2－1　任意形状断面1（流量を求める）

図2－2－1の断面について水深1m側が　$n_1=0.04$，3m側が　$n_2=0.02$，$I=1/100$ の条件で流量を求めよ。



①この断面は矩形断面ではないが，図2－2－2の様に[1]，[2]断面にそれぞれ分けておのおのの　A_1V_1，A_2V_2 を求める。

図2－2－1　任意形状断面

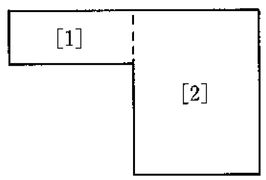


図2－2－2

$A_1=1\times10$　　　$A_2=3\times10$

$=10(\mathrm{m}^2)$　　　$=30(\mathrm{m}^2)$

式（1－3－4）より

$$V_1=\frac{1}{n_1}h_1^{2/3}I^{1/2} \qquad V_2=\frac{1}{n_2}h_2^{2/3}I^{1/2}$$

$$=\frac{1}{0.04}\cdot1^{2/3}\cdot\left(\frac{1}{100}\right)^{1/2} \qquad =\frac{1}{0.02}\cdot3^{2/3}\cdot\left(\frac{1}{100}\right)^{1/2}$$

$$=2.5(\mathrm{m/s}) \qquad =10.4(\mathrm{m/s})$$

②[1]，[2]断面でそれぞれ求めと A_1，V_1，A_2，V_2 で断面全体の流量を求める。

式（1－3－2）より

$Q=A_1V_1+A_2V_2$

$=10\cdot2.5+30\cdot10.4$

$=25+312$

$=337(\mathrm{m^3/s})$

2－2－2　任意形状断面２（水深を求める）

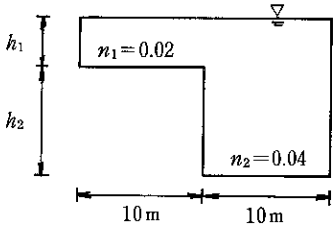


図 2 － 2 － 3 の断面について下記の条件で水深 h_1 を求める。

h_1 側 $n_1=0.02$，h_2 側 $n_2=0.04$

$I=1/1000$，$Q=80m^3/s$，$h_1=h_2-1$

図２－２－２　任意断面

①２－２－１と同じように断面を分けて考える。図２－２－２参照

$h_2=h_1+1$

$A_1=10h_1$　　　　$A_2=10h_2=10(h_1+1)$

式（１－３－４）より

$$V_1=\frac{1}{n_1}h_1^{2/3}I^{1/2} \qquad V_2=\frac{1}{n_2}h_2^{2/3}I^{1/2}$$

$$\frac{1}{0.02}h_1^{2/3}\left(\frac{1}{1000}\right)^{1/2} \qquad =\frac{1}{0.04}(h_1+1)^{2/3}\left(\frac{1}{1000}\right)^{1/2}$$

$$=1.58h_1^{2/3} \qquad =0.79(h_1+1)^{2/3}$$

$$Q=A_1V_1+A_2V_2$$
$$=10h_1\cdot 1.58h_1^{2/3}+10(h_1+1)\cdot 0.79(h_1+1)^{2/3}$$
$$=15.8h_1^{5/3}+7.9(h_1+1)^{5/3}$$
$$=80$$

②前式 Q を近似解法により h_1 を求める。近似解法については、ニュートン法を用いる。(ニュートン法については補遺参照)

Q の式を $f_{(h1)}$ の式にする。

$$f_{(h1)}=15.8h_1^{5/3}+7.9(h_1+1)^{5/3}-80$$

$f_{(h1)}$ を１回微分する。

$$f'_{(h1)}=26.3h_1^{2/3}+13.2(h_1+1)^{2/3}$$

修正値 Δh を出す。

$$\Delta h = -\frac{f_{(h1)}}{f'_{(h1)}}$$

$$= -\frac{15.8h_1^{5/3} + 7.9(h_1+1)^{5/3} - 80}{26.3h_1^{2/3} + 13.2(h_1+1)^{2/3}}$$

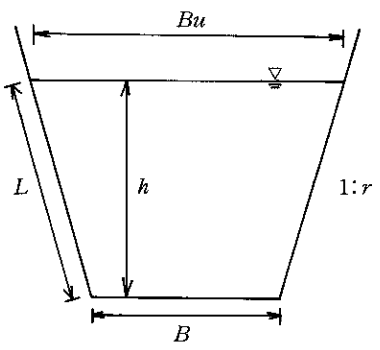
h_1の初期値を１ｍとして近似を進めていくと表２－２－１のようになる。

表２－２－１　近似計算表

h_1	$f_{(h1)}$	$f'_{(h1)}$	Δh
1 m	-39.12	47.25	0.83
1.83	7.99	65.76	-0.12
1.71	0.25	63.27	0.004
1.706			

2 － 3　流量・水位曲線の作成方法

台形断面を使った $h-Q$ 曲線をつくる。台形断面については，図２－３－１を考える。



h：水深

B：河川底の幅

B_u：河川水面での幅

γ：河側勾配割合

L：河川側面長

図２－３－１　台形断面

$h-Q$ 曲線とは流量 Q が一定の変化量で増加する時に，水深 h がどの様に変化するかを表したものである。

普通，流量が増えれば水深が高くなるのは当たり前であるが，どの様に変化していくのか分かるだろうか？その事を明らかにするのが，この問題の目的の目的である。まず，Q に任意の値を与えられた時の h の算出法を考えてみる。

例題を２つ挙げる。

例題　２－３－１　はさみうち法を使った方法（はさみうち法については，補遺参照）

$$L=h\sqrt{1+\gamma^2} \quad \text{①}$$

$$S=B+2L \quad \text{②}$$

$$Bu=B+2h\gamma \quad \text{③}$$

$$A=\frac{1}{2}(B+Bu)h \quad \text{④}$$

式（1－3－1）より

$$R=\frac{A}{S} \cdots\cdots ⑤$$

式（1－3－3）より

$$V=\frac{1}{n}R^{2/3}I^{1/2} \cdots\cdots ⑥$$

式（1－3－2），⑥より

$$Q=AV$$

$$=A\cdot\frac{1}{n}R^{2/3}I^{1/2} \cdots\cdots ⑦$$

$A\cdot\frac{1}{n}R^{2/3}I^{1/2}$ を Q_1 とする。

h を仮定すると、L，S，Bu，A，R，V の値がでてくるので，Q_1を計算する。

もし，$Q_1=Q$ ならば，その Q_1 の h が答え。

もし，Q_1 が Q より小さいならば，h を大きくして，再び計算を繰り返す。

もし，Q_1 が Q より大きいならば，h を小さくして，再び計算を繰り返す。

図2－3－2　h－Q プログラム1のフロチャート

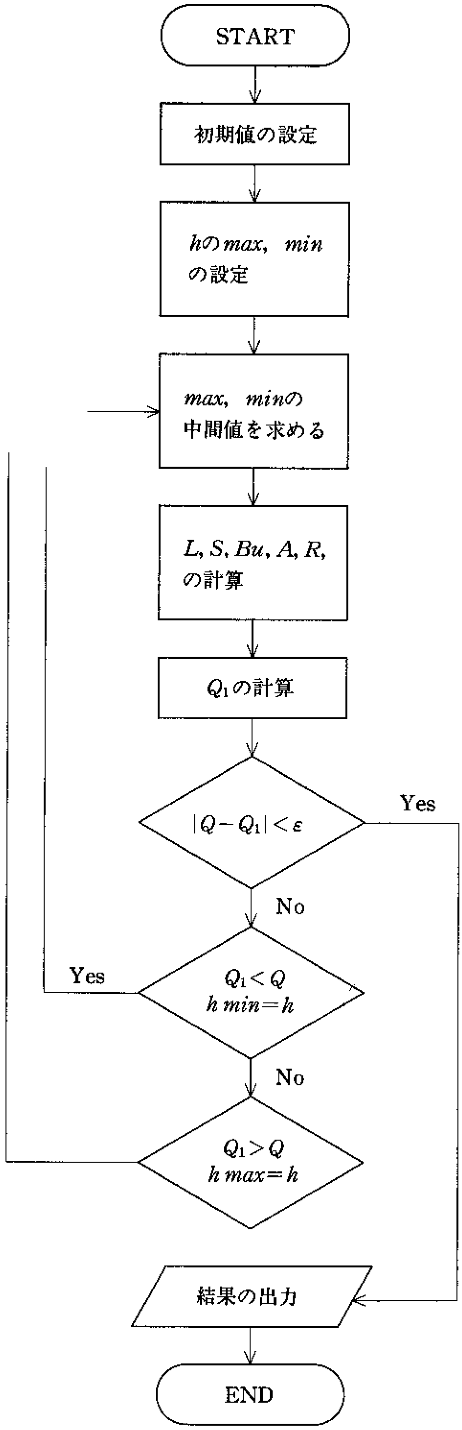


表２－３－１　$h-Q$ プログラム１

```
1000  DIM B(250),Z(250),N(250),H(250),M(250)
1010 Q=20:B=10:I=.001:N=.02:ALF=1:M=0
1020 HMAX=100
1030 HMIN=0
1040 M=0
1050 LPRINT "H=";H
1060 H=(HMIN+HMAX)/2
1070 M=M+1
1080 EPS=.01
1090 L=H*SQR(1+ALF^2)
1100 S=B+2*L
1110 BU=B+2*H*ALF
1120 A=.5*(B+BU)*H
1130 R=A/S
1140 Q1=R^(2/3)*I^(1/2)*A/N
1150 IF ABS(Q-Q1)<EPS GOTO 1180
1160 IF Q1<Q THEN HMIN=H : GOTO 1050
1170 IF Q1>Q THEN HMAX=H : GOTO 1050
1180 LPRINT "H=";H,"Q="Q,"Q1=";Q1,"M=";M
```

以上の結果表２－３－２のような値が出る。

表２－３－２　$h-Q$ プログラム１の結果

```
H= 0
H= 50
H= 25
H= 12.5
H= 6.25
H= 3.125
H= 1.5625
H= .78125
H= 1.17188
H= .976563
H= 1.07422
H= 1.12305
H= 1.14746
H= 1.15967
H= 1.15356
H= 1.15662
H= 1.15509
H= 1.15585     Q= 20          Q1= 20.0024    M= 17
```

表２－３－３　$h-Q$ プログラム１の説明

1000	B, Z, N, h のディメンション
1010	初期値
1020	$hmax$ の初期設定
1030	$hmin$ の初期設定
1040	計算回数のカウントの初期値
1060	$hmax$ と $hmin$ の中間値の計算
1070	計算回数のカウント
1080	収束値
1090 ～ 1130	L, S, Bu, A, R の計算
1140	Q_1 の計算
1150 ～ 1170	Q_1 の判定
1180	計算結果の出力

$Q=20\,\mathrm{m^3/s}$ での水深 h は，1.1585 m で，計算回数 M は17回というのが最終結果となる。実際流量 Q と計算流量 Q_1 との最終的な誤差が0.024となり，収束値 ε の条件を満たしている。

例題　２－３－２　ニュートン法を使った方法（ニュートン法については，補遺参照）台形断面は２－３－１と同じ

$$L = h\sqrt{1+\gamma^2} \cdots\cdots ①$$

①より

$$S = B + 2L \cdots\cdots ②$$

$$= B + 2h\sqrt{1+\gamma^2}$$

$$Bu = B + 2\gamma h \cdots\cdots ③$$

$$A = Bh + \gamma h^2 \cdots\cdots ④$$

式（１－３－１），②，④より

$$R = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{S}} = \frac{Bh+\gamma h^2}{B+2h\sqrt{1+\gamma^2}} \cdots\cdots ⑤$$

式（１－３－３），⑤より

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3}\, I^{1/2}$$

$$= \frac{1}{n}\left(\frac{Bh+\gamma h^2}{B+2h\sqrt{1+\gamma^2}}\right)^{2/3} I^{1/2} \cdots\cdots ⑥$$

式（１－３－２），④，⑥より

$$Q = AV$$

$$= (Bh+\gamma h^2)\left\{\frac{1}{n}\left(\frac{Bh+\gamma h^2}{B+2h\sqrt{1+\gamma^2}}\right)^{2/3} I^{1/2}\right\} \cdots\cdots ⑦$$

$$f_{(h)} = Q - (Bh+\gamma h)^2\left\{\frac{1}{n}\left(\frac{Bh+\gamma h^2}{B+2h\sqrt{1+\gamma^2}}\right)^{2/3} I^{1/2}\right\}$$

$$= Q - \frac{(Bh+\gamma h^2)^{5/3}}{(B+2h\sqrt{1+\gamma^2})^{2/3}}\ \frac{I^{1/2}}{n} \cdots\cdots ⑧$$

$f_{(h)} = 0$ を満たす h が答え。

$f'_{(h)}$ が求まれば，

$$\Delta h = -\frac{f_{(h)}}{f'_{(h)}}$$

が出来る。

⑧を次のように変える。

$$f_{(h)}=Q-\frac{P_{(h)}}{G_{(h)}}\left(\frac{I^{1/2}}{n}\right)\cdots\cdots⑨$$

$$P_{(h)}=(Bh+\gamma h^2)^{5/3}$$

$$G_{(h)}=(B+2h\sqrt{1+\gamma^2})^{2/3}$$

$$f'_{(h)}=\frac{G_{(h)}\times P'_{(h)}-G'_{(h)}\times P_{(h)}}{G^2_{(h)}}\left(\frac{I^{1/2}}{n}\right)\cdots\cdots⑩$$

$$P'_{(h)}=\frac{5}{3}(Bh+\gamma h^2)^{2/3}(B+2\gamma h)$$

$$G'_{(h)}=\frac{2}{3}(B+2h\sqrt{1+\gamma^2})^{-1/3}(2\sqrt{1+\gamma^2})$$

$f'_{(h)}$の証明

$$f_{(x)}=\frac{f_{2(x)}}{f_{1(x)}}$$

$$f_{1(x)}f_{(x)}=f_{2(x)}$$

両辺を x で微分

$$f_{1(x)}f'_{(x)}+f'_{1(x)}f_{(x)}=f'_{2(x)}$$

$$\therefore f'_{(x)}=\frac{f'_{2(x)}-f'_{1(x)}f_{(x)}}{f_{1(x)}}=\frac{f'_{2(x)}-f'_{1(x)}\dfrac{f_{2(x)}}{f_{1(x)}}}{f_{1(x)}}=\frac{f_{1(x)}f'_{2(x)}-f'_{1(x)}f_{2(x)}}{{f_{1(x)}}^2}$$

これをコンピュータで答を求める。

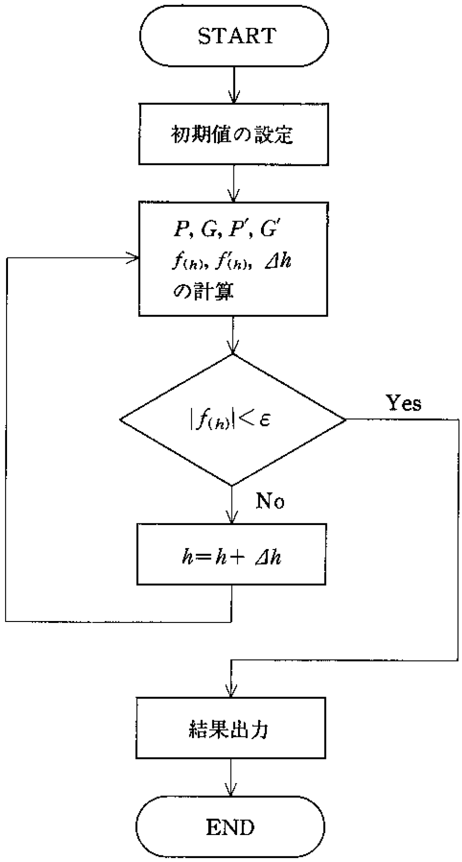


図２－３－３　h－Q プログラム２のフロチャート

表２－３－３　$h-Q$ プログラム２

```
1000 NI=100:DIM H(NI),P(NI),G(NI)
1010 Q=20:I=.001:N=.02:B=10:ALF=1:X=0
1020 H=1
1030 EPS=.01
1040 X=X+1
1050 LPRINT "H=";H
1060 P=(B*H+ALF*H^2)^(5/3)
1070 G=(B+2*H*SQR(1+ALF^2))^(2/3)
1080 DP=5/3*(B*H+ALF*H^2)^(2/3)*(B+2*ALF*H)
1090 DG=2/3*(B+2*H*SQR(1+ALF^2))^(-1/3)*(2*SQR(1+ALF^2))
1100 FH=Q-P/G*I^(1/2)/N
1110 DFH=-I^(1/2)/N*(G*DP-DG*P)/G^2
1120 DH=-FH/DFH
1130 QC=Q-FH
1140 IF ABS(FH)<EPS GOTO 1170
1150 H=H+DH
1160 GOTO 1040
1170 LPRINT "X=";X,"H=";H,"QC=";QC
```

以上の結果　表２－３－４のような値が出る。

表２－３－４　$h-Q$ プログラム２の結果

```
H= 1
H= 1.16399
H= 1.15579
X= 3           H= 1.15579     QC= 20.0006
```

表2－3－5　$h-Q$ プログラムの説明

1000：	h，P，Gのディメンション
1010：	初期値の設定
1020：	hの初期値
1030：	収束値
1040：	計算回数のカウント
1060 ～ 1130	：計算式
1140：	$f_{(h)}$の判定式
1150：	hの修正
1170：	計算結果の出力

$Q=20\,\mathrm{m^3/s}$ での水深 h は1.15579 m で、計算回数 X は3回というのが最終結果となる。実際流量 Q と，計算流量 QC との最終的な誤差が0.0006となり，収束値ε の条件を満たしている。

(1)と(2)の結果を見てもらえば分かると思うが，2つの方法に計算回数の違いこそあるが，結果については，ほとんど無視できるほどの誤差しかない。以上の結果から，どちらの方法を使っても，でてくる数値は同じだといえる。どちらの方法を使うかは，自らの好みではあるが，まだほかに別の方法があると思うので，そちらの方も考えてみたらいいだろう。

2－4　流量・水深曲線

(1)(2)で任意流量での、水深のだし方が分かったと思うので、次に初めの目的であった、流量を変化させたときの水深の変化について計算を行う。

ここでは、前述のニュートン法でのプログラムを使用する。

考え方は、プログラムを流量の変化毎に計算させて、その結果を出力させる。

最後に、出力結果をデータとして、$h-Q$曲線図を作る。このとき、Qを 2 ㎥/s から100㎥/s まで、2 ㎥/s ずつ増加させていくものとする。

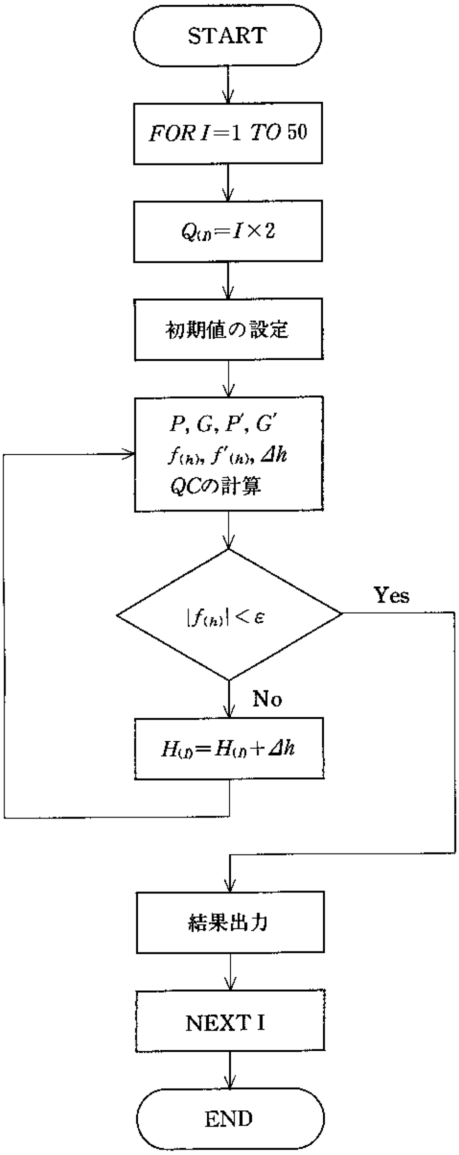


図２－４－１　$h-Q$ 曲線フローチャート

表２－４－１　$h-Q$ 曲線プログラム

```
10 'save "B:DAIKEI3.BAS",A
100 DIM H(100),Q(100)
200  OPEN"B:HQ.DAT"FOR OUTPUT AS #1
300 FOR I=1 TO 50
400 Q(I)=I*2
1010 IN=.001:N=.02:B=10:ALF=1:X=0
1020 H(I)=1
1030 EPS=.01
1035 'X=X+1
1036 'PRINT "Q(I)=";Q(I),"H(I)=";H(I)
1040 P=(B*H(I)+ALF*H(I)^2)^(5/3)
1050 G=(B+2*H(I)*SQR(1+ALF^2))^(2/3)
1060 DP=5/3*(B*H(I)+ALF*H(I)^2)^(2/3)*(B+2*ALF*H(I))
1070 DG=2/3*(B+2*H(I)*SQR(1+ALF^2))^(-1/3)*(2*SQR(1+ALF^2))
1080 FH=Q(I)-P/G*IN^(1/2)/N
1090 DFH=-IN^(1/2)/N*(G*DP-DG*P)/G^2
1100 DH=-FH/DFH
1110 QC=Q(I)-FH
1120 IF ABS(FH)<EPS GOTO 1140
1125 H(I)=H(I)+DH
1130 GOTO 1035
1140  PRINT #1,USING"###.###";Q(I),H(I)
1150 'LPRINT USING"###.###";Q(I),H(I)
1500 NEXT I
1510  CLOSE #1
```

