

実用的な洪水流出計算法



昭和62年3月

北海道開発局土木試験所

河川研究室

序

近年、一級河川の河川改修が進む一方で、中小河川の工事实施基本計画の見直しも行われてきている。また、全面的あるいは部分的な都市化、山地流域の開発、ゴルフ場などの造成は流域性状を変化させ、流域の流出形態をより複雑なものにしてきている。とくに、内水域の流出機構が著しく変化している所では既設樋門管の安全度は低下してきており、樋門管の改築・新設計画が相当数にのぼっている。

一般に、中小河川においては水文資料が完備されていないために、各種対策や計画策定にあたっては他の河川における解析結果などから類推したりしているが、中小河川における流出解析例は少なく、流域特性及び降雨特性との関連において体系化されていないのが現状である。具体的には、小流域における内水排除計画のためにハイドログラフ算定を必要とする場合でも、採用流出モデルは各々の流域でまちまちであり、合理的かつ普遍性のあるモデルがないために苦慮しているのが実状である。

洪水流出モデルと言えば、ほとんどの開発建設部において貯留関数法が用いられていると言って過言でない。しかしながら、流域の開発・都市化に伴う流出形態変化予測に貯留関数法が有効に活用されているとは言えない。その原因として、貯留関数モデル定数の物理的意味が明確でないことがあげられる。木村の貯留関数法が発表されたのが1960年代前半であり、すでに20年近くも経過している。この間、貯留関数モデルそのものの開発・改良について大学での研究レベルが進んでいないのかと疑問視するむきもあるが、実態はそうではなく、貯留関数モデル定数の物理的意味を定量的に評価しようとする研究成果が最近数多く発表されている。したがって、研究レベルの成果を実際問題へいかに迅速に普及させていくかの課題が残されている。

本報告では、以上の論点をふまえて、モデル定数の物理的意味が明確な等価粗度法の解と等価な貯留関数法を導き、モデル定数をすべて流域地形量、降雨特性値で定量化している。さらに定数推定式を実用的にし、流出解析をより合理的かつ簡易に行えるよう配慮している。また、北海道内の37小流域における99洪水資料に適用し、モデルの有効性を検証し、あわせて総合貯留関数法を提案している。

本報告で扱った貯留関数モデルの実際面での運用を重視し、補遺にはプログラムと計算例を掲げてある。また、プログラムと理論との対応関係を明確にするため、プログラム内容の注釈を加えてある。さらに、別冊には本解析で用いた原洪水資料をのせてあるので、有効に利用されて新しい研究成果が生れることを期待したい。なお、プログラムと洪水資料のフロッピー・ディスクは要請があれば送付可能である。

目 次

序	1
1. はじめに	3
2. モデル構築	3
3. 非線形方程式の数値解法	7
4. 数学的最適化手法	9
5. 適用例	13
6. 総合貯留関数式	26
7. おわりに	29
参考文献	30
補遺 1 一次元探索 f_c の最適値による実測・計算流出高の比較	31
補遺 2 二次元探索 k_1 と k_2 の最適値による実測・計算流出高の比較	85
補遺 3 パラメータ k_1 , k_2 , p_1 , p_2 と有効雨量系列既知の流出計算プログラムと計算例	139
補遺 4 一次元探索 f_c の最適化プログラムと計算例	147
補遺 5 二次元探索 k_1 と k_2 の最適化プログラムと計算例	159
補遺 6 原洪水資料を用いた洪水流出計算例	173
補遺 7 総合貯留関数式の再検討	181

別 冊 洪水データ集

1. はじめに

北海道開発局が現有する樋門管設置箇所は相当数にのぼる。しかしながら、既設・新設樋門管設計のための基礎資料となる計画流量算定については、背後の小流域からの流出量予測手法は確立されているとは言えず、設計のたびに各々の流域で種々の流出モデルを適用しているのが現状である。