以上の事より次のような計算結果ができる。この結果を元に $h-Q$ 曲線図を作る。

表2－4－3　$h-Q$ 曲線プログラムの結果

2.000	0.291	52.000	2.036
4.000	0.440	54.000	2.081
6.000	0.562	56.000	2.126
8.000	0.668	58.000	2.170
10.000	0.763	60.000	2.214
12.000	0.851	62.000	2.257
14.000	0.934	64.000	2.299
16.000	1.012	66.000	2.340
18.000	1.085	68.000	2.381
20.000	1.156	70.000	2.422
22.000	1.223	72.000	2.462
24.000	1.289	74.000	2.501
26.000	1.351	76.000	2.540
28.000	1.412	78.000	2.579
30.000	1.471	80.000	2.617
32.000	1.529	82.000	2.654
34.000	1.585	84.000	2.692
36.000	1.639	86.000	2.728
38.000	1.693	88.000	2.765
40.000	1.745	90.000	2.801
42.000	1.796	92.000	2.836
44.000	1.845	94.000	2.872
46.000	1.894	96.000	2.907
48.000	1.942	98.000	2.941
50.000	1.990	100.000	2.976

表２－４－２　$h-Q$ 曲線プログラムの説明

1000：h，Qのディメンジョン
1010：データをフロッピーに入力させるためのオープン文
1030：Qの増加式
1040：初期値
1050：hの初期値
1060：収束値
1080：Q，hの途中経過の出力
1090
～：P，G，P'，G'，$f_{(h)}$，$f'_{(h)}$，hの計算
1060
1170：$\lvert f_{(h)}\rvert$の判定
1180：hの修正式
1200：フロッピーにデータを書かせる文
1210：計算結果の出力
1220：$I=I+1$として次の流量へ
1230：フロッピーを閉じる

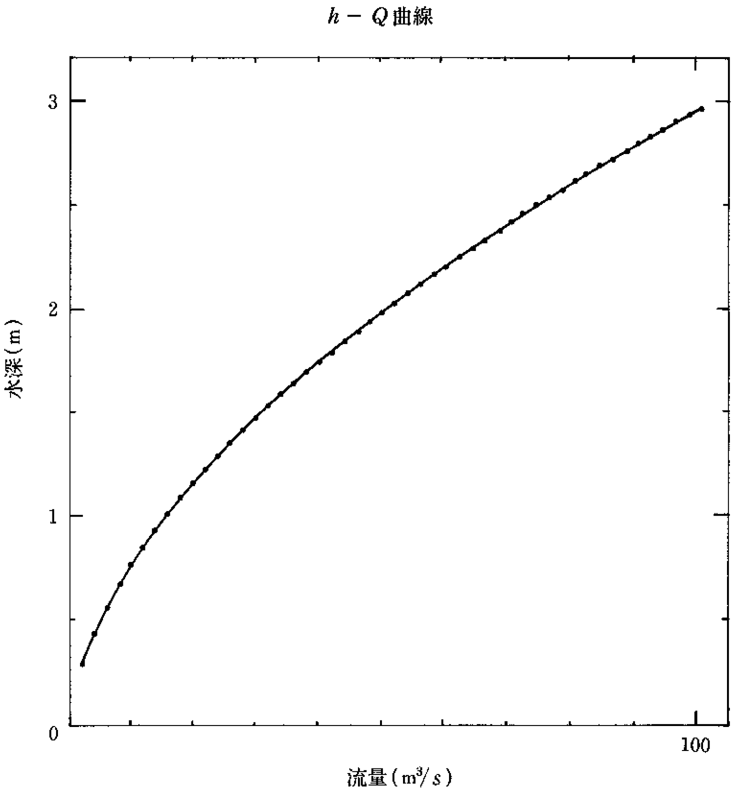


図2－4－2　h－Q曲線図

3．開水路における不等流の計算方法

本章においては，開水路における不等流の計算法について述べる。

3－1　開水路における不等流

不等流の流れをエネルギー保存の法則に基づいて考える。ある物理運動に関して位置エネルギー（mgH）と運動エネルギー（$\frac{1}{2}mv^2$）の和は，常に一定な総エネルギー（E'）となる

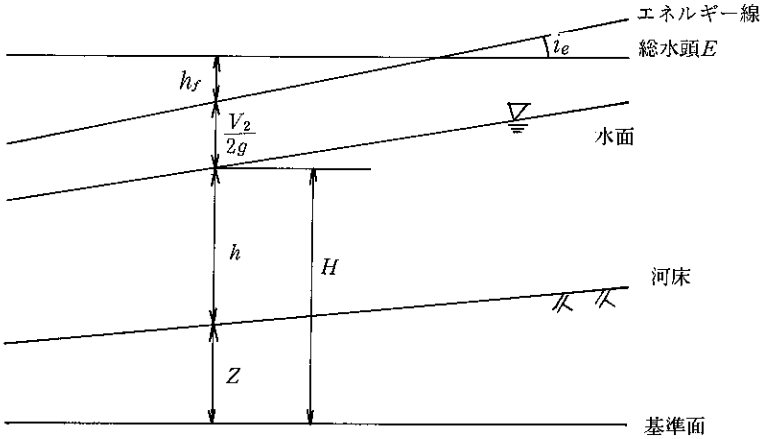
$$E'=mgH+\frac{1}{2}mv^2 \quad \cdots\cdots(3-1)$$

ここで，E'：総エネルギー，m：質量，g：重力加速度，H：高さ，v：速度、である。

この式（3－1）を水理学的エネルギーとして水頭に換算するために，式の両辺をmgで割る。

$$\frac{E'}{mg}=H+\frac{V^2}{2g} \quad \cdots\cdots(3-2)$$

位置水頭（H）と速度水頭（$\frac{V^2}{2g}$）の和といった形になる。この関係を図で表すと図3－1のようになる。



h：水深
Z：河床高
H：水位
i_e：エネルギー勾配
h_f：摩擦損失水頭
$\frac{V_2}{2g}$：速度水頭

図3－1　開水路内の流れ

ところが図3－1を見ると総水頭（E）にたっしない部分 h_f が存在する。

この量 h_f は水が流れる際に流水と河床とがこすれ合うことにより生ずる摩擦によるもので摩擦損失水頭（h_f）という。

この摩擦損失水頭（h_f）を式（3－2）へ加えることにより，総水頭（E）は一定となる。

$$E = H + \frac{V^2}{2g} + h_f \cdots\cdots (3-3)$$

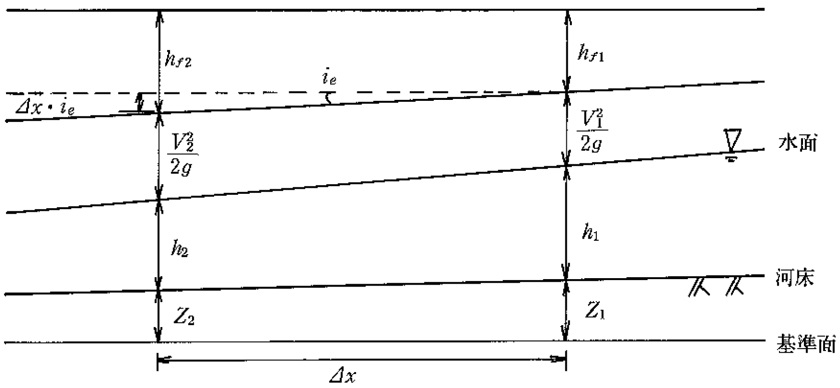
なお不等流においては，その流れの場所ごとに水深や流速が違うため，河床勾配と水面勾配は異なることになる。

3－1－1　広矩形断面における不等流

一般河川の大部分では，水深に比べて河幅が広いという広矩形な断面と考えることができる。そこで，ここでは不等流を一般河川に適用するための基礎計算として，広矩形単断面における不等流計算を考える。

まず不等流の流れの様子を把握するために，任意の２つの断面間での流れの状態を示したものが図３－１－１である。

想定した２つの断面を，各々断面１，断面２とし各断面の諸量には断面番号の下付き数字を付けることとする。



V：流速
h：水深
Z：河床高
i_e：エネルギー勾配
h_f：摩擦損失水頭
Δx：断面間距離

図３－１－１　不等流の表示

総水頭は一定であることより，任意の２つの断面間では次式が成り立つ。

$$Z_2 + h_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_{f2} = Z_1 + h_1 + \frac{V_1^2}{2g} + h_{f1} \cdots\cdots (3-1-1)$$

ここで，Z：河床高（m），h：水深（m），V：流速（m/s），h_f：摩擦損失水頭（m），g：重力加速度(m/s^2)，である。

上式において左辺から右辺を引く，

$$Z_2 - Z_1 + h_2 - h_1 + \frac{1}{2g}(V_2^2 - V_1^2) + h_{f2} - h_{f1} = 0 \cdots\cdots (3-1-2)$$

両辺の各項を断面間距離 Δx で割ると，

$$\frac{Z_2-Z_1}{\Delta x}+\frac{h_2-h_1}{\Delta x}+\frac{1}{2g}\frac{V_2^2-V_1^2}{\Delta x}+\frac{h_{f2}-h_{f1}}{\Delta x}=0 \cdots\cdots(3-1-3)$$

ここで第4項目の摩擦損失水頭について考える。

図3－1－1において h_{f2} と h_{f1} との差は2断面間の距離 Δx とエネルギー勾配 i_e との積をもって表すことができる。

すなわち $\Delta x \cdot i_e = h_{f2}-h_{f1}$ となる。

ここで，エネルギー勾配に着目すると

$$i_e=(h_{f2}-h_{f1})/\Delta x$$

と表すことが出来る。よって，

$$\frac{Z_2-Z_1}{\Delta x}+\frac{h_2-h_1}{\Delta x}+\frac{1}{2g}\frac{V_2^2-V_1^2}{\Delta x}+ie=0 \cdots\cdots(3-1-4)$$

上式について Δx を微少で限りなく0に近い長さとして dx を用いて表し，

$$\frac{dZ}{dx}+\frac{dh}{dx}+\frac{1}{2g}\frac{d}{dx}(V^2)+i_e=0 \cdots\cdots(3-1-5)$$

また河床高（Z）と水深（h）との和は，水位（H）であることより，

$$\frac{dH}{dx}+\frac{1}{2g}\frac{d}{dx}(V^2)+i_e=0 \cdots\cdots(3-1-6)$$

ここで第3項目のエネルギー勾配の項について考える。広矩形断面における不等流の平均流速式（マンニング型）は次の式を用いる。

$$V=\frac{1}{n}\cdot h^{2/3}\cdot i_e^{1/2} \cdots\cdots(3-1-7)$$

ここで， V：平均流速， n：粗度係数， h：水深， i_e：エネルギー勾配である。

この平均流速の式（3－1－7）においてエネルギー勾配 i_e に着目すると，

$$i_e=V^2n^2/h^{4/3}$$

と表すことができる。よって，

$$\frac{dH}{dx}+\frac{1}{2g}\frac{1}{dx}(V^2)+\frac{V^2n^2}{h^{4/3}}=0 \cdots\cdots(3-1-8)$$

この様に表すことができた式（3－1－8）中の平均流速 Vを考える。河幅 B，流速 Qとして連続の式 $Q=BhV$より，

$$V=\frac{Q}{Bh} \cdots\cdots(3-1-9)$$

と表すことが出来る。したがって，

$$\frac{dH}{dx}+\frac{1}{2g}\frac{d}{dx}\left(\frac{Q}{Bh}\right)^2+\frac{Q^2n^2}{B^2h^{10/3}}=0 \quad \cdots\cdots (3-1-10)$$

この式（3－1－10）は広矩形断面の不等流を表す基礎式である。

3－1－2　例　　　題

＜例題　1＞

粗度係数 $n=0.02$，河床勾配 $i_e=1/1000$，河幅 $B=10$（m）の広矩形単断面に，流量 $Q=20$（m³/s）が常流で流下するときの水面形を求めよ。

ただし下流端の水深を0.9（m），河床高を 0（m）とし，$\Delta x=50$（m）の間隔で上流2.5（km）地点まで計算する。なお，流れの状態を図3－1－2に示す。

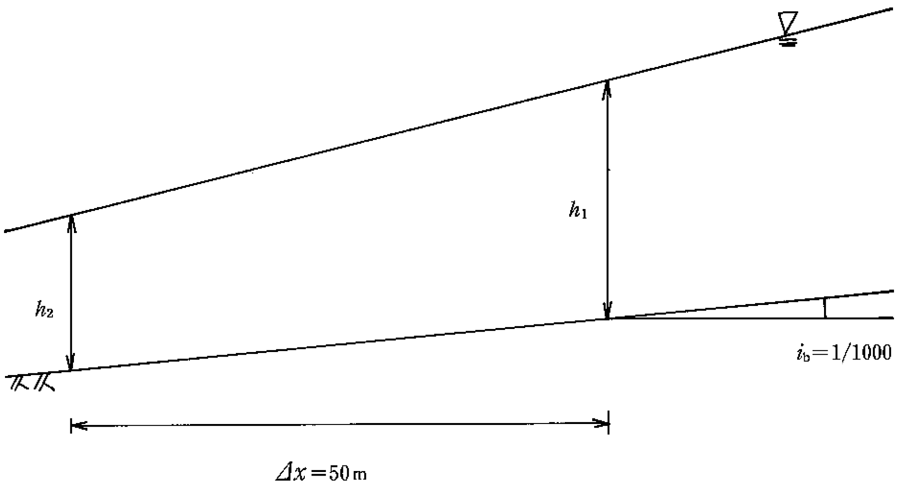


図3－1－2　例題　1における流れ

＜例題　1の解答＞

考え方

上流側断面を1とし，下流側断面を2として式をたてる。

$$\frac{H_2-H_1}{\Delta x}+\frac{1}{2g}\frac{1}{\Delta x}\left\{\left(\frac{Q}{B_2h_2}\right)^2-\left(\frac{Q}{B_1h_1}\right)^2\right\}+\frac{1}{2}\left(i_{e1}+i_{e2}\right)=0 \cdots\cdots(3-1-11)$$

なお流量は一定とし，第3項目のエネルギー勾配については，上流側断面と下流側断面での値の平均とする。

$$\frac{Z_2-Z_1}{\Delta x}+\frac{h_2-h_1}{\Delta x}+\frac{1}{2g}\frac{1}{\Delta x}\left\{\left(\frac{Q}{B_2h_2}\right)^2-\left(\frac{Q}{B_1h_1}\right)^2\right\}+\frac{1}{2}\left(i_{e1}+i_{e2}\right)=0 \cdots\cdots(3-1-12)$$

両辺に Δx をかける。

$$Z_2-Z_1+h_2-h_1+\frac{1}{2g}\left\{\left(\frac{Q}{B_2h_2}\right)^2-\left(\frac{Q}{B_1h_1}\right)^2\right\}+\frac{\Delta x}{2}\left(i_{e1}+i_{e2}\right)=0 \cdots\cdots(3-1-13)$$

左辺に下流側，右辺に上流側の諸量を示す項を移項し，差分表示すると，

$$\left[Z_2+h_2+\frac{Q^2}{2gB_2^2h_2^2}+\frac{n^2Q^2\Delta x}{2B_2^2h_2^{10/3}}\right]=\left[Z_1+h_1+\frac{Q^2}{2gB_1^2h_1^2}-\frac{n^2Q^2\Delta x}{2B_1^2h_1^{10/3}}\right]$$

$$\cdots\cdots(3-1-14)$$

ここで例題　1において式（3－1－14）の中でなにが既知なのかを確認する。まず流量 Q，河床高 Z，断面間の距離 Δx は与えられている。また一定河幅なので，河幅 B_1 と河幅 B_2 は等しい。

粗度係数 n と重力加速度 g も定数として与えられている。水深については，下流端 h_2 は既知であるが上流側 h_1 は未知量である。

また，流れは常流であるから流れの影響は下流から上流に及ぶ。

つまり下流側の水深が既知であるから，上流側の水深を求めていけば良いこととなる。

以上を基に実際に計算機を用いて計算しやすくするために式（3－1－14）を参考にまとめる。

式（3－1－14）において下流側を示す左辺を α，上流側を示す右辺を β とおくと，

$f(h_1)=\beta-\alpha$ と表現することができる。よって、

$$f(h_1)=Z_1-Z_2+h_1-h_2+\frac{Q^2}{2gB_1^2h_1^2}-\frac{Q^2}{2gB_2^2h_2^2}-\frac{n^2Q^2\Delta x}{2B_1^2h_1^{10/3}}-\frac{n^2Q^2\Delta x}{2B_2^2h_2^{10/3}} \cdots\cdots(3-1-15)$$

式（3－1－15）を次の式として定義する。

$$f(h_1)=h_1+\frac{AA}{h_1^2}+\frac{BB}{h_1^{10/3}}+CC \cdots\cdots(3-1-16)$$

ここで AA，BB，CC について説明する。なお河幅は一定でるから河幅は $B_1=B_2$ である

ことより河幅をBとおく。

AAは式（3－1－15）において$1/h_1^2$のついた項をまとめたものであり，

$$AA=\frac{Q^2}{2gB^2}$$

BBは式（3－1－15）において$\frac{1}{h_1^{10/3}}$のついた項をまとめたものであり

$$BB=-\frac{n^2Q^2\Delta x}{2B^2}$$

CCは式（3－1－15）においてh_1のつかない項をまとめたものであり，

$$CC=Z_1-\left[Z_2+h_2+\frac{Q}{2gB^2h_2^2}+\frac{n^2Q^2\Delta x}{2B^2h_2^{10/3}}\right]$$

さらにこの式（3－1－16）は$f(h_1)=0$を満たす際に式（3－1－14）と同一になる。

すなわち式（3－1－16）はf（h）＝0となる水深hを求めることとなる。

例題　1では下流端の水深が既知であるから，まずこの水深h＝0.9（m）を用いて50（m）上流の断面における水深を求める。

以下，算出された水深を更新させながら上流2.5（km）まで計算する。

なお例題　1におけるプログラムのフローチャートを図3－1－3に表示した。また，表3－1－1及び3－1－2にプログラムの解説，プログラムを表示した。

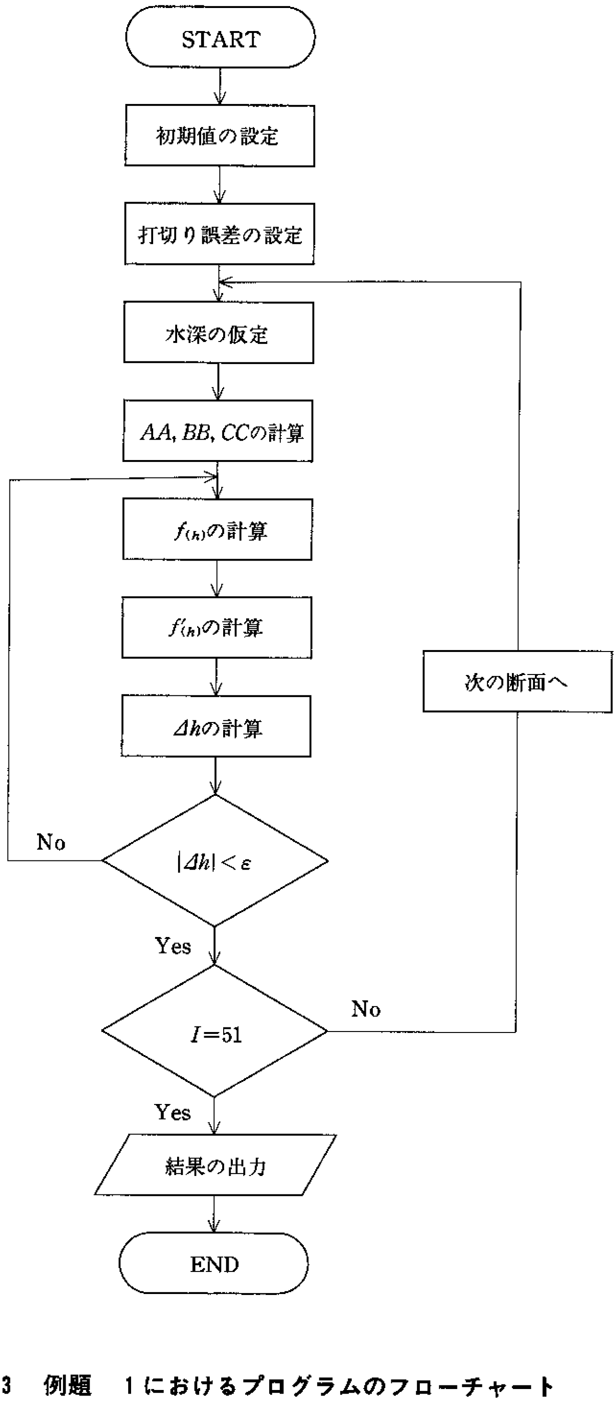


図３－１－３　例題　１におけるプログラムのフローチャート

表３－１－１　例題　１におけるプログラムの解説

文　番　号	解　　　　　説
100～110	初期値の設定
	DX：断面間距離（m），BO：河幅（m）
	NO：粗度係数（$m^{-1/3}S$），IZ：河床勾配
	Q：流量（m^3/s），G：重力加速度（m/s^2）
	$H(1)$：水深（m）
120～150	下流端断面から各断面までの距離を与える。
160～190	各断面の河床勾配，河幅，粗度係数を与える。
200	打切り誤差の設定。
220	算出された水深のおき換え
230	AA の計算
240	BB の計算
250	CC の計算
260	$f(h)$ の計算
270	$f'(h)$の計算
280	Δh の計算
290	収束の判定
	$\|\Delta h\| < ESP$ の場合
	→収束したので文番号320へ（次の断面へ）
	$\|\Delta h\| > ESP$ の場合
	→収束していないので次の文番号へ
300	h の更新
330～350	各断面までの距離と水深を出力