実際の流出計算にあたっては、分布定数系の流出モデル（たとえば、等価粗度法）を採用するよりも、集中定数系モデル（たとえば、貯留関数法）を採用した方がはるかに計算が容易である。事実、各開発建設部においても、木村の貯留関数法が流出解析に多用されている。しかしながら、集中定数系モデルに含まれるパラメータを物理的に評価しようとすれば、種々の難点に遭遇する。その1つに、パラメータの値と流出特性を規定する斜面長、勾配、粗度などの流域特性値ないしは降雨特性値との関係が明確でないことがあげられる。とくに、流量資料の入手できない流域を対象として、集中定数系流出モデルを用いようとするとき、上述の集中定数系モデルのもつ欠点は致命的と言わざるを得ない。もう1つ流出解析において注意すべき点は降雨波形の取扱いである。すなわち、雨量強度によりモデルパラメータが変化することはしばしば経験することであり、中小規模程度の流量資料に基づいて同定されたモデルパラメータを計画降雨波形のようにきわめて雨量強度の大きい降雨にまで適用することは問題である。これまでに流出解析に多用されてきている貯留関数法にしても、どんな洪水流出にも適合度がよいわけではなく、自ずから限界があることに留意すべきである。一応の目安としては、ピーク比流量が $1 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以上のとき貯留関数モデルは適合度が良好であることを念頭に入れておく必要がある。

流域は斜面と河道より構成されている。山腹斜面は雨量を流量に変換する場であり、河道は斜面からの流出量を合成、運搬する場である。本報告で対象とする小流域では後者の河道効果を見捨ててしまつてはならない。また、樋門管等の設計流量はきわめて雨量強度の大きい降雨を対象としているので、斜面からの流出が表面流によって生起すると考えてよい。

本報告では、以上の論点をふまえて、比較的簡便な貯留関数モデルによる流出計算手法を紹介する。このとき、モデルパラメータ値の物理的解釈を容易にしてある。また、パラメータの推定が容易に行えるように実用推定式も示す。土木試験所では、これまでに北海道内の小流域における洪水資料を多数収集しているため、そのうち、比較的大きい出水（比流量 $0.5 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以上）と考えられる 99 例に採用モデルを適用してモデルの有効性を検証する。

2. モデル構築

図-1 に示す一定勾配斜面上の流出現象を物理モデルによって表現する方法として等価粗度法（Kinematic wave 法）がある。等価粗度法は水理量（斜面上の水深と流量）を時間的にも場所的にも算定できるという点で分布定数系モデルであり、計算が複雑となる。等価粗度モデルの基礎方程式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \quad (0 \leq x \leq L) \quad (1)$$

$$q = \alpha h^m \quad (2)$$

$$s = \int_0^L h(x, t) dx \quad (3)$$

$$h(x, 0) = 0, h(0, t) = 0 \quad (4)$$

ここで、 t ：時間、 x ：斜面上流端からの距離、 h ：水深、 q ：単位幅流量、 s ：斜面単位幅貯留量、 r ：有効雨量、 L ：斜面長、 α 、 m ：斜面流定数

(4)式はそれぞれ、水深に関する初期条件と境界条件である。(2)式は運動の式であり、流れがどのような平均流速の式で表現されるかで、斜面流定数 α と m は次のように規定される。

$$\text{層流} : \alpha = gi/3\nu, m = 3 \quad (5)$$

$$\text{マンニング} : \alpha = \sqrt{i}/n, m = 5/3 \quad (6)$$

$$\text{シェジャー} : \alpha = c\sqrt{i}, m = 3/2 \quad (7)$$

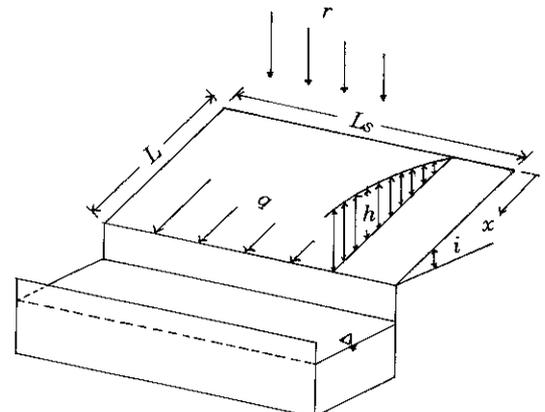


図-1 一定勾配の斜面モデル

$$\text{ダルシー} : \alpha = k_i i / \lambda, \quad m = 1 \quad (8)$$

ここで、 ν : 動粘性係数、 g : 重力加速度、 i : 斜面勾配、 n : 等価粗度、 c : シェジュー係数、 λ : 表層土の有効間隙率、 k_i : 表層土の透水係数

等価粗度法が準物理モデルといわれる理由は、上述したように、パラメータの物理的意味が明確なことによる。大洪水（比流量が大）においては、表面流出が卓越していると考えられるから(5)~(7)式が適用される。一方、中小洪水（比流量が小）においては、(8)式の間流出モデルがよく用いられている。しかしながら、中間流出モデルを適用する際には、対象流域の土壌特性パラメータ λ 、 k_i の調査を行う必要がある。

図-2 に示される継続時間 t_r をもつ矩形降雨波形 r に対する等価粗度法の理論解は、次式で与えられる⁹⁾。

$$t_r > t_c = \left(\frac{L r^{1-m}}{\alpha} \right)^{1/m} \text{ のとき}$$

$$\begin{cases} h(x, t) = \begin{cases} (rx/\alpha)^{1/m} & 0 \leq x \leq \alpha r^{m-1} t^m \\ rt & \alpha r^{m-1} t^m < x \leq L \end{cases} & 0 \leq t \leq t_c \\ h(x, t) = (rx/\alpha)^{1/m} & 0 \leq x \leq L, \quad t_c \leq t \leq t_r \\ x = \alpha h(x, t)^{m-1} [h(x, t)/r + m(t-t_r)] & 0 \leq x \leq L, \quad t > t_r \end{cases} \quad (9)$$

(9)式中の t_c は到達時間 (time of concentration) である。(9)式によって、斜面上の水深分布が求められたので、斜面末端でのハイドログラフは(2)式により $q(L, t) = \alpha h(L, t)^m$ で計算される。その結果を図-3 に示す。

(1), (2)式による等価粗度法は分布定数系モデルであるために、貯留関数法に比べて計算が複雑となり、実務者にとってはなじみの薄いものとなる。したがって、等価粗度法による解が貯留関数法による解と“ほぼ等しく”なるように等価粗度モデルを貯留関数法に変換できないか、と誰も考えるのは自明の理である。もしこのことが可能であれば、複雑な等価粗度モデルをわざわざ使わなくても計算が迅速に行えるようになり、貯留関数法の実用面での利用価値が飛躍的に高まることになる。

先に“ほぼ等しく”と書いたが、なにをもって等価とすることかという疑問が起こってくる。この意味を少し考えることにする。今、有効降雨強度 r が場所に依存しないものとして、(1)式の両辺を $x=0$ から L の範囲で積分すると、次式が得られる。

$$\frac{d}{dt} \int_0^L h(x, t) dx + \int_0^L dq = \int_0^L r dx \quad (10)$$

あるいは、

$$\frac{d}{dt} \int_0^L h(x, t) dx + q(L, t) - q(0, t) = rL \quad (11)$$

(11)式の $q(L, t)$ は斜面末端における流量であり、図-3 に示される。 $q(0, t)$ は斜面上流端での流量であるから、(2), (4)式から $q(0, t) = 0$ が成立する。(3)式を(11)式に代入すると、次式は貯留関数法の連続式に相当することになる。

$$\frac{ds}{dt} = rL - q(L, t) \quad (12)$$

(9)式の斜面上の水深分布を(3)式に代入すると、斜面上の貯留量理論値が得られる。したがって、(3)式の積分値を斜面末端の流量 $q(L, t)$ を用いて表わすことができれば、貯留方程式を誘導したことになる。すなわち、等価粗度法の貯留関数法