表３－１－２　例題　１のプログラム及び出力結果

```
10 'SAVE "C:FUTOU.BAS",A
20 '  FUTOURYU KEISAN -KOUKUKEIDANMEN-
30 '        *** NEWTON-HOU ***
100 NI=51 :DIM X(NI),B(NI),Z(NI),N(NI),H(NI)
110 DX=50:BO=10:NO=.02:IZ=.001:Q=20:G=9.8:H(1)=.9
115 '
120 X(1)=0
130 FOR I=2 TO NI
140 X(I)=X(I-1)+DX
150 NEXT I
155 '
160 FOR I=1 TO NI
170 Z(I)=X(I)*IZ
180 B(I)=BO : N(I)=NO
190 NEXT I
195 '
200 ESP=.000001
205 '
210 FOR I=2 TO NI
220 H(I)=H(I-1)
230 AA=1/(2*G)*Q^2/B(I)^2
240 BB=-DX/2*N(I)^2*Q^2/B(I)^2
250 CC=-Z(I-1)+Z(I)-H(I-1)-1/(2*G)*Q^2/B(I-1)^2/H(I-1)^2-DX*N(I)^2*Q^2/(2*B(I-1)^2*H(I-1)^(10/3))
260 FH=H(I)+AA/H(I)^2+BB/H(I)^(10/3)+CC
270 FDH=1-2*AA*H(I)^(-3)-10/3*BB*H(I)^(-13/3)
280 DH=-FH/FDH
290 IF ABS(DH)<ESP GOTO 320
300 H(I)=H(I)+DH
310 GOTO 260
320 NEXT I
325 '
330 FOR I=1 TO NI
340 PRINT USING "#####.## ####.###";X(I),H(I)
350 NEXT I
355 '
360 END
```

```
X(I)       H(I)
   0.00    0.900
  50.00    0.993
 100.00    1.036
 150.00    1.064
 200.00    1.084
 250.00    1.098
 300.00    1.109
 350.00    1.117
 400.00    1.124
 450.00    1.129
 500.00    1.134
 550.00    1.137
 600.00    1.140
 650.00    1.142
 700.00    1.144
 750.00    1.145
 800.00    1.146
 850.00    1.147
 900.00    1.148
 950.00    1.149
1000.00    1.149
1050.00    1.150
1100.00    1.150
1150.00    1.150
1200.00    1.150
1250.00    1.151
1300.00    1.151
1350.00    1.151
1400.00    1.151
1450.00    1.151
1500.00    1.151
1550.00    1.151
1600.00    1.151
1650.00    1.151
1700.00    1.151
1750.00    1.151
1800.00    1.151
1850.00    1.151
1900.00    1.151
1950.00    1.151
2000.00    1.151
2050.00    1.151
2100.00    1.151
2150.00    1.151
2200.00    1.151
2250.00    1.151
2300.00    1.151
2350.00    1.151
2400.00    1.151
2450.00    1.151
2500.00    1.151
```

〈例題　2〉

粗度係数 $n=0.02$，河床勾配 $i_b=1/1000$，流量 $Q=20$（m^3/s）が常流で流下するときの水面形を求めよ。ただし河幅は図３－１－４に表示したように変化する。なお下流端の水深を0.9（m），河床高を０（m）として $\Delta x=50$（m）の間隔で上流２（km）地点まで計算する。

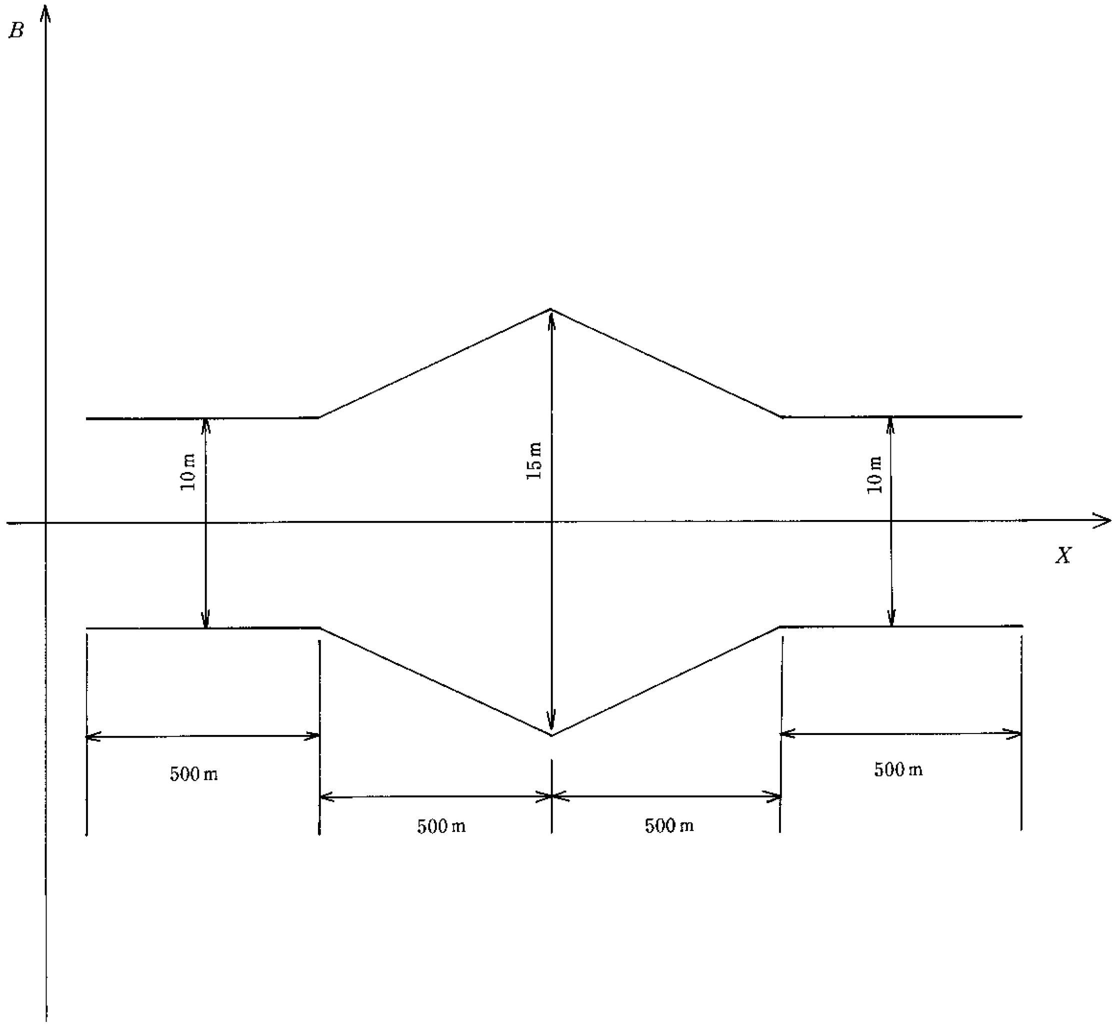


図３－１－４　例題　2の河幅変化

〈例題　2の解答〉

(考え方)

この例題　2において，河幅が変化すること以外は例題　1と同様である。すなわち例題　1と同様な考え方で解答を導くことができる。よってここでは実際に計算機を用いて計算する際に設定しなければならない河幅の変化の与え方について考える。そこで河幅に座標を用いて考えることとする。

まず河幅が一定である流下端より500（m）上流までと，下流端より上流1.5 (km) から2 (km) までの河幅 $B=10$（m）として与える。

次に本題として河幅が変化する場合を考える。下流端より500（m）から1 (km) までの間はしだいに河幅が広くなる。

この際，下流端より500（m）地点の河幅は10（m）である。また下流端より1 (km) 地点の河幅は15（m）である。そこでこの2地点を既知として考えることができる。

よって河幅の変化は一次式で表現できる。

$$B = AX + C \quad \cdots\cdots (3-1-17)$$

ここで，B：河幅，X：流下端断面からの距離，A：傾き，C：切片，である。

なお，簡素化するために式（3－1－17）は河幅の半分を考えたものである。すなわち二倍したものが正規の河幅となる。

では図3－1－4を参考に河幅がしだいに広くなる際の既知である2地点を座標として表すと，(500,5)，(1000,7.5) となる。

式（3－1－17）に各々2地点の値を代入すると，

$$\begin{cases} 5.0 = A \times 500 + C \\ 7.5 = A \times 1000 + C \end{cases} \quad \cdots\cdots (3-1-18)$$

この連立方程式を解くと傾き $A=0.005$，切片 $C=2.5$となり，しだいに広くなる河幅を $B1$ とすると，

$$B1 = (0.005X + 2.5) \times 2 \quad \cdots\cdots (3-1-19)$$

上式として表現できる。なお二倍するのは前記の通りである。

一方，しだいに狭くなる河幅を $B2$とするときも河幅 $B1$と同様に考えることができ，既知である二地点の座標は，(1000,7.5)，(1500,5) であることより，傾き $A=-0.005$，切片 $C=12.5$ であり，

$$B2 = (-0.005X + 12.5) \times 2 \quad \cdots\cdots (3-1-20)$$

しだいに狭くなる河幅 $B2$は，式（3－1－20）として表現できる。

計算機を用いての実際の計算では，以上を基に河幅や初期値を与え，例題　１の考え方を参考にしながら水深を計算してゆく。

なお，例題　２のプログラムのフローチャートを図３－１－５に表示した。又，表３－１－３，表３－１－４にプログラムの解説及びプログラムを表示した。

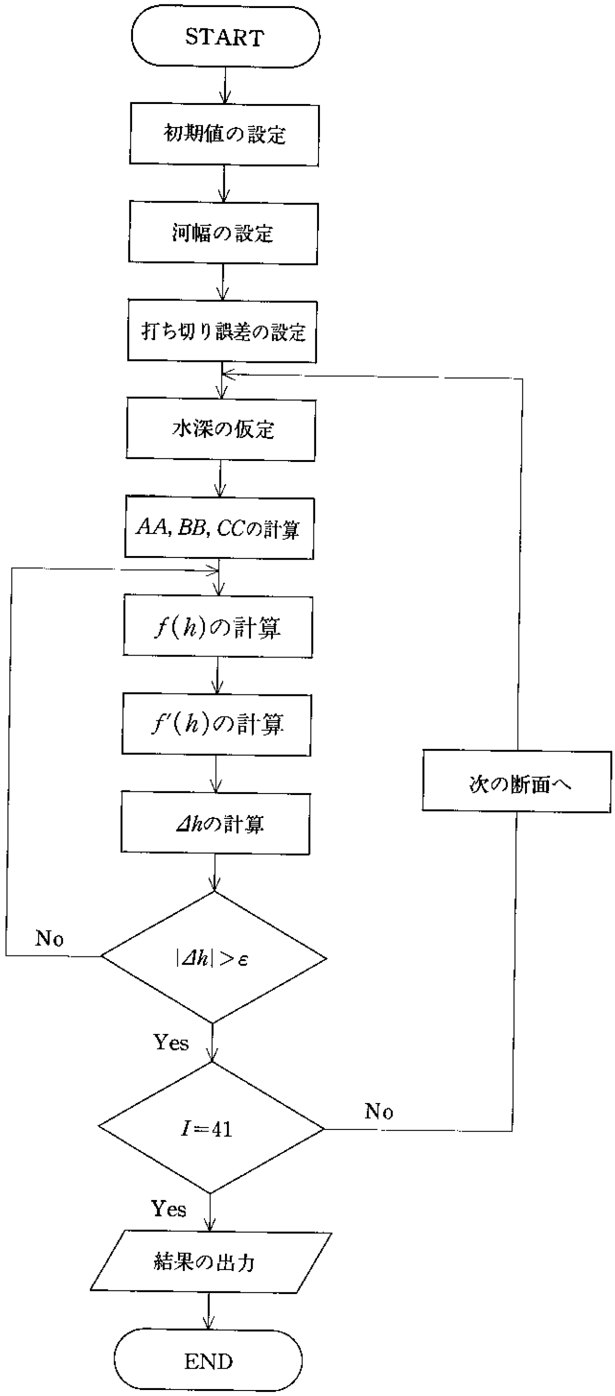


図３－１－５　例題　２プログラムのフローチャート

表３－１－３　例題　２プログラムの解説

文番号	解説
100～110	初期値の設定
	DX：断面間距離（m），N：粗度係数（$m^{-1/3}S$）
	IZ：河床勾配，Q：流量（m^3/s），G：重力加速度（m/s^2）
	$H(1)$：水深（m），$A1$：係数，$C1$：係数
	$A2$：係数，$C2$：係数
120～150	下流端断面から各断面までの距離を与える。
160～190	各断面の河床勾配，粗度係数を与える。
200～240	各断面の河幅を与える。
250	打切り誤差の設定
270	算出された水深のおき換え
280	AAの計算
290	BBの計算
300	CCの計算
301	$f(h)$の計算
320	$f'(h)$の計算
330	Δhの計算
340	収束の判定
	$\|\Delta h\| < ESP$の場合
	→収束したので文番号370へ（次の断面へ）
	$\|\Delta h\| > ESP$の場合
	→収束していないので次の文番号へ
350	hの更新
380～400	各断面までの距離と水深また河幅を出力

表３－１－４　例題　２プログラム及び出力結果

```
10 'SAVE "C:FUTOU2.BAS",A
20 '  FUTOURYU KEISAN -KOUKUKEIDANMEN-
30 '        *** NEWTON-HOU ***
100 N1=41 :DIM X(N1),B(N1),Z(N1),N(N1),H(N1)
110 DX=50:NO=.02:IZ=.001:Q=20:G=9.8:H(1)=.9:A1=.005:C1=2.5:A2=-.005:C2=12.5
115 '
120 X(1)=0
130 FOR I=2 TO N1
140 X(I)=X(I-1)+DX
150 NEXT I
155 '
160 FOR I=1 TO N1
170 Z(I)=X(I)*IZ
180 N(I)=NO
190 NEXT I
195 '
200 FOR I=1 TO N1
210 IF X(I)<500 OR X(I)>=1500 THEN B(I)=10
220 IF X(I)>=500 AND X(I)<=1000 THEN B(I)=(A1*X(I)+C1)*2
230 IF X(I)>1000 AND X(I)<1500 THEN B(I)=(A2*X(I)+C2)*2
240 NEXT I
245 '
250 ESP=.000001
255 '
260 FOR I=2 TO N1
270 H(I)=H(I-1)
280 AA=1/(2*G)*Q^2/B(I)^2
290 BB=-DX/2*N(I)^2*Q^2/B(I)^2
300 CC=-Z(I-1)+Z(I)-H(I-1)-1/(2*G)*Q^2/B(I-1)^2/H(I-1)^2-DX*N(I)^2*Q^2/(2*B(I-1)^2*H(I-1)^(10/3))
310 FH=H(I)+AA/H(I)^2+BB/H(I)^(10/3)+CC
320 FDH=1-2*AA*H(I)^(-3)-10/3*BB*H(I)^(-13/3)
330 DH=-FH/FDH
340 IF ABS(DH)<ESP GOTO 370
350 H(I)=H(I)+DH
360 GOTO 310
370 NEXT I
375 '
380 FOR I=1 TO N1
390 PRINT X(I),H(I),B(I)
400 NEXT I
405 '
410 END
```

X	H	B
0	0.900	10.0
50	0.993	10.0
100	1.036	10.0
150	1.064	10.0
200	1.084	10.0
250	1.098	10.0
300	1.109	10.0
350	1.117	10.0
400	1.124	10.0
450	1.129	10.0
500	1.134	10.0
550	1.152	10.5
600	1.159	11.0
650	1.158	11.5
700	1.152	12.0
750	1.143	12.5
800	1.130	13.0
850	1.116	13.5
900	1.100	14.0
950	1.083	14.5
1000	1.064	15.0
1050	1.035	14.5
1100	1.010	14.0
1150	0.991	13.5
1200	0.976	13.0
1250	0.968	12.5
1300	0.965	12.0
1350	0.967	11.5
1400	0.974	11.0
1450	0.986	10.5
1500	1.000	10.0
1550	1.041	10.0
1600	1.067	10.0
1650	1.086	10.0
1700	1.100	10.0
1750	1.110	10.0
1800	1.118	10.0
1850	1.125	10.0
1900	1.130	10.0
1950	1.134	10.0
2000	1.137	10.0

3－2　任意断面における不等流計算

3－2－1　任意断面における流量の計算方法の説明

ここでは前節より一般的な場合として任意断面の不等流計算方法について解説する。

単断面で流量を求める場合，水位に対する面積の変化率が決まっているので流量の変化は一定であった。しかしながら任意断面の場合は，図3－2－1に示す様に水位によって断面積の変化率が変わる。その為横断方向に分割して面積を算出し，その合計を求めなければならない。ここでは任意断面における断面積の求め方について説明する。

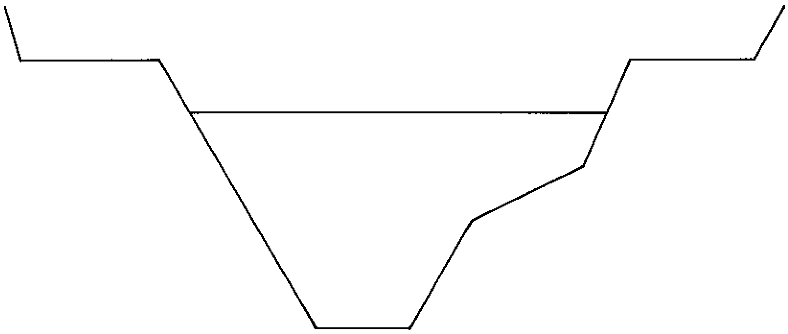


図3－2－1　任意断面形状

3－2－2　任意断面の面積を求める

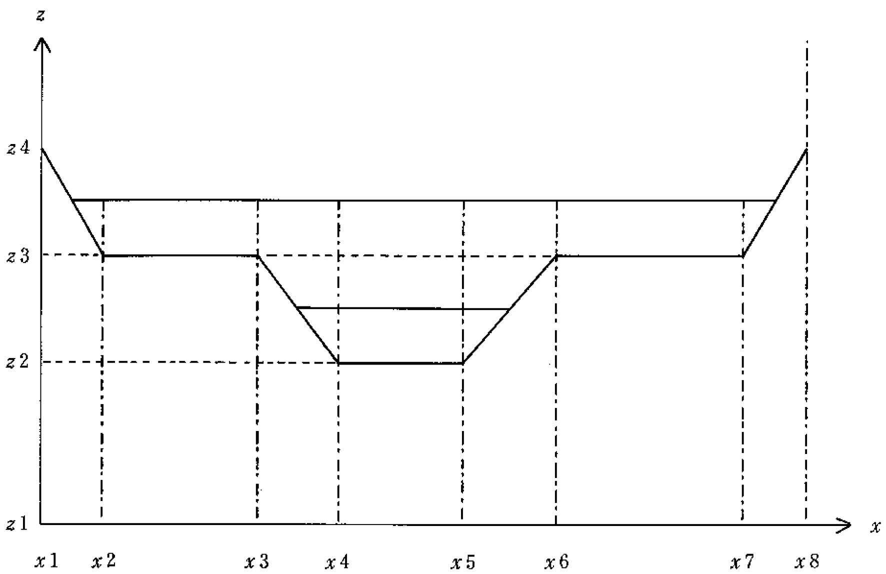


図3－2－2　任意断面形状

まず図3－2－2のような断面を仮定する。横軸に距離 x をとり，縦軸に高さ z をとる。各断面を横断方向に7分割し，z_2 を基準として水面を高さ方向にスライドしてみる。そうすると，面積が0になる部分と三角形になる部分と台形になる部分とに分かれる。これらを合計することにより合計の面積が求まる。プログラムで計算する場合はこれらの判別をする必要があるので，以下にその手法について述べる。