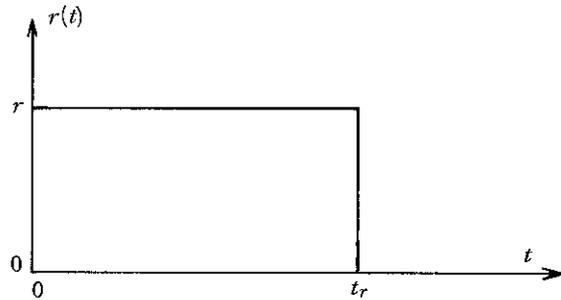


図-2 矩形降雨波形

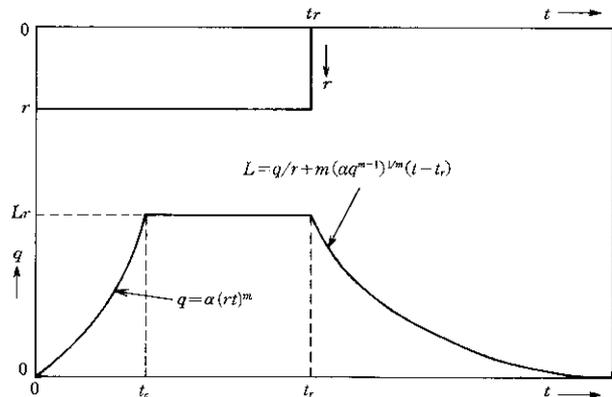


図-3 斜面末端でのハイドログラフ

への変換とは、とりもなおさず(3)式の積分値を最も適合する $q(L, t)$ の関数形で表現することにほかならない。この関数形の決定にこれまで多くの努力が払われてきている。^{3,4)} 星ら²⁾は等価粗度法による解から(3)式の貯留量～末端流量($s\sim q$)曲線を表現する方程式として、次式が最適であるとしている。

$$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt}(q^{p_2}) \quad (13)$$

$$\frac{ds}{dt} = r - q \quad (14)$$

ここで、 s : 貯留高(mm), q : 流出高(mm/hr), r : 有効雨量(mm/hr), t : 時間(hr), k_1, k_2, p_1, p_2 : モデルパラメータ
等価粗度法と貯留関数法では変数の単位が異なるので、厳密には同じ文字を使用するのは正しくない。しかしながら、以後の解析では(13), (14)式の貯留関数モデルを用いるので誤解を生じないと思う。

等価粗度パラメータと(13)式の貯留関数パラメータの相互関係は、次式で定義される。

$$k_1 = \frac{m}{m+1} (10^{3m-6} / 3.6)^{1/m} (L/\alpha)^{1/m} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} k_2 &= K_2 (10^{3m-6} / 3.6)^{2/m} (L/\alpha)^{2/m} \bar{r}^{(2/m-1-p_2)} \\ &= K_2 \left(\frac{m+1}{m} \right)^2 k_1^2 \bar{r}^{(2/m-1-p_2)} \end{aligned} \quad (16)$$

$$p_1 = 1/m \quad (17)$$

ここで、 \bar{r} : 平均有効雨量強度 (mm/hr), L : 斜面長 (m), α : m-sec 単位の定数

(16)式中のパラメータ、 K_2 と p_2 は降雨特性値にのみに依存する定数で²⁾、実際の降雨波形を平均有効雨量強度 \bar{r} をもつ図-4に示されるような矩形波形で近似するとき、次式で計算される。