尚，以下の説明において，x および z の添え字 j は横断方向に j 番目の変化点であることを示している。

(1) 水面が地面より下の場合

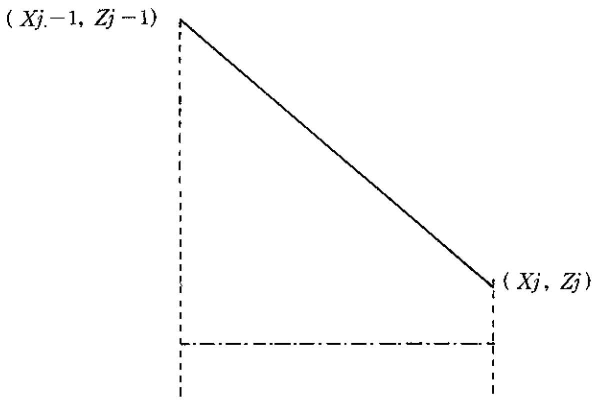


図３－２－３

この場合，水面より地盤が高いので，水の部分面積 $a=0$ となり $R=A/S$（１－３－１）式 $s=0$，$r=0$

(2) 水面と地面が交わる場合

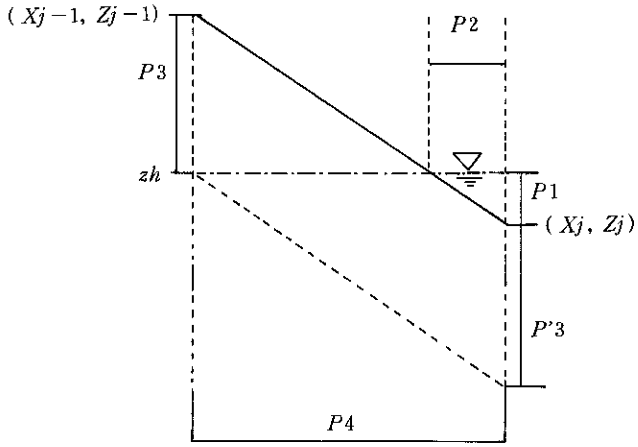


図３－２－４

この場合地盤と$P1$, $P2$に囲まれた部分が水の部分面積 a となり$P1$は水面と地面の差より求まるが$P2$が未知であるのでこれを求める。また，$P3$を平行移動すると$P'3$となる。以下$P1:P2=(P1+P'3):P4$となり

$$P2=\frac{P1\times P4}{(P1+P'3)} \cdots\cdots (3-2-1)$$

$$a=P1\times P2\div 2 \cdots\cdots (3-2-2)$$

よって，

$$s=\sqrt{(P1^2+P2^2)} \cdots\cdots (3-2-3)$$

$$r=a\div s \cdots\cdots (1-3-1)$$

(3) 水面と地面が交わる場合(2)の逆

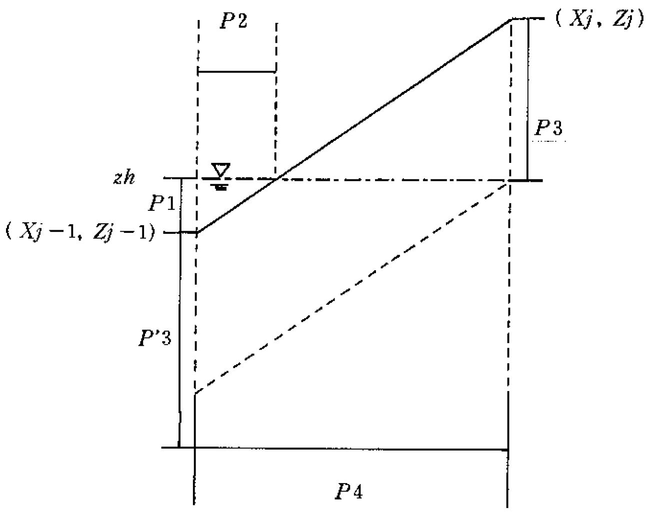


図 3 — 2 — 5

この場合は(2)と同様であり，$P1$，$P2$潤辺に囲まれた部分を求める。

(4)　水面が地面より上の場合

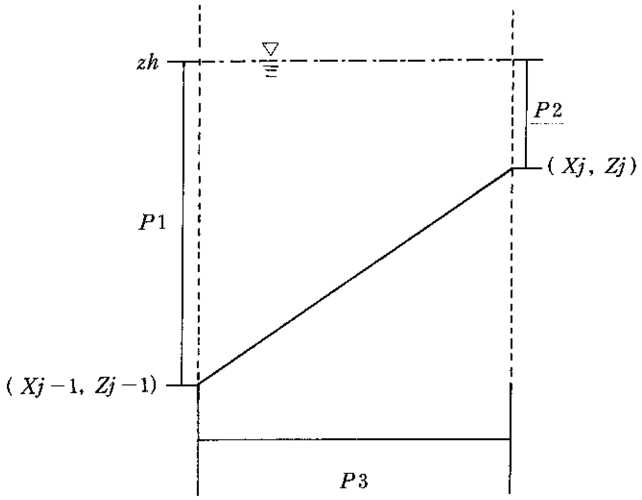


図 3 − 2 − 6

この場合は台形となり水の部分面積 a は

$$a = (P1 + P2) \times P3 \div 2 \cdots\cdots (3-2-4)$$

$$P1 = |\ (Zh - Zj\text{-}1)\ |$$
$$P2 = |\ (Zh - Zj)\ |$$
$$P3 = Xj - Xj\text{-}1$$

部分潤辺　　$S = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} \cdots\cdots (3-2-3)$

部分径深　　$R = \dfrac{a}{s} \cdots\cdots (1-3-1)$

尚，(2), (3)の場合において $Zj = Zh$ あるいは $Zj - 1 = Zh$ となる時，部分面積が 0 となり潤辺 $S = 0$ となる。この時径深 r を求めると $r = a \div s$ となり，0 でわり算する事になり計算できない。このため $s = 0$ の時はプログラム上これを考慮しなくてはならない。

例題　3 － 2 － 1

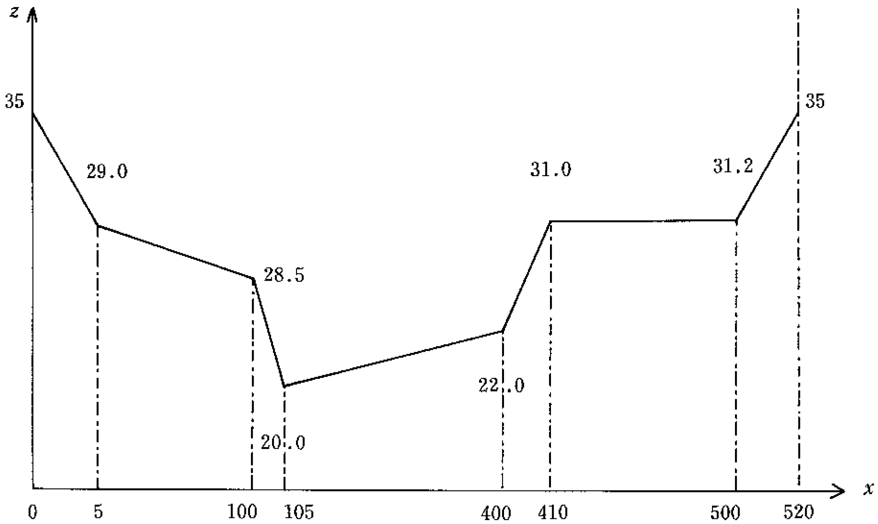


図 3 － 2 － 7　任意断面形状

図 3 － 2 － 7 の様な断面の場合において，水位 H ＝20ｍの時，流量 Q，水位 H を求めよ。また，上の断面 H と Q の関係をグラフ化せよ。

表 3 － 2 － 1

番　号	横断距離 (ｍ)	河 床 高 (ｍ)
1	0	35.0
2	5	29.0
3	100	28.5
4	105	20.0
5	400	22.0
6	410	31.0
7	500	31.2
8	520	35.0

(考え方)

いま，図の断面を 7 つに分割してそれぞれ前に述べた(1)～(4)の形のパターンを部分断面ごとに面積，潤辺，径深を求め，マニングの式を使って各流量を計算する。さらに各面積と各流速を用いて各流量を計算し，全流量と水位変化と対応させる。この計算方法をフローチャートで図 3 － 2 － 8 に示す。また，これをプログラムに示したのが表 3 － 2 － 2 である。尚，表 3 － 2 － 2 に示したようにプログラムの各文番号と解説を表 3 － 2 － 3 に示す。

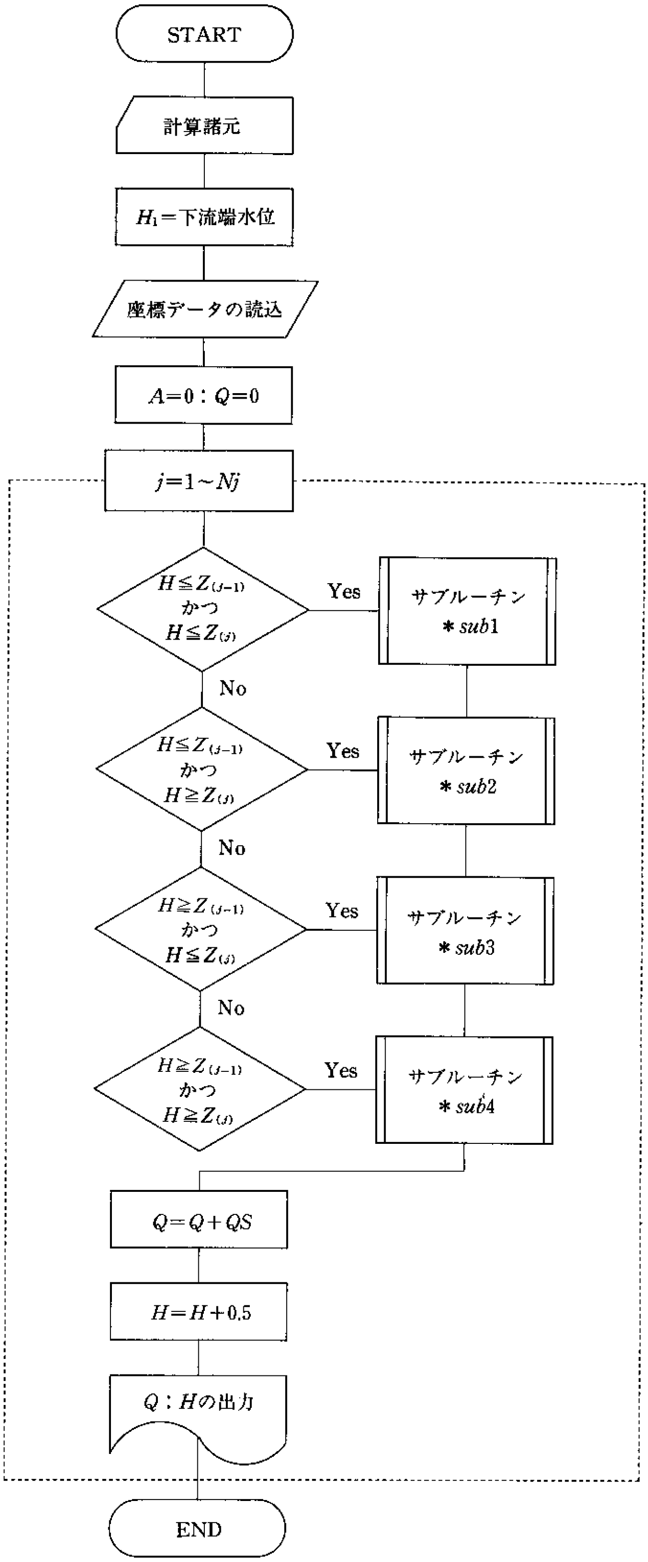


図３－２－８　例題　３－２－１のフローチャート

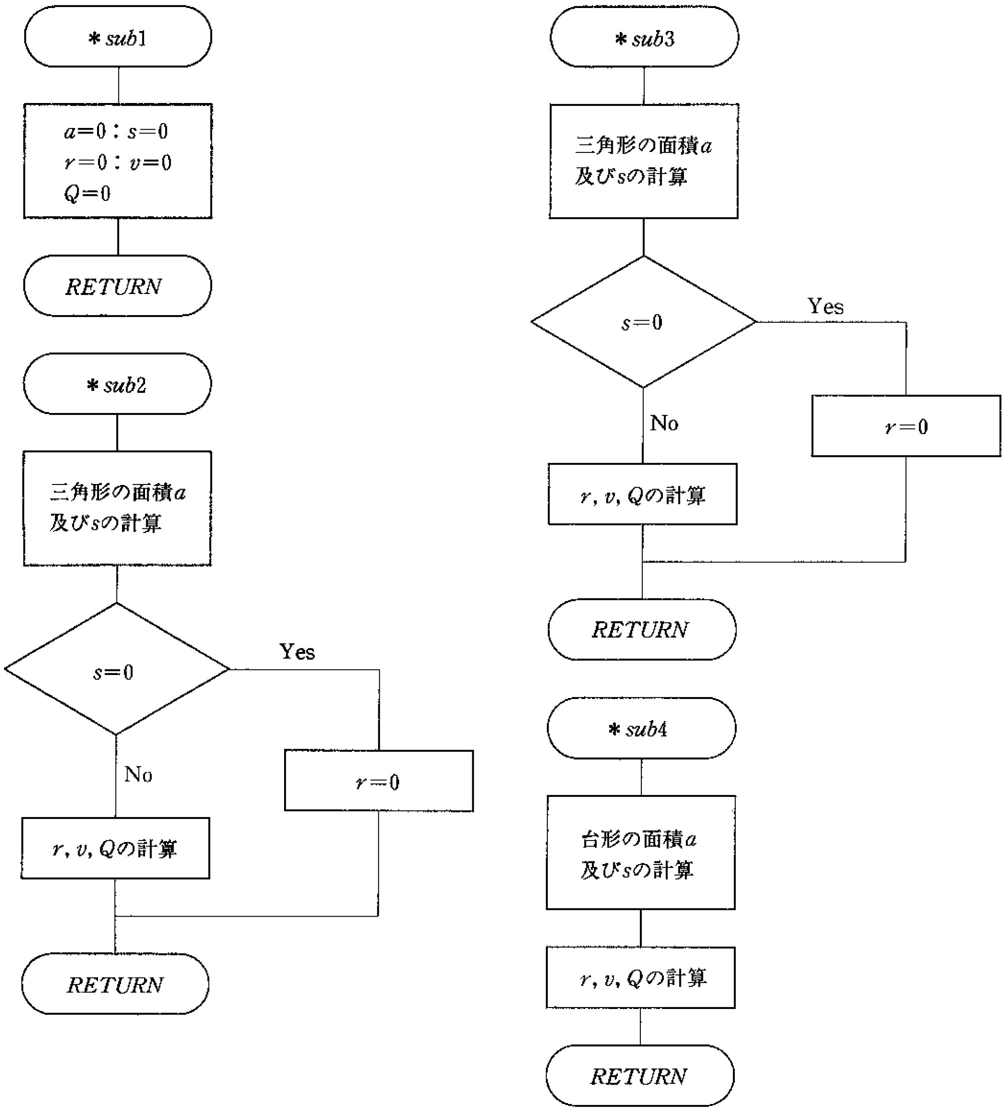


図３－２－８　例題　３－２－１のフローチャート（つづき）

表３－２－２　例題　３－２－１のプログラムリスト

```
100 'save "B:DANMEN3.BAS",A
110 DIM Y(100),Z(100),H(100)
120 OPEN"B:DANMEN3.DAT"FOR OUTPUT AS #1
130 NJ=8:NH=31:N=.02:I=.001
140 H(1)=20
150 FOR K=2 TO NH
160  H(K)=H(K-1)+.5
170 NEXT K
180 FOR J=1 TO NJ
190 READ Y(J),Z(J)
200 NEXT J
210 FOR K=1 TO NH
220 Q=0
230   FOR J=2 TO NJ
240   IF H(K)<=Z(J-1) AND H(K)<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
250   IF H(K)<=Z(J-1) AND H(K)>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
260   IF H(K)>=Z(J-1) AND H(K)<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
270   IF H(K)>=Z(J-1) AND H(K)>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
280   Q=Q+QS
290   NEXT J
300   PRINT Q,H(K)
310   PRINT #1,USING"########.#####    #####.###";Q,H(K)
320  H(K)=H(K)+.5
330 NEXT K
340 DATA 0.0,35.0,5.0,29.0,100.0,28.5,105.0,20.0,400.0,22.0,410.0,31.0
350 DATA 500.0,31.2,520.0,35.0
360 CLOSE #1
370 END
380 '
390 *SUB1
400 AS=0
410 SS=0
420 RS=0
430 VS=0
440 QS=0
450 RETURN
460 *SUB2
470 S1=H(K)-Z(J)
480 S3=Z(J-1)-H(K)
490 S4=Y(J)-Y(J-1)
500 S2=S4*S1/(S1+S3)
510 AS=S1*S2/2
520 SS=SQR(S1^2+S2^2)
530 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 570
540 RS=AS/SS
550 VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
560 QS=VS*AS
570 RETURN
580 *SUB3
590 S1=H(K)-Z(J-1)
600 S3=Z(J)-H(K)
610 S4=Y(J)-Y(J-1)
620 S2=S4*S1/(S1+S3)
630 AS=S1*S2/2
640 SS=SQR(S1^2+S2^2)
650 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 690
660 RS=AS/SS
670 VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
680 QS=VS*AS
690 RETURN
700 *SUB4
710 S1=ABS(Z(J)-Z(J-1))
720 S2=Y(J)-Y(J-1)
730 AS=(H(K)-Z(J)+H(K)-Z(J-1))*(Y(J)-Y(J-1))/2
740 SS=SQR(S1^2+S2^2)
750 RS=AS/SS
760 VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
770 QS=VS*AS
780 RETURN
```

表３－２－３　例題　１プログラムの解説

文　番　号	解　　　　　　　説
130	NJ：横軸方向の分割数，NH：計算水深数，N：マニングの粗度係数， I：河床勾配
140	初期水深
150～170	H（k）：水深の更新
180～200	断面の座標
210～330	部分断面積の形状の判定，サブルーチン410以降で （３－２－１）～（３－２－４），（１－３－１）式の計算
220	$Q=0$：流量の初期値の判定
280	Qの計算
300	Q，H（k）の出力
320	H（k）：水深の更新

表３－２－４　例題　３－２－１の出力結果

Q	H(K)
0.000	20.000
11.598	20.500
73.644	21.000
217.128	21.500
467.612	22.000
919.008	22.500
1484.760	23.000
2154.520	23.500
2921.030	24.000
3778.780	24.500
4723.430	25.000
5751.390	25.500
6859.680	26.000
8045.720	26.500
9307.280	27.000
10642.400	27.500
12049.300	28.000
13526.500	28.500
15089.500	29.000
16783.300	29.500
18590.300	30.000
20501.700	30.500
22512.300	31.000
24655.300	31.500
26949.600	32.000
29377.700	32.500
31932.400	33.000
34609.300	33.500
37404.800	34.000
40316.500	34.500
43342.000	35.000

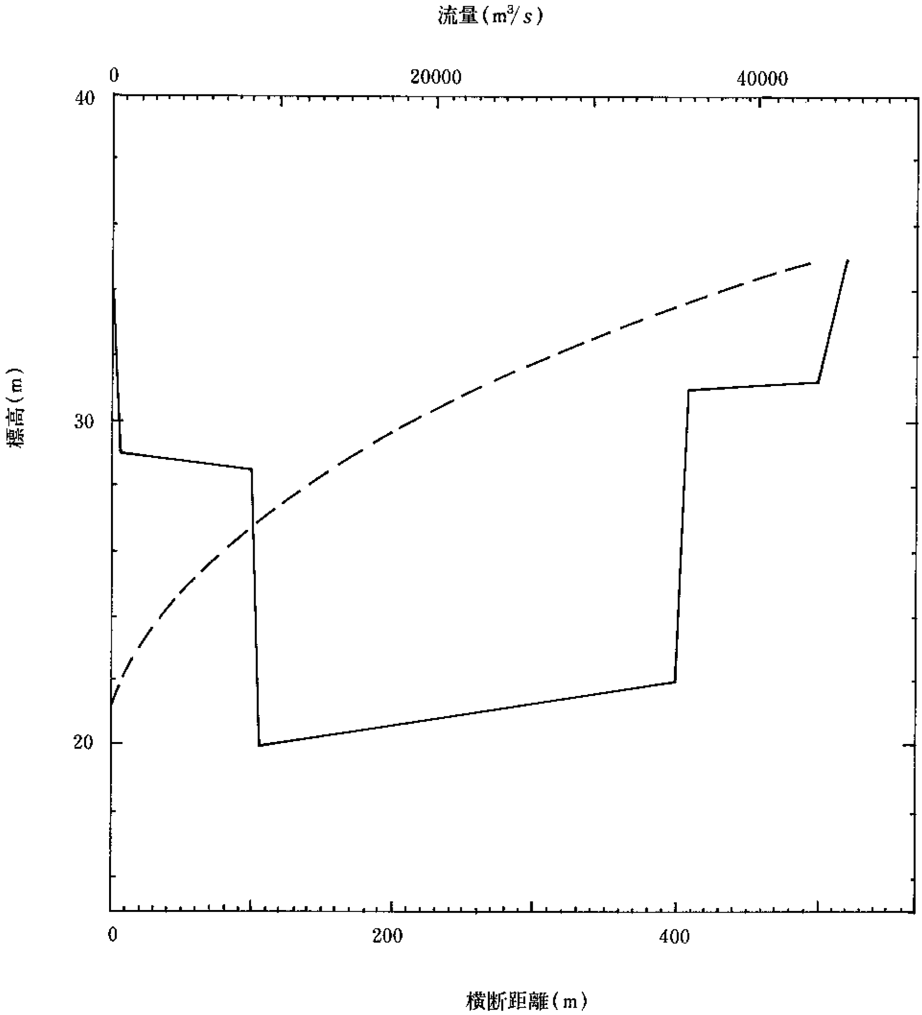


図3－2－9　例題　3－2－1のグラフ

例題　３－２－２

表３－２－５で示される石狩川下流札幌大橋上流地点の断面における水位と流量の関係をグラフ化せよ。

ただし，河床勾配 $i=1/7,000$，粗度係数 $n=0.02$，水位 H は0.5ｍきざみに変化させる。

表３－２－５　札幌大橋上流河床諸元

番号	横断距離 X（m）	河床高 Z（m）	番号	横断距離 X（m）	河床高 Z（m）	番号	横断距離 X（m）	河床高 Z（m）
1	25.8	8.34	19	271.7	-0.14	37	656.4	1.75
2	40.7	7.80	20	276.2	-1.64	38	667.9	2.30
3	46.2	5.03	21	280.2	-1.54	39	674.1	4.06
4	48.3	4.93	22	282.0	-1.04	40	819.2	4.22
5	54.7	3.07	23	289.2	-0.74	41	825.0	3.60
6	58.9	2.84	24	295.4	-1.74	42	916.0	3.91
7	62.1	1.83	25	300.5	-1.74	43	998.0	4.28
8	132.3	1.63	26	302.6	-2.69	44	1,009.5	8.58
9	137.0	2.27	27	322.2	-2.99	45	1,017.7	8.63
10	192.4	2.39	28	329.2	-4.79			
11	194.6	0.35	29	334.2	-4.89			
12	199.0	-1.05	30	338.4	-3.14			
13	205.0	-0.95	31	354.2	-6.49			
14	215.7	0.35	32	459.2	-3.69			
15	223.6	1.96	33	562.6	-1.94			
16	232.5	2.75	34	577.4	-0.24			
17	262.6	2.12	35	617.1	0.96			
18	262.8	0.67	36	617.1	1.48			

（考え方）

例題　３－２－１に表３－２－５及び諸条件を代入する。

尚，参考までに表３－２－６にプログラムを示した。また，表３－２－７にその出力結果と図３－２－10にグラフで示した。

表３－２－６　例題 ３－２－２のプログラムリスト

```
110 'save "B:DANMEN5.BAS",A
120 DIM Y(100),Z(100),H(100)
125 OPEN"C:DAN5.DAT"FOR OUTPUT AS #1
130 NJ=45:NH=30:N=.02:I=1/7000
140 H(1)=-6.49
150 FOR K=2 TO NH
160  H(K)=H(K-1)+.5
170 NEXT K
180 FOR J=1 TO NJ
190 READ Y(J),Z(J)
200 NEXT J
210 FOR J=1 TO NJ
215 'PRINT Y(J),Z(J)
220 'PRINT #1,USING"####.##     ###.##";Y(J),Z(J)
230 NEXT J
250 FOR K=1 TO NH
261 Q=0
270   FOR J=2 TO NJ
280   IF H(K)<=Z(J-1) AND H(K)<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
290   IF H(K)<=Z(J-1) AND H(K)>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
300   IF H(K)>=Z(J-1) AND H(K)<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
310   IF H(K)>=Z(J-1) AND H(K)>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
321   Q=Q+QS
330   NEXT J
340   PRINT Q,H(K)
345   PRINT #1,USING"########.#####    #####.###";Q,H(K)
350  H(K)=H(K)+.5
360 NEXT K
370 DATA 25.8,8.34,40.7,7.80,46.2,5.03,48.9,4.93,54.7,3.07,58.9,2.84,62.1,1.83,132.3,1.63,137.0,2.27,192.4,2.39,194.6,
0.35,199.0,-1.05,205.0,-0.95,215.7,0.35,223.6,1.96,232.5,2.75,262.6,2.12,262.8,0.67,271.7,-0.14,276.2,-1.64
372 DATA 280.2,-1.54,282.0,-1.04,289.2,-0.74,295.4,-1.74,300.5,-1.74,302.6,-2.69,322.2,-2.99,329.2,-4.79,334.2,-4.89,3
38.4,-3.14,354.2,-6.49,459.2,-3.69,562.6,-1.94,577.4,-0.24,617.1,0.96,617.1,1.48,656.4,1.75,667.9,2.30,674.1,4.06,819.
2,4.22,825.0,3.60
374 DATA 916.0,3.91,998.0,4.28,1009.5,8.58,1017.7,8.63
385 CLOSE #1
390 END
400 '
410 *SUB1
420 AS=0
430 SS=0
440 RS=0
442 VS=0
443 QS=0
450 RETURN
460 *SUB2
470 S1=H(K)-Z(J)
480 S3=Z(J-1)-H(K)
490 S4=Y(J)-Y(J-1)
500 S2=S4*S1/(S1+S3)
510 AS=S1*S2/2
520 SS=SQR(S1^2+S2^2)
530 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 550
540 RS=AS/SS
541 VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
542 QS=VS*AS
550 RETURN
560 *SUB3
570 S1=H(K)-Z(J-1)
580 S3=Z(J)-H(K)
590 S4=Y(J)-Y(J-1)
600 S2=S4*S1/(S1+S3)
610 AS=S1*S2/2
620 SS=SQR(S1^2+S2^2)
630 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 650
640 RS=AS/SS
641 VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
642 QS=VS*AS
650 RETURN
660 *SUB4
670 S1=ABS(Z(J)-Z(J-1))
680 S2=Y(J)-Y(J-1)
690 AS=(H(K)-Z(J)+H(K)-Z(J-1))*(Y(J)-Y(J-1))/2
695 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 720
700 SS=SQR(S1^2+S2^2)
710 RS=AS/SS
712 VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
715 QS=VS*AS
720 RETURN
```

表３－２－７　例題　３－２－２の出力結果

Q (流量)	H (水位)
0	-6.49
1.24923	-5.99
7.93209	-5.49
23.3865	-4.99
50.9511	-4.49
94.3164	-3.99
161.262	-3.49
259.943	-2.99
390.897	-2.49
557.629	-1.99
769.928	-1.49
1021.3	-.99
1312.08	-.49
1643.77	.0100002
2018.11	.51
2437.78	1.01
2904.23	1.51
3422.87	2.01
4015.32	2.51
4691.52	3.01
5445.42	3.51
6275.65	4.01
7224.54	4.51
8310.7	5.01
9513.91	5.51
10824.4	6.01
12235.9	6.51
13743.9	7.01
15344.8	7.51
17035.9	8.01

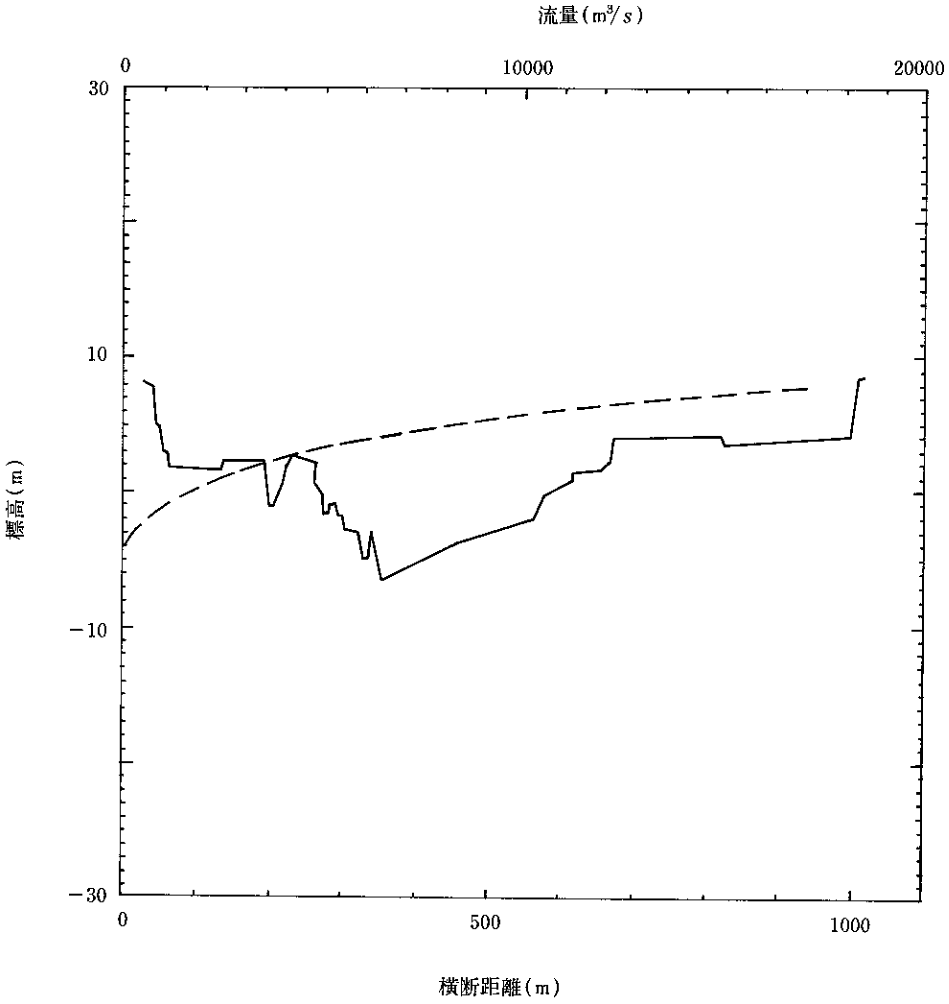


図３－２－10　例題　３－２－２のグラフ

3 － 2 － 2　任意断面における粗度係数 n の求め方。

ここでは今まで仮定していた粗度係数 n を求めてみる。

現地観測ではまず河床断面の測量を行い，流速計で流速を図ってから流量を算出する(図 3 － 2 －12)。そこで観測した流量とその時の水位を使って粗度係数を求めてみる。

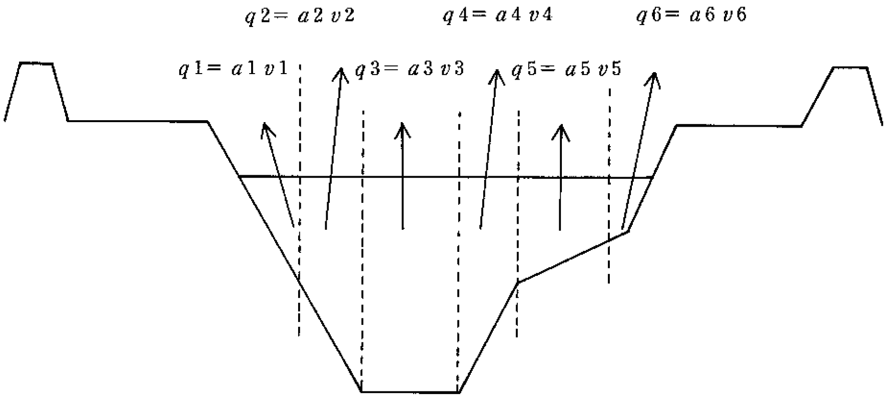


図 3 － 2 －11

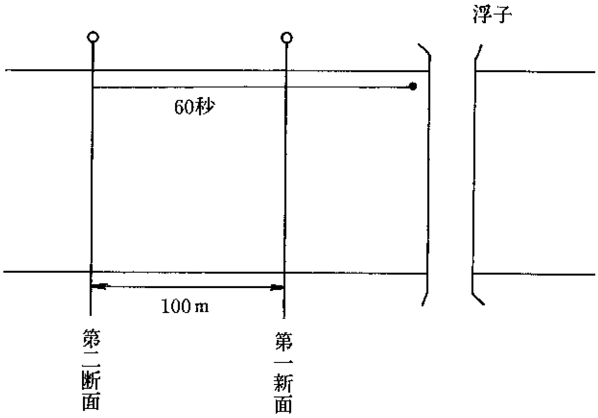


図 3 － 2 －12　高水流量観測（橋上）

図３－２－11の様に個々の断面の面積を $a1$～ $a6$，流速 $v1$～ $v6$と置くと，

$$Q=\sum_{j=2}^{Nj}(aj\cdot vj) \cdots\cdots (3-2-5)$$

vにマニングの式を代入して

$$=\sum_{j=2}^{Nj}(aj\cdot \frac{1}{n}\cdot R^{2/3}j\cdot i^{1/2})$$

$$=\frac{i^{1/2}}{n}\cdot\sum_{j=2}^{Nj}(aj\cdot R^{2/3}j)$$

$$\therefore n=\frac{i^{1/2}}{Q}\cdot\underbrace{\sum_{j=2}^{Nj}(aj\cdot R^{2/3}j)}_{ARとおく} \cdots\cdots (3-2-6)$$

例題　３－２－３

例題　３－２－２で使用した断面を例にとって粗度係数 n を求めよ。ただし，河床勾配 $i=1/7{,}000$，流量 $Q=1{,}000\,m^3/s$，水位 $H=1$ m とする。その他の条件は表３－２－２を使用する。

(考え方)

（３－２－６）式を用いて計算する。この計算方法を図３－２－13にフローチャートで示す。また，これをプログラムに示したのが表３－２－８である。

尚，表３－２－８に示したようにプログラムの各文番号と解説を表３－２－９で示す。

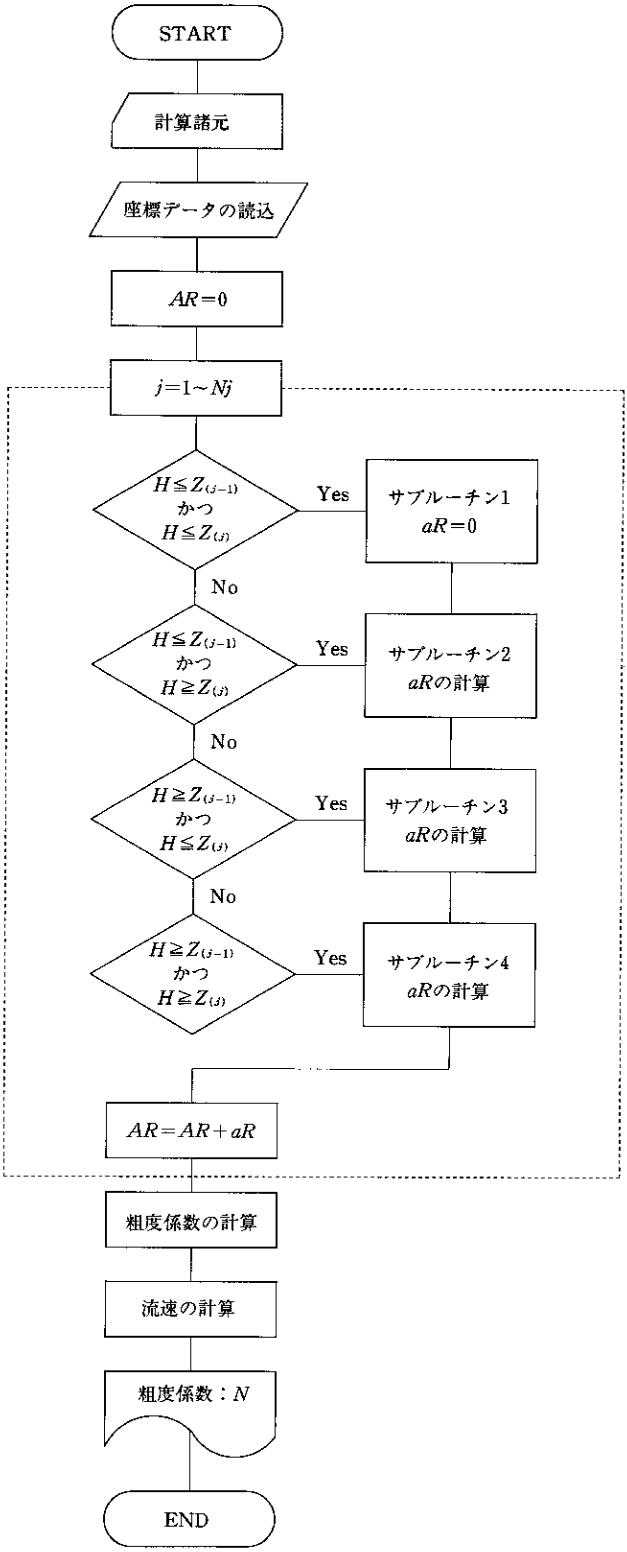


図３－２－13　例題　３－２－３のフローチャート

表３－２－８　例題　３－２－３のプログラムリスト及び出力結果

```
110 'savo "B:sodo 1.BAS",A
120 DIM Y(100),Z(100)
125 'OPEN"B:DANMEN5.DAT"FOR OUTPUT AS #1
130 NJ=50:I=1/7000:Q=1000
140 H=1
150 'FOR K=2 TO NH
160 'H(K)=H(K-1)+.5 .
170 'NEXT K
180 FOR J=1 TO NJ
190 READ Y(J),Z(J)
200 NEXT J
210 FOR J=1 TO NJ
215 'PRINT Y(J),Z(J)
220 'PRINT #1,USING"####.##    ###.##";Y(J),Z(J)
230 NEXT J
260 A=0
261 'Q=0
265 AR=0
270   FOR J=2 TO NJ
280   IF H<=Z(J-1) AND H<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
290   IF H<=Z(J-1),AND H>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
300   IF H>=Z(J-1) AND H<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
310   IF H>=Z(J-1) AND H>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
320   A=A+AS
321   AR=AR+SAR
330   NEXT J
340   'PRINT A,AR
345   'PRINT #1,USING"########.#####   #####.###";Q,H(K)
350   'H(K)=H(K)+.5 '
362 N=I^(1/2)/Q*AR
364 V=1/N*AR^(2/3)*I^(1/2)
366 'Q=A*V
368  PRINT "N=",N,"H=",H,"Q=",Q
370 DATA 0.0,4.34,15.5,4.71,20.0,5.29,25.8,8.34,40.7,7.80,46.2,5.03,48.3,4.93,54.7,3.07,58.9,2.84,62.1,1.83,132.3,1.63
,137.0,2.27,192.4,2.39,194.6,0.35,199.0,-1.05,205.0,-0.95,215.7,0.35,223.6,1.96,232.5,2.75,252.6,2.12,262.8,0.67,271.7
,-0.14,276.2,-1.64
372 DATA 280.2,-1.54,282.0,-1.04,289.2,-0.74,295.4,-1.74,300.5,-1.74,302.6,-2.69,322.2,-2.99,329.2,-4.79,334.2,-4.89,3
38.4,-3.14,354.2,-6.49,459.2,-3.69,562.6,-1.94,577.4,-0.24,617.1,0.96,617.1,1.48,656.4,1.75,667.9,2.30,674.1,4.06,819.
2,4.22,825.0,3.60
374 DATA 916.0,3.91,998.0,4.28,1009.5,8.58,1017.7,8.63,1021.0,7.82,1028.5,4.48
385 'CLOSE #1
390 END
400 '
410 *SUB1
420 AS=0
430 'SS=0
440 RS=0
442 'VS=0
443 'QS=0
445 SAR=AS*RS^(2/3)
450 RETURN
460 *SUB2
470 S1=H-Z(J)
480 S3=Z(J-1)-H
490 S4=Y(J)-Y(J-1)
500 S2=S4*S1/(S1+S3)
510 AS=S1*S2/2
520 SS=SQR(S1^2+S2^2)
530 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 550
540 RS=AS/SS
541 'VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
542 'QS=VS*AS
545 SAR=AS*RS^(2/3)
550 RETURN
560 *SUB3
570 S1=H-Z(J-1)
580 S3=Z(J)-H
590 S4=Y(J)-Y(J-1)
600 S2=S4*S1/(S1+S3)
610 AS=S1*S2/2
620 SS=SQR(S1^2+S2^2)
630 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 650
640 RS=AS/SS
641 'VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
642 'QS=VS*AS
645 SAR=AS*RS^(2/3)
650 RETURN
660 *SUB4
670 S1=ABS(Z(J)-Z(J-1))
680 S2=Y(J)-Y(J-1)
690 AS=(H-Z(J)+H-Z(J-1))*(Y(J)-Y(J-1))/2
695 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 720
700 SS=SQR(S1^2+S2^2)
710 RS=AS/SS
712 'VS=1/N*RS^(2/3)*I^(1/2)
715 'QS=VS*AS
717  SAR=AS*RS^(2/3)
720 RETURN
```

出　力　結　果

```
N=          .0485779     H=          1          Q=          1000
```

表3－2－9　例題　3－2－3プログラムの解説

プログラム名〝sodo. 1″

文番号	解説
120	NJ：横断方向の分割数，I：河床勾配，Q：流量
130	H：水深
140～180	断面の座標の読込み
200	$AR=0$：全体の潤辺の初期値の設定
210～280	部分断面積の形状の判定、サブルーチン410以降で （3－2－1）～（3－2－4）、（1－3－1）式の計算
290	（3－2－6）式の N：粗度係数の計算
300	（1－3－4）式の V：流速の計算
310	N, H, Qの出力

3－2－3　任意断面における不等流の計算

任意形状断面の河川において，断面形と粗度係数および流量が与えられた場合の不等流計算法を示す。

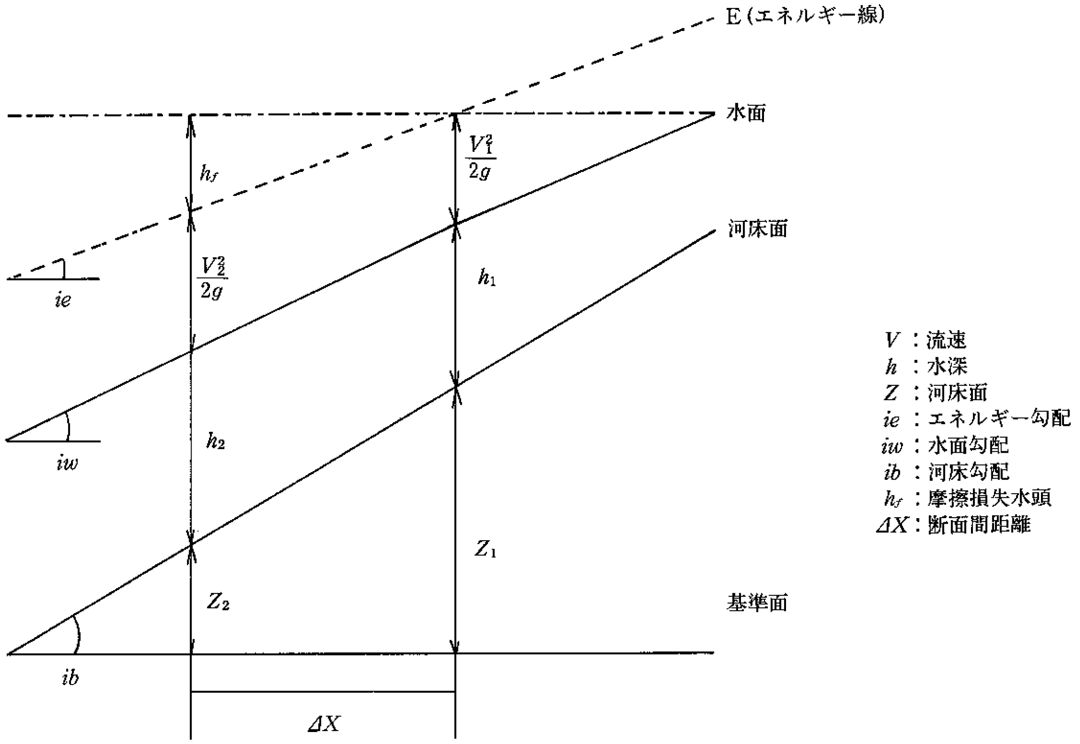


図３－２－13　不等流の表示

図３－２－13に示す上下流２断面間において，エネルギーのつりあいを考える。

（３－１－１）式より，

$$h_1+Z_1+V_1^2\div 2g=h_2+Z_2+V_2^2\div 2g+h_f$$

$$=h_2+Z_2+V_2^2\div 2g+\Delta X\times ie \quad \cdots\cdots（３－２－７）$$

（１－３－３）式より $H=h+Z$ と置き換えると

$$H_1+V_1^2\div 2g=H_2+V_2^2\div 2g+\Delta X\times ie \quad \cdots\cdots（３－２－８）$$

左辺を右辺に移行すると

$$H_2-H_1+\frac{1}{2}\times g\times(V_2^2-V_1^2)+\Delta X\times ie=0 \quad \cdots\cdots（３－２－９）$$