$$K_2 = m^{1/5} / 10, \quad p_2 = (1/m)^{3/2} \quad (18)$$

なお、実際に観測される雨量時間分布は矩形降雨波形で近似するものよりも、三角形降雨波形で近似した方がよい場合が多い。三角形降雨の継続時間を t_r 、ピーク雨量生起時刻を t_a とすると、(18)式の K_2 と p_2 は t_a/t_r および等価粗度モデル指数 m の関数で表現できる²⁾。たとえば、 $t_a/t_r = 0.5$ (2等辺三角形降雨) で $m = 5/3$ ((6)式のマニング則仮定) の場合、 K_2 と p_2 の値は、それぞれ $K_2 = 0.096$, $p_2 = 0.45$ となる。一方、矩形降雨波形を仮定する場合、 $m = 5/3$ を(18)式に代入して、 $K_2 = 0.111$, $p_2 = 0.465$ を得る。したがって、両者の値のオーダーはほぼ等しいので、パラメータの実用推定上、矩形降雨波形で近似しても問題はないと考えられる。注意すべき点は、(18)式をパラメータの推定にだけ使い、(14)式の入力 r には実際の有効雨量系列を用いなければならない。貯留関数モデルにおいては4個のパラメータ k_1, k_2, p_1, p_2 が等価粗度モデルのパラメータ (L, α, m) で表現されていることに注目すべきである。すなわち、(5)～(8)式を(15)～(18)式に代入すれば、流出機構の相異に対応した貯留関数モデルパラメータが容易に決定される。

本報告では比較的大きい出水を解析対象としているので、(6)式のマニング則による表面流を想定し、これを(15)～(18)式に代入すると貯留関数モデルパラメータは次式で表わされることがわかる。

$$k_1 = 0.0728 (n/\sqrt{i})^{0.6} L^{0.6} \quad (19)$$

$$k_2 = 0.2835 k_1^2 \bar{r}^{-0.2648} \quad (20)$$

$$p_1 = 0.6 \quad (21)$$

$$p_2 = 0.4648 \quad (22)$$

ここで注目すべきことは、パラメータ k_1 は流域特性値のみに依存し、パラメータ k_2 は流域特性値と降雨特性値の両方に依存していることである。パラメータ k_1 の算定上、定数 $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6} L^{0.6}$

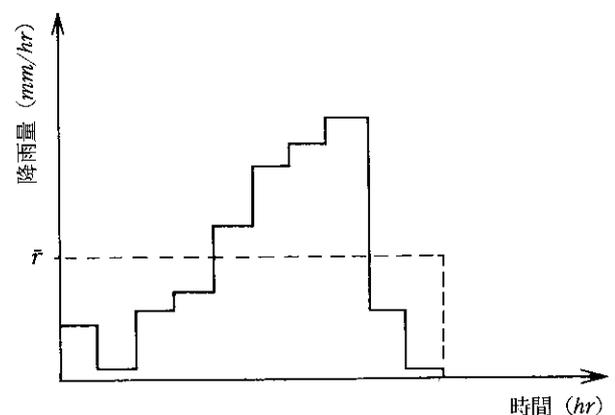


図-4 矩形降雨波形への変換

\sqrt{i} の 0.6 の推定問題が残るが、山地流域河川を対象とする場合、この値のオーダーは $1 \sim 2$ となることが知られている⁹⁾。 f_c の特性を適用例で考察することにする。

(19)式のパラメータ算定式には斜面長 L が含まれているので実用上使いづらい面がある。そこで、斜面長を流域面積で置換する方策を考えてみる。一般には、対象流域は複雑な形状を示すが、単純化して図-5に示すような流域モデルを想定すると次式が成立する。

$$\begin{cases} L = \varepsilon W \\ A = WL_s \\ L_s = \beta A^\gamma \end{cases} \quad (23)$$

ここで、 L ：斜面長 (km)、 W ：流域幅 (km)、 A ：流域面積 (km²)、 L_s ：主河道長 (km)、 $\varepsilon, \beta, \gamma$ ：流域定数

(19)式中の斜面長 L はメートル単位であることに留意して、(23)式の関係式を(19)式に代入すると、パラメータ k_1 は次のように変形される。

$$k_1 = 4.593(\varepsilon/\beta)^{0.6}(n/\sqrt{i})^{0.6}A^{0.6(1-\gamma)} \quad (24)$$