この両辺を$\varDelta X$で割ると

$$\frac{H_2-H_1}{\varDelta X}+\frac{1}{2g}\cdot\frac{(V_2^2-V_1^2)}{\varDelta X}+ie=0 \quad\cdots\cdots(3-2-10)$$

$\varDelta X\to 0$に近づけると

$$\frac{\partial H}{\partial X}+\frac{\partial}{\partial X}\left(\alpha\frac{u^2}{2g}\right)+ie=0 \quad\cdots\cdots(3-2-11)$$

ここで第2項目にαという文字が付いているが，これはエネルギー補正係数という。これについて，まず等流の場合は断面内の流速は一定であると考えていた。ところが図3－2－7のような凹凸のある断面においては各箇所において異なる流速が生じ，その微少面積内の流速uにはバラツキがあり，そのバラツキを補正するための係数である。

つまり，その補正係数としてαを定め微少面積内運動エネルギーを流量について積分すると，

$$\begin{aligned}\int mu^2\cdot dQ&=\int mu^2\cdot udA\\&=\int mu^3\cdot dA\\&=\alpha mV^3A\end{aligned}$$

(m：重量　u：流速　$dQ=u\cdot dA$)

これをαについて整理すると

$$\alpha=\frac{m\int u^3dA}{mV^3A}=\frac{\sum_{j=2}^{Nj}u_j^3\cdot a_j}{V^3A} \quad\cdots\cdots(3-2-12)$$

$$\sum_{j=2}^{Nj}u_j^3\cdot a_j=S2 \quad\cdots\cdots(3-2-13)$$

プログラムでは$\sum_{j=2}^{Nj}u_j^3\cdot a_j$の部分がFor__to__文となる。

次に第3項目のie：エネルギー勾配は横断面内では一定であることからマニングの式より

$$V=\frac{1}{n}R^{2/3}\cdot ie^{1/2} \quad\cdots\cdots(1-3-4)$$

エネルギー勾配は横断面内では一定であることから

$$u_j=\frac{1}{n_j}r_j^{2/3}\cdot ie^{1/2} \quad\cdots\cdots(3-2-14)$$

また連続の式より

$$Q=\Sigma u_j\cdot a_j \quad\cdots\cdots(1-3-2)$$

式（1－3－2）に式（3－2－14）を代入すると

$$Q=\Sigma\frac{1}{n_j}r_j^{2/3}\cdot ie^{1/2}\cdot a_j$$

$$=ie^{1/2}\Sigma\frac{1}{n_j}r_j^{2/3}\cdot a_j$$

これを ie について整理すると

$$ie^{1/2}=\frac{Q}{\Sigma\frac{1}{n_j}r_j^{2/3}\cdot a_j}$$

$$\therefore ie=\frac{Q^2}{\left\{\sum_{j=2}^{Nj}\frac{1}{n_j}r_j^{2/3}\cdot a_j\right\}^2} \quad \cdots\cdots (3-2-15)$$

$$\sum_{j=2}^{Nj}\frac{1}{n_j}r_j^{2/3}\cdot a_j=S1 \quad \cdots\cdots (3-2-16)$$

プログラムでは $\sum_{j=2}^{Nj}\frac{1}{n}\times r_j^{2/3}\cdot a_j$ の部分が For__ to__ 文となる。

例題　3－2－4

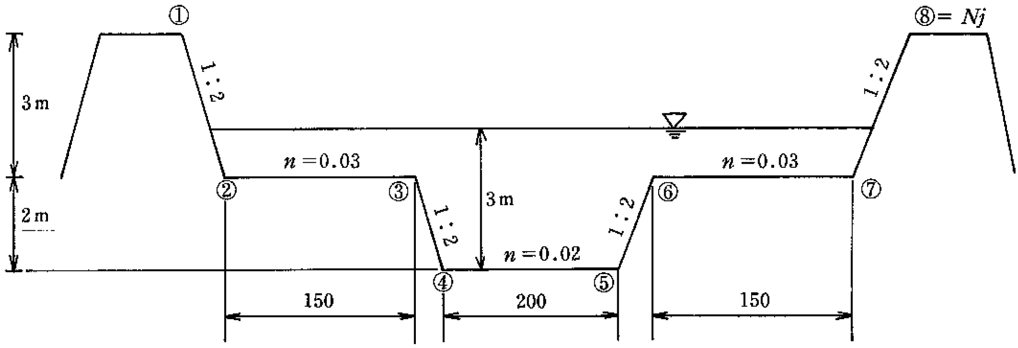


図　3－2－14

上の様な断面において河床勾配 $i＝1/5,000$　$Q＝1,000\,m^3/s$ とし，下流端水位　$H＝3$ m の時の α，ie を求めよ。

表　3－2－10　例題　3－2－4 の河床データ

断面積（j）	1	2	3	4	5	6	7	8
横断距離（ym）	0	6	150	160	360	364	514	520
標　　高（zm）	5	2	2	0	0	2	2	5
粗度係数（n）		0.03	0.03	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03

（考え方）初めに流量 Q，水位 H，河床勾配 i を与え，それを例題　3－2－2 と同様に横断方向に断面を区切りそれぞれについて部分面積及び潤辺，径深を求める。（3－2－12）式を用いて α を求め，（3－2－15）式を用いて ie を求める。

更に，部分面積の合計から全断面積を求め平均流速を求める。

この計算方法をフローチャートで図3－2－15に示す。また，これをプログラムに示したのが，表3－2－11である。尚，表3－2－11に示したようにプログラムの各文番号と解説を表3－2－12で示す。

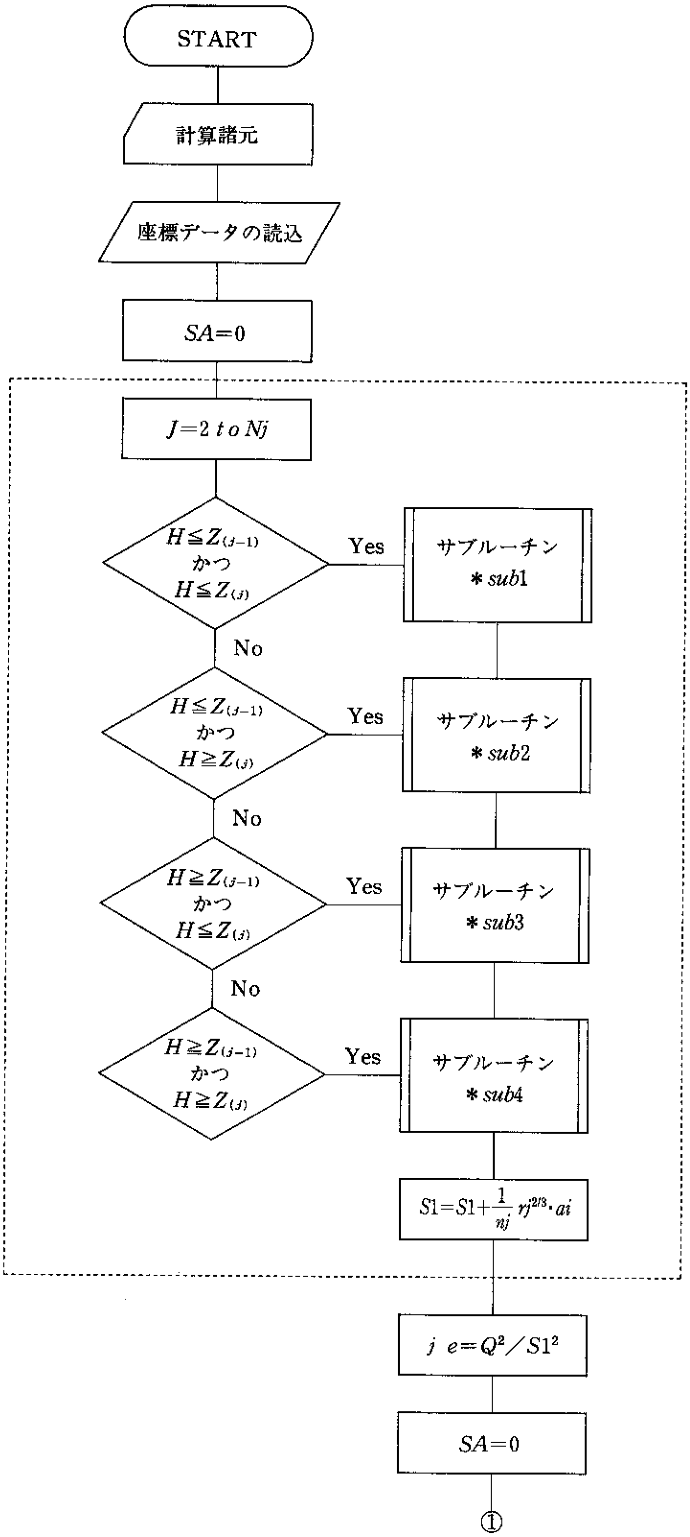


図３－２－15　例題３－２－４のフローチャート

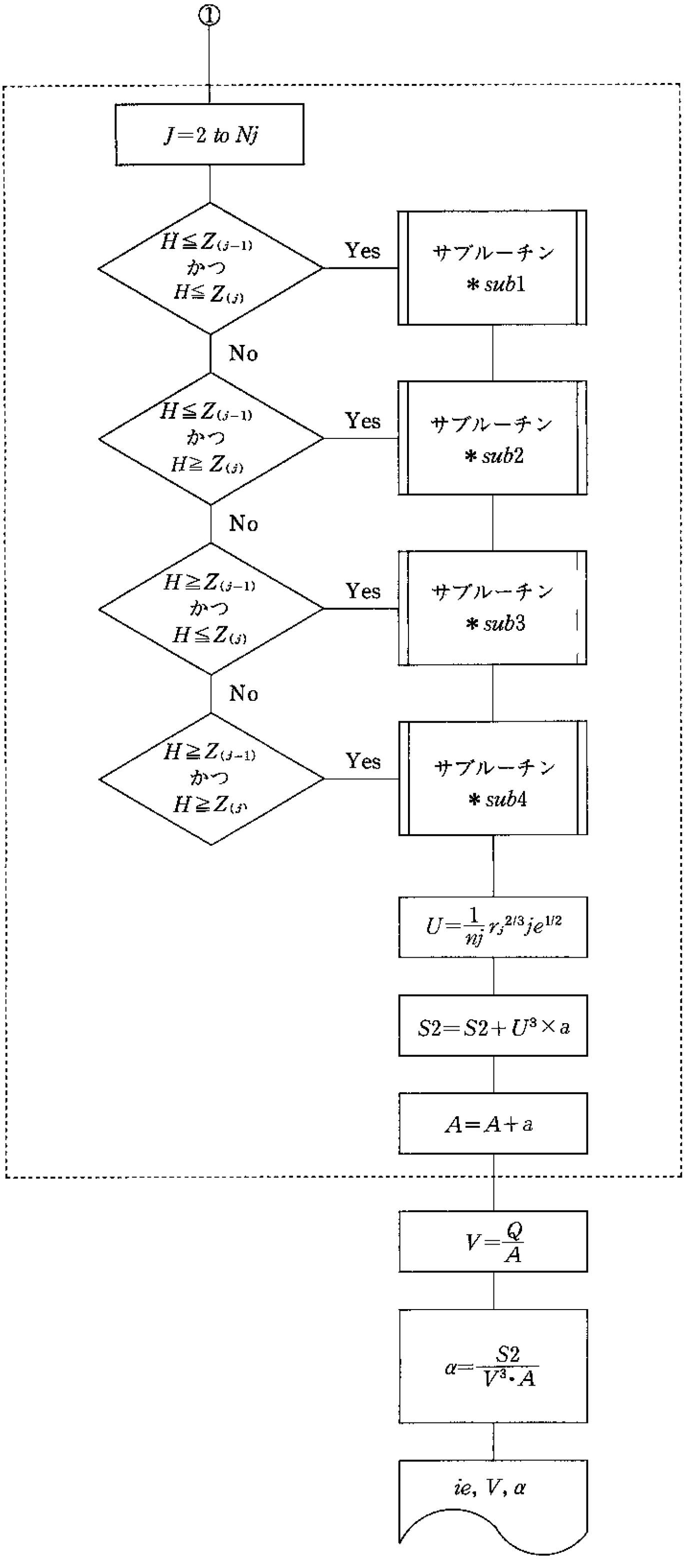


図３－２－15のつづき（その１）

表３－２－11　例題３－２－４のプログラムリスト及び出力結果

```
100   SAVE "C:FUTOU1.BAS",A
110 DIM Z(10),N(10),SA(10),SR(10),X(10)
120 H=3:S1=0:S2=0:LA=0:NJ=8:Q=1000:I=1/5000
130 FOR J=1 TO NJ
140 READ X(J)
150 NEXT J
160 FOR J=1 TO NJ
170 READ Z(J)
180 NEXT J
190 FOR J=2 TO NJ
200 READ N(J)
210 NEXT J
220 SA=0
230 FOR J=2 TO NJ
240   IF H<=Z(J-1) AND H<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
250   IF H<=Z(J-1) AND H>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
260   IF H>=Z(J-1) AND H<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
270   IF H>=Z(J-1) AND H>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
280 S1=S1+1/N(J)*SR^(2/3)*SA
290 NEXT J
300 IE=Q^2/S1^2
310 '*********************************************
320 SA=0
330 FOR J=2 TO NJ
340   IF H<=Z(J-1) AND H<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
350   IF H<=Z(J-1) AND H>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
360   IF H>=Z(J-1) AND H<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
370   IF H>=Z(J-1) AND H>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
380  SU=1/N(J)*SR^(2/3)*SQR(IE)
390 S2=S2+SU^3*SA
400 LA=LA+SA
410 NEXT J
420 V=Q/LA
430 ALPHA=S2/(V^3*LA)
440 DATA 0,6,156,160,360,364,514,520
450 DATA 5,2,2,0,0,2,2,5
460 DATA 0.03,0.03,0.02,0.02,0.02,0.03,0.03
470 PRINT "IE=",IE,"V=",V,"ALPHA=",ALPHA
480 END
490 '****************************************
500 *SUB1
510 '****************************************
520 SA=0
530 SS=0
540 SR=0
550 RETURN
560 '****************************************
570 *SUB2
580 '****************************************
590 P1=H-Z(J)
600 P3=Z(J-1)-H
610 P4=X(J)-X(J-1)
620 P2=P4*P1/(P1+P3)
630 SA=P1*P2/2
640 SS=SQR(P1^2+P2^2)
650 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 670
660 SR=SA/SS
670 RETURN
680 '****************************************
690 *SUB3
700 '****************************************
710 P1=H-Z(J-1)
720 P3=Z(J)-H
730 P4=X(J)-X(J-1)
740 P2=P4*P1/(P1+P3)
750 SA=P1*P2/2
760 SS=SQR(P1^2+P2^2)
770 IF SS=0 THEN SR=0:GOTO 790
780 SR=SA/SS
790 RETURN
800 '****************************************
810 *SUB4
820 '****************************************
830 P1=ABS(Z(J)-Z(J-1))
840 P2=X(J)-X(J-1)
850 SA=(H-Z(J)+H-Z(J-1))*(X(J)-X(J-1))/2
860 IF SS=0 THEN SR=0:GOTO 890
870 SS=SQR(P1^2+P2^2)
880 SR=SA/SS
890 RETURN
```

出　力　結　果

```
IE=          1.84503E-04  V=          1.08932     ALPHR=        1.4626
```

表３－２－12　例題４のプログラムの解説

プログラム名〝FUTOU 1″

文番号	解説
120	H：水深，$S1$：（3－2－16）式の初期値の設定 $S2$：（3－2－13）式の初期値の設定 NJ：横断方向の分割数 I：河床勾配
130～210	X（J）：横断距離，Z（J）：河床高，N（J）：各粗度係数
220	SA：部分面積の初期値の設定
230～290	部分断面積の形状の判定，サブルーチン470番以降で面積の計算
280	$S1$の計算
300	IE：（3－2－15）式の ie（エネルギー勾配）の計算
320	SA：部分面積の初期値の設定
330～410	部分断面積の形状の判定，サブルーチン470番以降で面積の計算
380	SU：マニング式による部分流速の計算
390	$S2$の計算
400	LA：断面積の計算
420	V：断面流速の計算
430	$ALPHA$：（3－2－12）式のα（エネルギー係数）の計算
470	IE，V，$ALPHA$ の出力

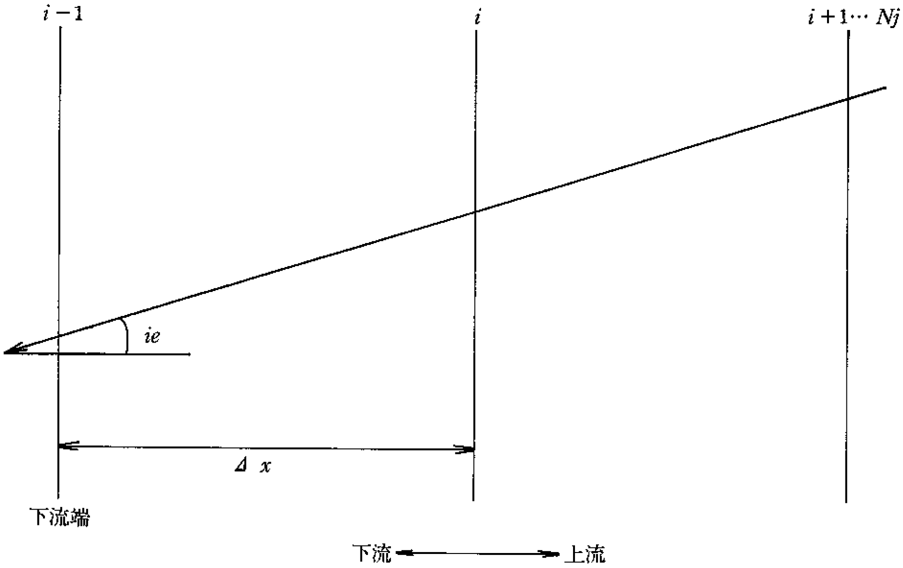


図3－2－16　不等流の流れ

今，不等流の式 $\dfrac{\partial H}{\partial x}+\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\alpha\dfrac{V^2}{2g}\right)+ie=0$ （3－2－10）が与えられている。

V：断面平均流速

ie：エネルギー勾配　　$ie=\dfrac{Q^2}{\left\{\sum\limits_{j=2}^{Nj}\dfrac{1}{n_j}r_j^{2/3}\cdot a_j\right\}^2}$ ……………………………………（3－2－15）

α：エネルギー補正係数　　$\alpha=\dfrac{\sum\limits_{j=2}^{Nj}u_j^3\cdot a_j}{V^3A}$ ………………………………………………（3－2－12）

式（3－2－10）より

$$\frac{H_{(j-1)}-H_{(j)}}{\triangle x}+\frac{1}{2g\triangle x}\left[\alpha_{(i-1)}V_{(i-1)}{}^2-\alpha_{(i)}V_{(i)}{}^2\right]+\frac{1}{2}\left[ie_{(i)}+ie_{(i-1)}\right]=0 \quad\cdots\cdots\cdots(3-2-17)$$

今 $i-1$ 断面の値及び $H_{(i-1)}$ が既知量として与えられており，i 断面の値及び $H_{(i)}$ を求めようとする。

式（3－2－17）の両辺に $\triangle x$ を掛け，更に既知量と未知量に分けると

$$R = H_{(i-1)} + \frac{1}{2g}\alpha_{(i-1)}V_{(i-1)}^2 + \frac{\triangle x}{2}ie_{(i-1)} \cdots\cdots (3-2-18)$$

$$L = H_{(i)} + \frac{1}{2g}\alpha_{(i)}V_{(i)}^2 - \frac{\triangle x}{2}ie_{(i)} \cdots\cdots (3-2-19)$$

これらを使って任意断面の水深を求める

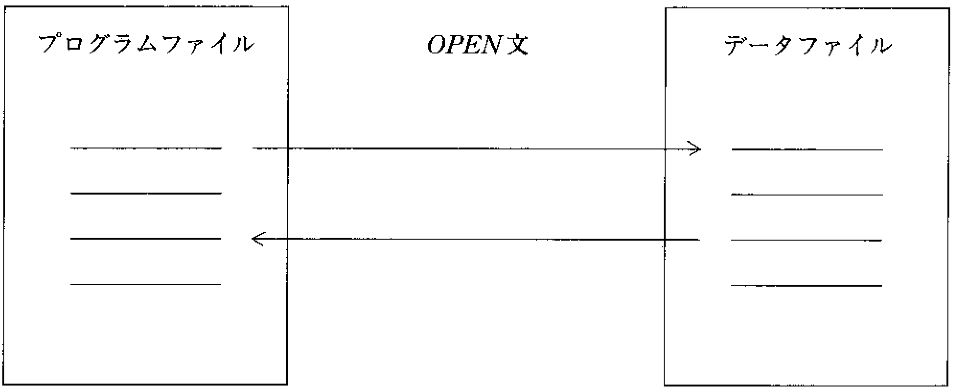
下流端の水位 H（$i-1$）は与えられている。まず $i-1$ 断面の座標 y，z 及び粗度係数 n を読み込ませる。次に R（既知量）の計算を行う。更に i 断面の座標 y，z 及び粗度係数 n を読み込ませる。初期値 H（i）を仮定し，L（未知量）の計算を行う。$R-1<\varepsilon$（ε 通常0.001程度）になるまで計算し，これを求めたい断面数だけ繰り返す。

例題　3－2－5

例題　3－2－4の図3－2－14の断面において河床勾配 $i=1:5{,}000$，$Q=1{,}000\,m^3/s$，下流端水位 $H=2.5$mの時，$\triangle x=500$mで上流10kmまで不等流計算せよ。

(プログラムの考え方（各断面の座標データを作成))

ここではまず各断面の座標，データファイルを作成し，これを用いて各断面ごとの水位を求める。*BASIC* を用いる場合，ファイル名を呼び出す命令文〝*OPEN*文〞が有効である。この計算方法をフローチャートで図3－2－17に示す。また，これをプログラムに示したのが表3－2－13である。尚，表3－2－13に示したようにプログラムの各文番号と解説を表3－2－14に示す。