(24)式には流域面積 A (km²)が含まれているので、(19)式よりは実用推定式として使いやすい。以下に、流域定数 $\varepsilon, \beta, \gamma$ の決定法について簡単に述べる。 $\varepsilon = 0.5$ のときには、主河道長の両側に等しい斜面があることになるから、このようなケースは少ないであろう。したがって、実用上 $\varepsilon = 0.6$ と仮定しても大過ないと考えられる。(23)式の第3式はハック (Hack) によって提案された地形則としてよく知られている。既往研究成果から、 $\beta = 1.27 \sim 1.89$ 、 $\gamma = 0.52 \sim 0.72$ の範囲が得られている⁹⁾。本報告で解析対象とした小流域と北海道内の主要河川流域について、主河道長と流域面積の関係をプロットしたものが図-6に示されている。この結果から、 $\beta = 1.35$ 、 $\gamma = 0.6$ と仮定しても実用上問題は無い。したがって、 $\varepsilon = 0.6$ 、 $\beta = 1.35$ 、 $\gamma = 0.6$ を(24)式に代入すると次式が得られる。

$$k_1 = 2.823(n/\sqrt{i})^{0.6}A^{0.24} \quad (25)$$

(25)式で与えられる k_1 は木村によって提案された総合貯留関数法の貯留係数に対応する。木村は流域面積が 500 km^2 以下の山地河川流域に対して貯留係数を 40.3 としているが、流域の大きさに無関係に一定値とするのは無理であると考えられる。(25)式には流域面積の要素が含まれているのでより合理的である。なお、永井¹⁰⁾も等価粗度法を木村の貯留関数モデルに集中化することを試み、(25)式と同形の貯留係数を導出している。永井らの提案式は(24)式に $\varepsilon = 0.5$ 、 $\beta = 1.35$ 、 $\gamma = 0.6$ を代入した式に一致する。このとき、 $k_1 = 2.53(n/\sqrt{i})^{0.6}A^{0.24}$ となる。

以上、流出計算を比較容易に行えるように、分布定数系モデルである等価粗度法をどのように貯留関数モデルに変換するかを述べてきた。また、貯留関数モデルパラメータ k_1, k_2, p_1, p_2 の実用推定式として(25)、(20)、(21)、(22)式は表面流出が卓越していると考えられる大中洪水解析に適用可能であることを示した。なお、当然のことながら、ファクター $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ の値が減少するにつれてピーク流量は増大し、ピーク生起時刻が早まる。パラメータ k_1, k_2, p_1, p_2 が既知であるときの(13)、(14)式の数値解法の理論展開を以下に示す。

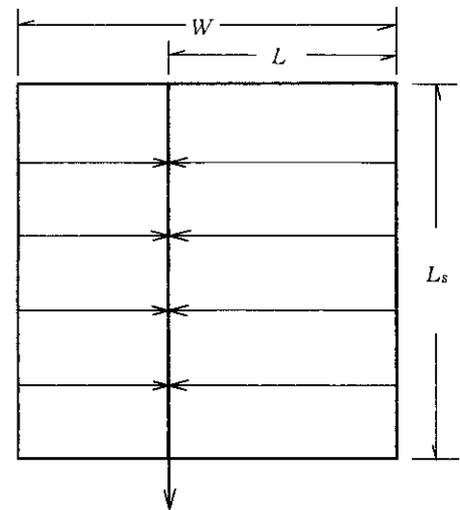


図-5 流域モデル

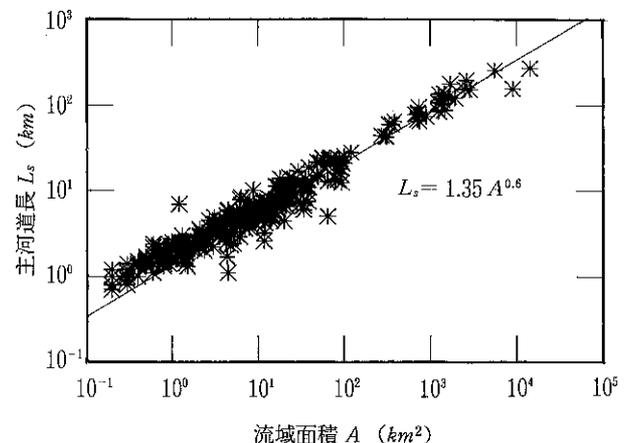


図-6 主河道長～流域面積の関係

3. 非線形方程式の数値解法

(13), (14)式の貯留関数モデルは非線形であり、数値解法によって解かざるを得ない。数値解析の便宜上、次の変数変換を行う。

$$\begin{cases} x_1 = q^{p_2} \\ x_2 = \frac{d}{dt}(q^{p_2}) \end{cases} \quad (26)$$