1）計算結果をデータファイルに書き込む方法

OPEN 〝ドライブ名：データファイル名．*DAT*〃 *OUTPUT AS* ＃1

PRINT ＃1

CLOSE ＃1

2）データファイルからデータをプログラム中に呼び出す方法

OPEN 〝ドライブ名：データファイル名．*DAT*〃 *INPUT AS* ＃1

LINE INPUT ＃1．*A* $

CLOSE ＃1

データファイルからデータを呼び出す場合，データが文字列で書かれているのでこれを数字に直す必要がある。(文字列と数字の変換方法については，補遺を参照されたい。)

（プログラムの考え方（任意断面における不等流計算））

以下，不等流計算プログラムについてフローチャートで図３－２－18に示す。また，これをプログラムに示したのが表３－２－16である。尚，表３－２－16に示したようにプログラムの各文番号と解説を表３－２－17に示す。

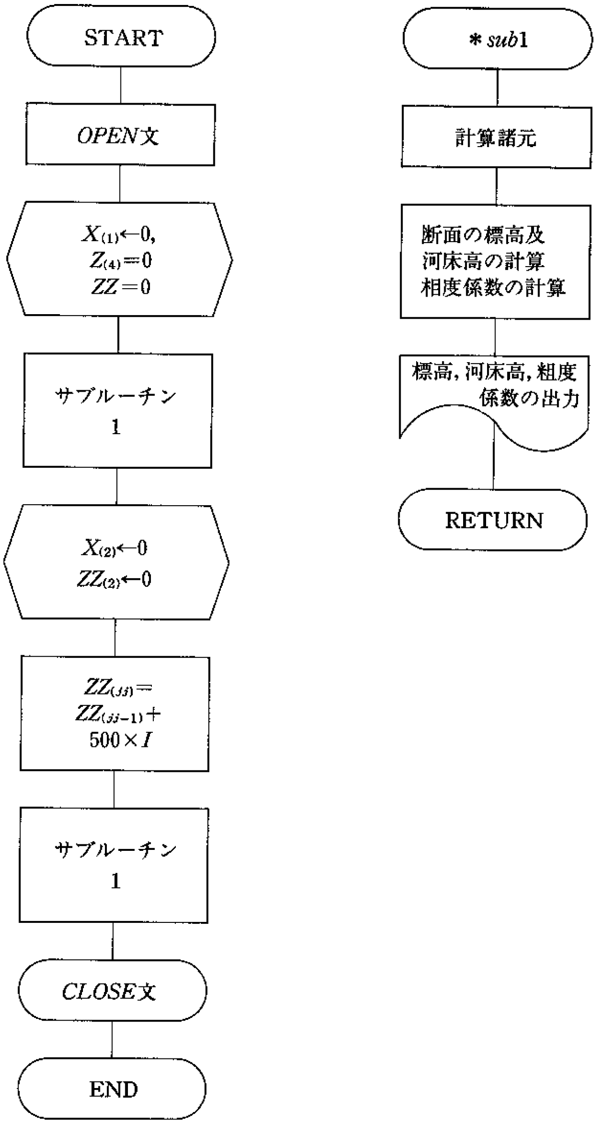


図３－２－17　例題３－２－５の各断面の座標データを作成するプログラム

表　3－2－13　例題3－2－5の各断面の座標データを作成するプログラム

```
100  'SAVE"B:FUTOU5.BAS",A
110 OPEN"B:YZN2.DAT"FOR OUTPUT AS #1
120 DIM ZZ(23),X(23)
130 I=1/5000:XX=500
140 X(1)=0
150 Z(4)=0
160 ZZ=0
170 GOSUB *SUB1
180 X(2)=0:ZZ(2)=0
190 FOR JJ=2 TO 21
210 ZZ(JJ)=ZZ(JJ)+XX*I
220 ZZ=ZZ(JJ)
230 GOSUB *SUB1
240 ZZ(JJ)=ZZ
250 NEXT JJ
260 CLOSE #1
270 END
280 '******************************************
290 *SUB1
300 '******************************************
310 'DIM Y(8),Z(8),N(8)
320 B1=150:B2=200:B3=150
330 H1=3:H2=2:AL=2
340 NH=.03:NL=.02
350 Y(1)=0
360 Y(2)=H1*AL
370 Y(3)=Y(2)+B1
380 Y(4)=Y(3)+H2*AL
390 Y(5)=Y(4)+B2
400 Y(6)=Y(5)+H2*AL
410 Y(7)=Y(6)+B3
420 Y(8)=Y(7)+H1*AL
430 Z(4)=Z(4)+ZZ+0:Z(5)=Z(4)
440 Z(3)=Z(4)+H2:Z(6)=Z(3)
450 Z(2)=Z(3):Z(7)=Z(6)
460 Z(1)=Z(2)+H1:Z(8)=Z(1)
470 FOR J=2 TO 3:N(J)=NH:NEXT J
480 FOR J=4 TO 6:N(J)=NL:NEXT J
490 FOR J=7 TO 8:N(J)=NH:NEXT J
500 FOR J=1 TO 8
510  PRINT #1,USING"####.###";Y(J),Z(J),N(J)
520  PRINT Y(J),Z(J),N(J)
530 NEXT J
540  PRINT "******************************************"
550 RETURN
```

表3－2－14　例題　3－2－5の各断面の座標データを作成するプログラム

プログラム名〝FUTOU 5〟

文 番 号	解　　説
130	I：河床勾配
140	X（1）：下流端の設定
150	Z（4）：下流端の最下河床高の設定
160	$ZZ=0$
170	サブルーチン290番以降へ行く
180	X（2）＝0：ZZ（2）＝0，次の断面から計算する為の初期値の設定
190	次断面の ZZ の設定
290～550	サブルーチン　＊ SUB1
320	河床幅 B1，B2，B3の設定
330	H1：$H.W.L$，H2：$L.W.L$，AL：法勾配
340	NH：高水敷粗度係数，NL：低水敷粗度係数
350～420	横断距離 Y の計算
430～460	河床高 Z の計算
470～490	粗度係数 N の設定
510	$Y.Z.N$ の出力

表３－２－15〝FUTOU 5〟の結果出力

0	5	0
6	2	.03
156	2	.03
160	0	.02
360	0	.02
364	2	.02
514	2	.03
520	5	.03
**		
0	5.1	0
6	2.1	.03
156	2.1	.03
160	.1	.02
360	.1	.02
364	2.1	.02
514	2.1	.03
520	5.1	.03
**		
0	5.2	0
6	2.2	.03
156	2.2	.03
160	.2	.02
360	.2	.02
364	2.2	.02
514	2.2	.03
520	5.2	.03
**		
0	5.3	0
6	2.3	.03
156	2.3	.03
160	.3	.02
360	.3	.02
364	2.3	.02
514	2.3	.03
520	5.3	.03
**		
0	5.4	0
6	2.4	.03
156	2.4	.03
160	.4	.02
360	.4	.02
364	2.4	.02
514	2.4	.03
520	5.4	.03
**		
0	5.5	0
6	2.5	.03
156	2.5	.03
160	.5	.02
360	.5	.02
364	2.5	.02
514	2.5	.03
520	5.5	.03
**		
0	5.6	0
6	2.6	.03
156	2.6	.03
160	.6	.02
360	.6	.02
364	2.6	.02
514	2.6	.03
520	5.6	.03
**		
0	5.7	0
6	2.7	.03
156	2.7	.03
Y	Z	N

160	.7	.02
360	.7	.02
364	2.7	.02
514	2.7	.03
520	5.7	.03
**		
0	5.8	0
6	2.8	.03
156	2.8	.03
160	.8	.02
360	.8	.02
364	2.8	.02
514	2.8	.03
520	5.8	.03
**		
0	5.9	0
6	2.9	.03
156	2.9	.03
160	.9	.02
360	.9	.02
364	2.9	.02
514	2.9	.03
520	5.9	.03
**		
0	6	0
6	3	.03
156	3	.03
160	1	.02
360	1	.02
364	3	.02
514	3	.03
520	6	.03
**		
0	6.1	0
6	3.1	.03
156	3.1	.03
160	1.1	.02
360	1.1	.02
364	3.1	.02
514	3.1	.03
520	6.1	.03
**		
0	6.2	0
6	3.2	.03
156	3.2	.03
160	1.2	.02
360	1.2	.02
364	3.2	.02
514	3.2	.03
520	6.2	.03
**		
0	6.3	0
6	3.3	.03
156	3.3	.03
160	1.3	.02
360	1.3	.02
364	3.3	.02
514	3.3	.03
520	6.3	.03
**		
0	6.4	0
6	3.4	.03
156	3.4	.03
160	1.4	.02
360	1.4	.02
364	3.4	.02
Y	Z	N

514	3.4	.03
520	6.4	.03
**		
0	6.5	0
6	3.5	.03
156	3.5	.03
160	1.5	.02
360	1.5	.02
364	3.5	.02
514	3.5	.03
520	6.5	.03
**		
0	6.6	0
6	3.6	.03
156	3.6	.03
160	1.6	.02
360	1.6	.02
364	3.6	.02
514	3.6	.03
520	6.6	.03
**		
0	6.7	0
6	3.7	.03
156	3.7	.03
160	1.7	.02
360	1.7	.02
364	3.7	.02
514	3.7	.03
520	6.7	.03
**		
0	6.8	0
6	3.8	.03
156	3.8	.03
160	1.8	.02
360	1.8	.02
364	3.8	.02
514	3.8	.03
520	6.8	.03
**		
0	6.9	0
6	3.9	.03
156	3.9	.03
160	1.9	.02
360	1.9	.02
364	3.9	.02
514	3.9	.03
520	6.9	.03
**		
0	7	0
6	4	.03
156	4	.03
160	2	.02
360	2	.02
364	4	.02
514	4	.03
520	7	.03
**		
Y	Z	N

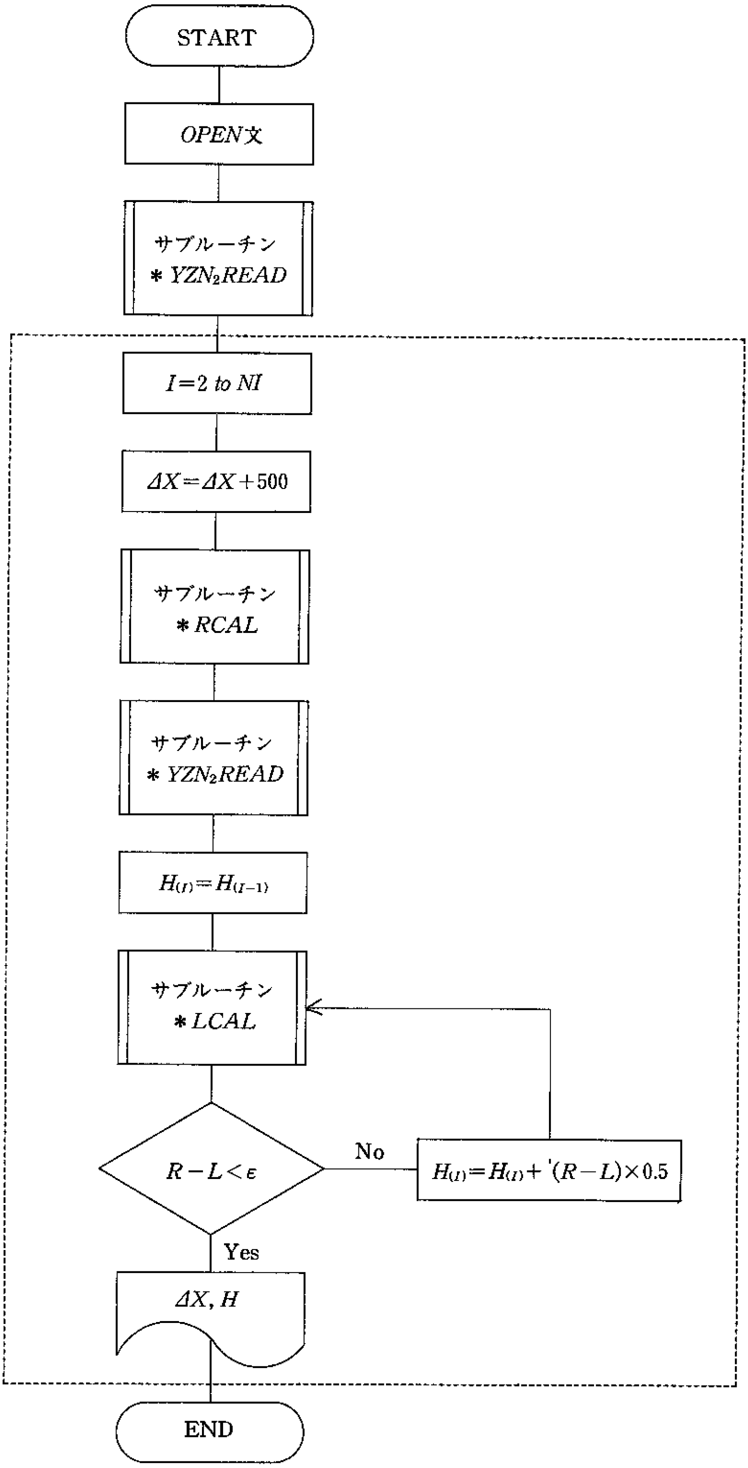


図３－２－18　例題　３－２－５　不等流計算のフローチャート

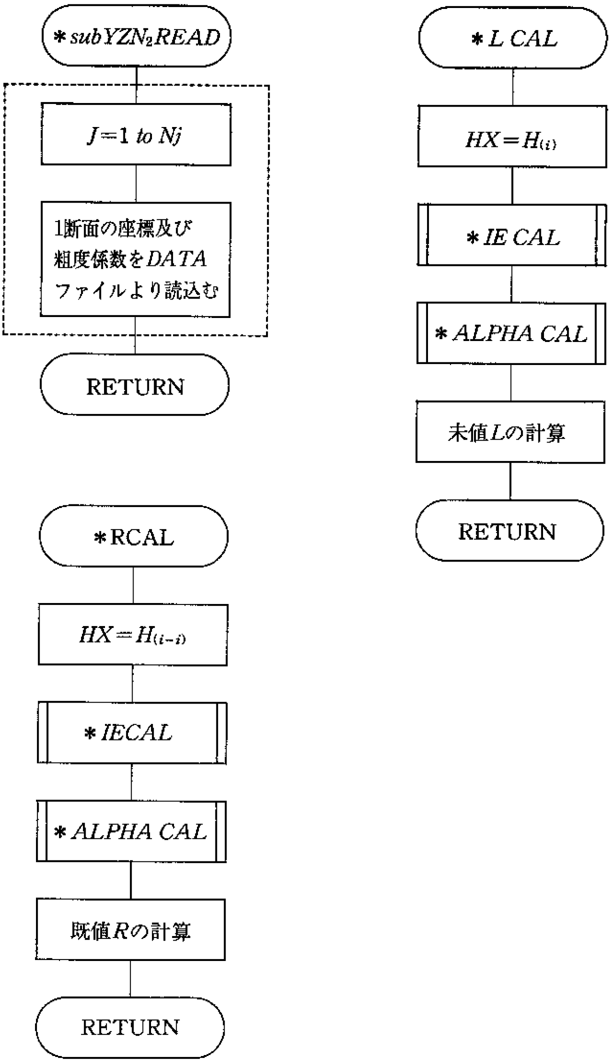


図３－２－18のつづき（その１）

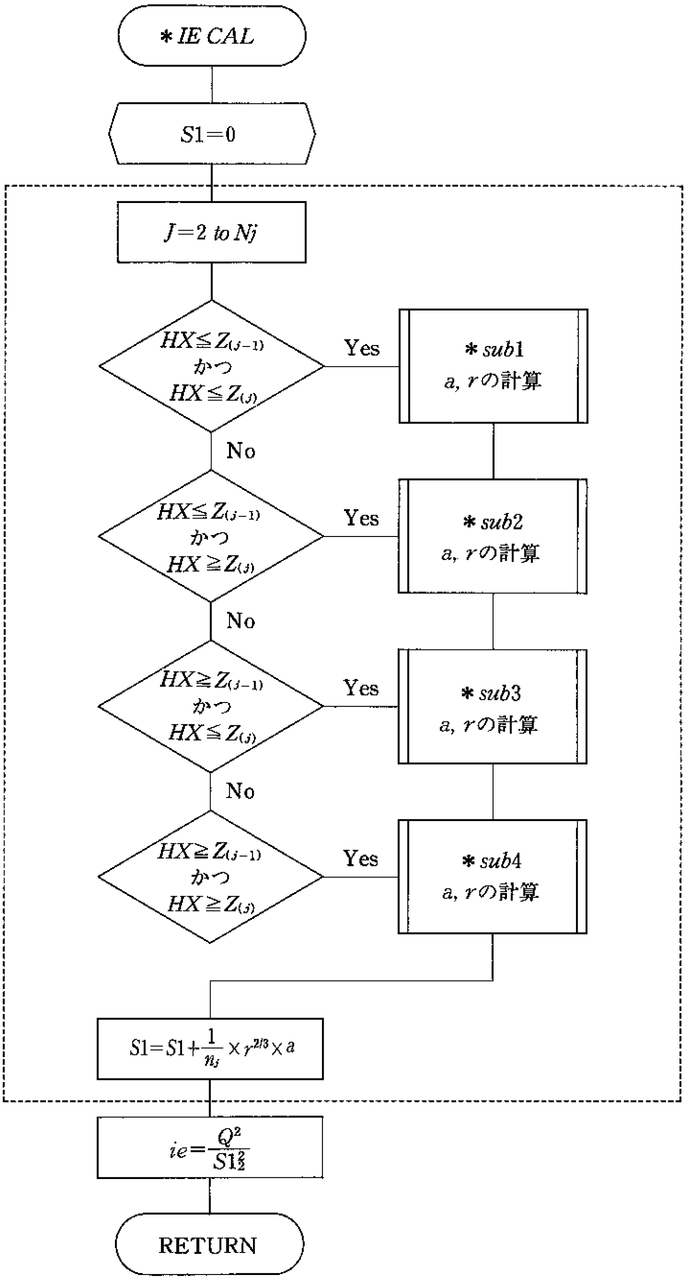


図３－２－18のつづき（その２）

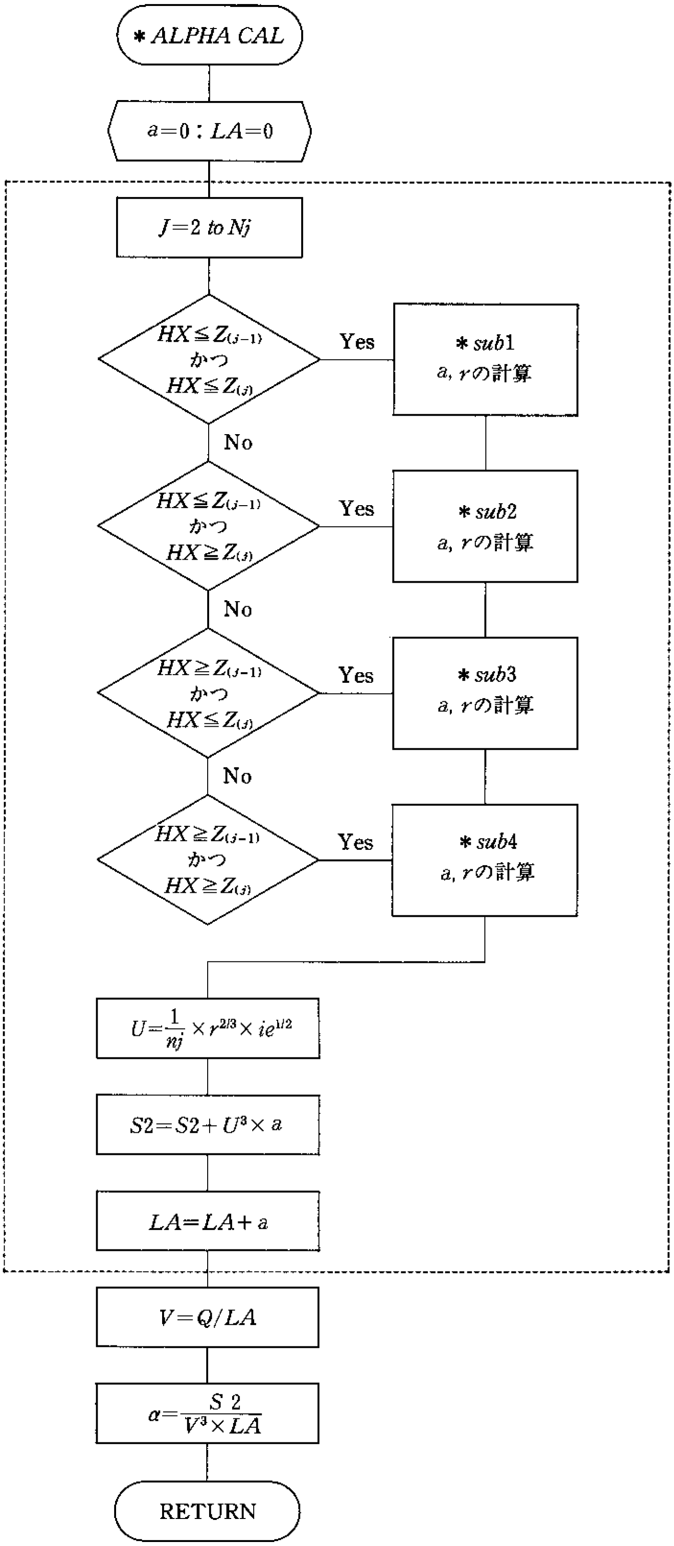


図３－２－18のつづき（その３）

表３－２－16　例題　３－２－５　不等流計算のプログラムリスト

```
100   'SAVE "B:FUTOU7.BAS",A
110 DIM Z(10),N(10),SA(10),SR(10),X(10),H(21)
120 H(1)=2.5:NJ=8:NI=21:Q=1000:SA=0:EPS=.001:DX=500:G=9.8:DX7=0
130 BETA=.5
140 OPEN"B:YZN2.DAT" FOR INPUT AS #1
141 OPEN"B:YZN3.DAT" FOR OUTPUT AS #2
150 GOSUB * YZN2READ
151 PRINT #2,USING"#####.###";DX7,H(1)
160 FOR I=2 TO NI
165 DX7=DX7+500
180 GOSUB * RCAL
190 GOSUB * YZN2READ
200 H(I)=H(I-1)
210 GOSUB * LCAL
220 IF ABS(R-L)<EPS GOTO 240
230 H(I)=H(I)+(R-L)*BETA:GOTO 210
240 PRINT #2,USING"#####.###";DX7,H(I)
250 NEXT I
260 'CLOSE #1
270 END
280  '***************************************
290  *YZN2READ
300  '***************************************
310  FOR J=1 TO NJ
320  LINE INPUT #1,A$
330  X(J)=VAL(LEFT$(A$,4))
340  Z(J)=VAL(MID$(A$,12,3))
350  N(J)=VAL(RIGHT$(A$,5))
360  NEXT J
370  RETURN
380  '***************************************
390  *RCAL
400  '***************************************
410  HX=H(I-1)
420  GOSUB *IECAL
430  GOSUB *ALPHACAL
440  R=HX+1/(2*G)*ALPHA*V^2+DX/2*IE
450  RETURN
460  '***************************************
470  *LCAL
480  '***************************************
490  HX=H(I)
500  GOSUB *IECAL
510  GOSUB *ALPHACAL
520  L=HX+1/(2*G)*ALPHA*V^2-DX/2*IE
530  RETURN
540 '*******************************************
550 *IECAL
560 '*******************************************
570 S1=0
580 FOR J=2 TO NJ
590   IF HX<=Z(J-1) AND HX<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
600   IF HX<=Z(J-1) AND HX>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
610   IF HX>=Z(J-1) AND HX<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
620   IF HX>=Z(J-1) AND HX>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
630 S1=S1+1/N(J)*SR^(2/3)*SA
640 NEXT J
650 IE=Q^2/S1^2
660 RETURN
670 '*******************************************
680 *ALPHACAL
690 '*******************************************
700 S2=0:LA=0
710 FOR J=2 TO NJ
720   IF HX<=Z(J-1) AND HX<=Z(J) THEN GOSUB *SUB1
730   IF HX<=Z(J-1) AND HX>=Z(J) THEN GOSUB *SUB2
740   IF HX>=Z(J-1) AND HX<=Z(J) THEN GOSUB *SUB3
750   IF HX>=Z(J-1) AND HX>=Z(J) THEN GOSUB *SUB4
760  SU=1/N(J)*SR^(2/3)*SQR(IE)
770 S2=S2+SU^3*SA
780 LA=LA+SA
790 NEXT J
800 V=Q/LA
810 ALPHA=S2/(V^3*LA)
820 RETURN
830 '***************************************
840 *SUB1
850 '***************************************
860 SA=0
870 SS=0
880 SR=0
890 RETURN
900 '***************************************
910 *SUB2
920 '***************************************
930 P1=HX-Z(J)
940 P3=Z(J-1)-HX
950 P4=X(J)-X(J-1)
960 P2=P4*P1/(P1+P3)
970 SA=P1*P2/2
980 SS=SQR(P1^2+P2^2)
990 IF SS=0 THEN RS=0:GOTO 1010
1000 SR=SA/SS
1010 RETURN
1020 '***************************************
1030 *SUB3
1040 '***************************************
1050 P1=HX-Z(J-1)
1060 P3=Z(J)-HX
1070 P4=X(J)-X(J-1)
1080 P2=P4*P1/(P1+P3)
1090 SA=P1*P2/2
1100 SS=SQR(P1^2+P2^2)
1110 IF SS=0 THEN SR=0:GOTO 1130
1120 SR=SA/SS
1130 RETURN
1140 '***************************************
1150 *SUB4
1160 '***************************************
1170 P1=ABS(Z(J)-Z(J-1))
1180 P2=X(J)-X(J-1)
1190 SA=(HX-Z(J)+HX-Z(J-1))*(X(J)-X(J-1))/2
1200 IF SS=0 THEN SR=0:GOTO 1230
1210 SS=SQR(P1^2+P2^2)
1220 SR=SA/SS
1230 RETURN
```

表3－2－17　例題　3－2－5　不等流計算のプログラムリスト

文番号	解説
120	H（I）：初期水深，NJ：横断方向の分割数 NI：計算断面数，Q：流量，SA：部分面積の初期値の設定，EPS：打切り誤差，DX：断面間距離 G：重力加速度，$DX7$：断面間距離の累加距離
130	$BETA$：既知量と未知量の差分を仮定水位 H（I）に加える時の差分値の補正
150	サブルーチン＊ $YZN2\ READ$ へ行く，下流端の X：横断距離，Z：河床高，N：粗度係数の読込み
151	$DX7$，H（1）の出力
160～250	$DX7$，H（I）の計算
165	$DX7=DX7+500$
180	サブルーチン＊ $RCAL$ へ行く，R：既知量の計算
190	サブルーチン＊ $YZN\ 2\ READ$ へ行く，i 断面目の $Y.Z.N$ の読込み
200	H（I）の初期値の設定
210	サブルーチン＊ $LCAL$ へ行く，未知量の計算
220	収束の判断，収束したならば240番へ行く
230	H（I）：上流側水深の設定，210番へ行く
240	$DX7$，H（I）の出力
290～370	サブルーチン＊ $YZN2\ READ$：X：横断距離，Z：標高，N：粗度係数の読込み
390～450	サブルーチン＊ $RCAL$：下流側水深の設定 サブルーチン＊ $IECAL$ へ行く サブルーチン＊ $ALPHACAL$ へ行く （3－2－17）式の R の計算
490～530	サブルーチン＊ $LCAL$：上流側水深の設定 サブルーチン＊ $IECAL$ へ行く サブルーチン＊ $ALPHACAL$ へ行く （3－2－18）式の L の計算
550～660	$S1$：（3－2－15）式の $S1$ の初期値の設定 部分断面形状の判定，サブルーチン840番以降で面積の計算

文 番 号	解 説
630	*S*1の計算
650	*IE* （3－2－14）式の *ie* （エネルギー勾配）の計算
680～820	*S*2 （3－2－12）式の *S*2の初期値の設定
	LA ：断面積の初期値の設定
	部分断面形状の判定，サブルーチン840番以降で面積の計算
760	*SU* ：マニング式による部分流速の計算
770	*S*2の計算
780	*LA* ：断面積の計算
800	*V* ：断面流速の計算
810	*ALPHA* ：（3－2－11）式のα （エネルギー係数）の計算

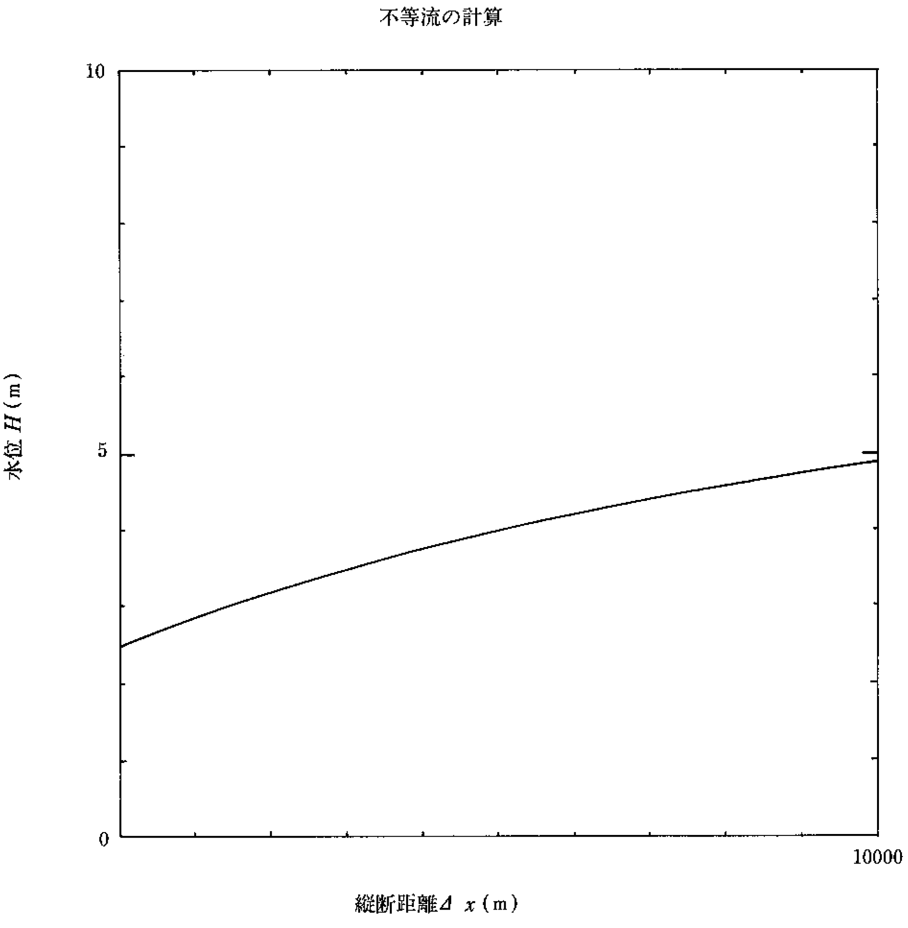


図3－2－19　例題　3－2－5のグラフ

表３－２－18　HとΔxの関係

0.000	2.500
500.000	2.704
1000.000	2.875
1500.000	3.027
2000.000	3.166
2500.000	3.297
3000.000	3.422
3500.000	3.542
4000.000	3.658
4500.000	3.772
5000.000	3.883
5500.000	3.992
6000.000	4.099
6500.000	4.206
7000.000	4.311
7500.000	4.416
8000.000	4.519
8500.000	4.622
9000.000	4.724
9500.000	4.826
10000.000	4.928

―補　遺―

1．方程式の近似解法

1－1　ニュートン法

関数$f_{(x)}$について，テイラー展開する。

テイラー展開

$$f_{(x)}=f_{(a)}+f'_{(a)}\triangle x+\frac{f''_{(a)}}{2!}(\triangle x)^2+\cdots\cdots\cdots$$

$$+\frac{f^{(n)}_{(a)}}{n!}(\triangle x)^n+\cdots\cdots\cdots \qquad \text{(補－1)}$$

ここでは，1回微分まで十分もとまるものと考え，それ以下のものに対しては無視する。

$$f_{(x)}=f_{(a)}+f'_{(a)}\triangle x$$

$$f_{(a)}+f'_{(a)}+\triangle x=0$$

$$\triangle x=-\frac{f_{(a)}}{f'_{(a)}} \qquad \text{(補－2)}$$

この時 $\triangle x$ が修正値となり，近似を進めていく。

例)

$$f_{(x)}=x^{2.2}-x^{1.3}-6$$

$$f'_{(x)}=2.2x^{1.2}-1.3x^{0.3}$$

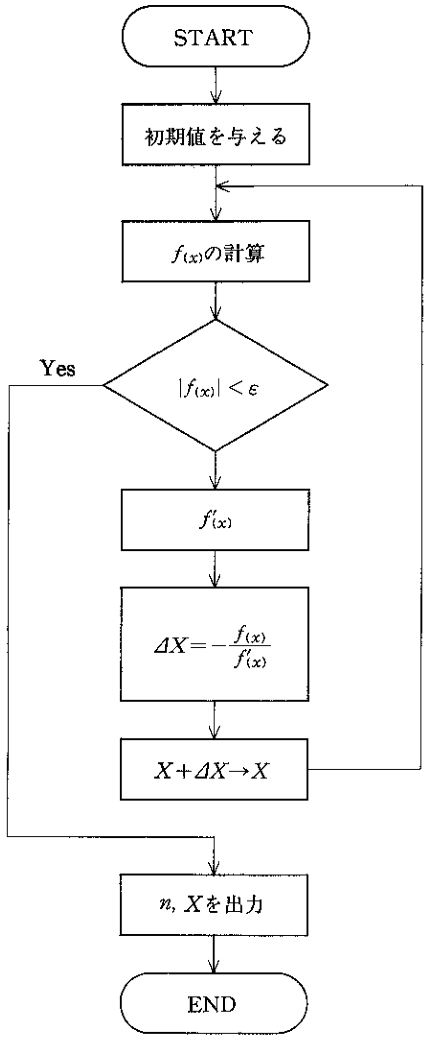
$$\triangle x=-\frac{f_{(x)}}{f'_{(x)}}$$

初期値を5とする。

表補　1－1－1　ニュートン法計算表

x	$f_{(x)}$	$f'_{(x)}$	$\triangle x$
5	20.39	13.07	-1.56
3.44	4.17	7.81	-0.53
2.91	0.48	6.14	-0.08
2.83	0.00		

これについて $BASIC$ プログラムを作る。



図補１－１－１　ニュートン法フローチャート

表補１－１－２　近似プログラム

```
990 'SAVE"KINJI.BAS",A
1000 EPS=.001
1010 X=5  :N=1
1020 LPRINT" N      X          FX          FDX          DX"
1030 LPRINT"-----------------------------------------------------"
1040 FX=X^2.2-X^1.3-6
1050 IF ABS(FX)<EPS THEN GOTO 1110
1060 FDX=2.2*X^1.2-1.3*X^.3
1070 DX=-FX/FDX
1080 LPRINT USING "## ####.#### ####.##### #####.##### ###.#####";N,X,FX,FDX,DX
1090 X=X+DX:N=N+1
1100 GOTO 1040
1110 LPRINT USING "## ####.####";N,X
```

表補１－１－３　近似プログラムの計算結果

N	X	FX	FDX	DX
1	5.0000	20.39000	13.07020	-1.56004
2	3.4400	4.16687	7.80593	-0.53381
3	2.9062	0.45211	6.12381	-0.07383
4	2.8323	0.00838	5.89694	-0.00142
5	2.8309			

表補1－1－4　ニュートン法プログラムの説明

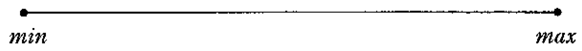
1000：収束条件
1010：xと収束回数の初期値
1040：$f_{(x)}$の式
1050：$f_{(x)}$の絶対値が，収束条件以下なら1110へ
1060：$f_{(x)}$の式
1070：$\triangle x = -f_{(x)}/f_{(x)}$
1090：xの収束：収束回数のカウント
1100：1040へ

近似プログラムの計算結果は，$N = 5$回の計算回数で，目的の数値　$X = 2.8309$という解がでる。

1－2はさみうち法

はさみうち法とは，名前のとうり両側から，得たい数値を任意の数値ではさみ，徐々にそのあいだを狭めてゆき目的の数値をえようというものである。

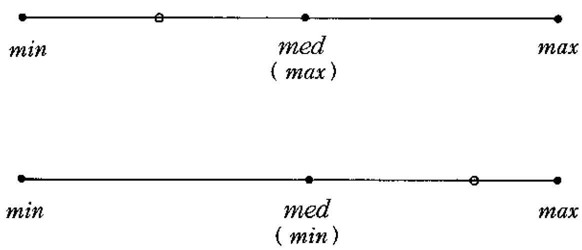
まず任意の数値 *min* と *max* をきめる。ただし，目的の数値が *min* と *max* の間に必ずなければならない。



図補　1－2－1

次にこの中間値を計算し，中間値より，得たい数値が *min* 側なら，この中間点が *max* に変わり， *max* 側なら *min* になる。

○得たい数値

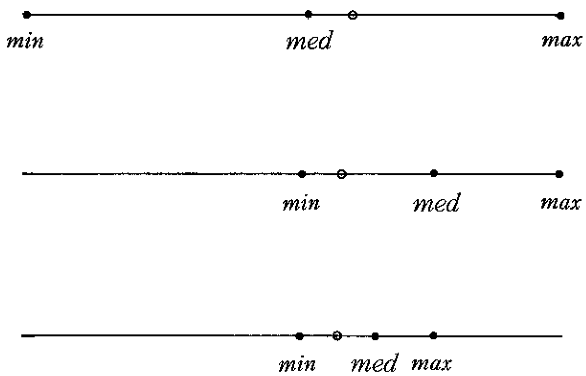


得たい数値が *min* 側なら， *med* が *max* に

得たい数値が *max* 側なら， *med* が *min* に

図補　1－2－2

これを数回繰り返し，誤差が十分小さいと思われる値がでたとろで *STOP* する。これででた数値が目的の値となる。



誤差が十分小さいと思われるところまで，収束させる。

図補　1－2－3

2．文字列と数字の変換方法

ここではデータとして登録された文字列を，プログラムの中で数字に変換して計算する方法について述べる。

文字列　"A"，　"B"，　"C"，　" 7 "，　"5.3 "

数　字　1，5，7，10.3，25

　　　　A，B，C……… (変数)

$：文字列であることを示す記号

例）文字列を代入してみる。

```
100  A$ = "I am"
110  B$ = "a boy"
120  C$ = A$ + " " + B$
130  PRINT C$
OK


     I am a boy
```

文字列から数字へ（VAL）

例）

```
10  A$ = "10"
20  A = VAL (A$)
30  PRINT A
OK

10
```

```
100  A$ = "132.45_________12.35______4.2 "
110  C = VAL (A$)
120  PRINT C
OK

132.35_________12.35______4.2"
```

数字から文字列へ（*STR*）

例）

```
10  A =10
20  C$ = STR （A）
30  PRINT C$
OK


10
```

文字列の部分変換

例）

A$ = "132.45　　　12.35　　4.2"

D$ = *VAL* （*LEFT$* （*A$*, 5)）：*PRINT D*........... （補－3）

（*A$*の左から5文字を取り出してそれを数字に変換し *D* にいれる。）

E$ = *VAL* （*RIGHT$* （*A$*, 3)）：*PRINT E*........... （補－3）

（*A$*の右から3文字を取り出してそれを数字に変換し *E* にいれる。）

F$ = *VAL* （*MID$* （*A$*, 10, 5)）：*PRINT F*........... （補－3）

（*A$*の右から10番目より5文字取り出してそれを数字に変換し *F* にいれる。）

問）

```
100  A1$ = "A1 is 10 "
110  A2$ = "A2 is 20 "
120  A3$ = "A3 is 30 "
```

上の文字列について下の問に答えよ。

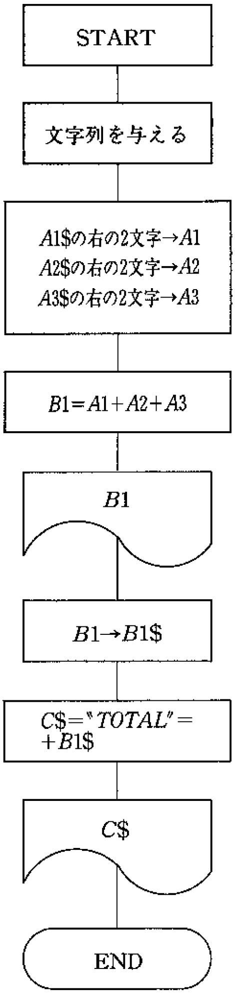
1）*A1$*，*A2$*，*A3$*，の右の2文字を取り出して数字に直して *A1*，*A2*，*A3*に入れる。

2）*A1*，*A2*，*A3*をプリントする。

3）*B1$* = "*total* = "□

□に *A1* + *A2* + *A3*を入れて *B1$* =をプリントする。

これについて *BASIC* のプログラムをつくる。



図補2－1　問のフローチャート

表補２－１　問のプログラム

```
100  'SAVE"B:ASOB3.BAS",A
110 A1$="A1 is 10"
120 A2$="A2 is 20"
130 A3$="A3 is 30"
140 A1=VAL(RIGHT$(A1$,2)):LPRINT A1
150 A2=VAL(RIGHT$(A2$,2)):LPRINT A2
160 A3=VAL(RIGHT$(A3$,2)):LPRINT A3
170 B1=A1+A2+A3
180 PRINT  B1
190 B1$=STR$(B1)
200  C$="TOTAL="+B1$
210 PRINT C$
```

表補２－２　問の計算結果

```
 10
 20
 30
TOTAL= 60
```

表補　２－３

文　番　号	解　　　　説
110～130	文字列 $A1\$$, $A2\$$, $A3\$$ を与える
140～160	（補－４）式より $A1\$$, $A2\$$, $A3\$$ の右の２文字を数字変数 $A1$, $A2$, $A3$ に代入する
170	$B1$ に $A1+A2+A3$ を代入する
190	$B1$ を文字列に置換える。
200	$TOTAL = B1$ を $C\$$ に代入する。

あ と が き

等流というものは，実河川においてほとんどないものだと思う。しかし，河川計算をすることにおいて，とても重要なことであり，まずここから始めなければならないことが多い。

$Q=AV$という式も，本冊子でも当たり前のように使われてはいるが，これこそもっとも重要な式である。

よって，等流をよく理解することが，河川計算を理解する上での第一歩である。

1～2　担当　　市川　嘉輝

少々くどい説明もあったかもしれませんが，四月～五月に開かれた勉強会について，よりわかりやすくまとめるために，当初私が理解しにくかった箇所にこだわりまとめました。また，まとめの際に気づいた点もあり，大変でしたが，有意義なものでした。

3－1　担当　　三浦　敦禎

現場で実務に当たる河川技術者の方々に，河川の流れの原理についてできるだけ優しく解説したつもりである。また，例題などを多く取り入れ，具体的に示したので流量計算のパソコンによる簡易解析や河川調査などを行う場合に参考にしていただければ幸いである。

3－2　担当　　鳥谷部寿人

また本冊子を作成するに当たり疑問点についてその基礎から詳しく説明して頂いた清水康行室長に感謝いたします。なお，研究室の皆様にも大変お世話になり感謝いたします。

参 考 文 献

荒井，中津川，清水；現場のための水理学，北海道開発局土木試験所河川研究室

松田，宮本；微分と積分・計算と意味，講談社