(26)式の関係式を用いると、(13)式は次のように変形される。

$$s = k_1 x_1^{1/p_2} + k_2 x_2 \quad (27)$$

(27)式と(14)式の連続式から、次の非線形連立常微分方程式が得られる。

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -\frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} x_1^{p_1/p_2-1} x_2 - \frac{1}{k_2} x_1^{1/p_2} + \frac{r}{k_2} \end{cases} \quad (28)$$

直接流出量の計算にあたっては、(28)式の初期条件を設定する必要がある。

$$x_1 |_{t=0} = x_2 |_{t=0} = 0 \quad (29)$$

非線形常微分方程式の数値解法は種々ある。そのうち、ルンゲ・クッタ・ギル法は計算が速く、精度が高いため多用されている。本報告では、(28)式の線形化による近似解法を試みる。(28)式をベクトル表示すると、(30)式が得られる。

$$\frac{dX}{dt} = F(X) \quad (30)$$

ここで、

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$F(X) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2) \\ f_2(x_1, x_2) \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = x_2 \\ f_2(x_1, x_2) = -\frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} x_1^{p_1/p_2-1} x_2 - \frac{1}{k_2} x_1^{1/p_2} + \frac{r}{k_2} \end{cases} \quad (33)$$

今、 $F(X)$ が十分になめらかな関数として、 $F(X)$ をあらかじめ既知な $X=X^*$ において1次の項までTaylor級数展開すると、

$$F(X) = F(X^*) + A(X^*)(X - X^*) \quad (34)$$

ここで、 $A(X^*)$ はヤコビアン行列で、次式で定義される。

$$A(X^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{x=X^*} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

(35)式の行列要素、 a_1 と a_2 は次式で与えられる。

$$\begin{cases} a_1 = \frac{\partial f_2}{\partial x_1} = -\frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) (x_1^*)^{p_1/p_2-2} (x_2^*) - \frac{1}{k_2} \frac{1}{p_2} (x_1^*)^{1/p_2-1} \\ a_2 = \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = -\frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} (x_1^*)^{p_1/p_2-1} \end{cases} \quad (36)$$

(34)式を(30)式に代入すると、(37)式が得られる。

$$\frac{dX}{dt} = A(X^*)X + B(X^*) \quad (37)$$

ここで、

$$\begin{aligned} B(X^*) &= F(X^*) - A(X^*)X^* \\ &= \begin{bmatrix} f_1(x_1^*, x_2^*) \\ f_2(x_1^*, x_2^*) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{cases} b_1 = f_1(x_1^*, x_2^*) - x_2^* = 0 \\ b_2 = f_2(x_1^*, x_2^*) - a_1 x_1^* - a_2 x_2^* \\ \quad = \frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) (x_1^*)^{p_1/p_2-1} (x_2^*) + \frac{1}{k_2} \left(\frac{1}{p_2} - 1 \right) (x_1^*)^{1/p_2} + \frac{r}{k_2} \end{cases} \quad (39)$$

(37)式は線形常微分方程式であり、 $A(X^*)$ と $B(X^*)$ が定係数行列であるとき、その理論解は次式で表わされる差分方程式に変換できる。

$$X_{k+1} = \Phi_k X_k + \Gamma_k B_k \quad (40)$$

ここで、 X_k は任意の計算時間ステップ k における X の値である。

$$X_k = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_k \quad B_k = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix}_k \quad (41)$$

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ \phi_3 & \phi_4 \end{bmatrix} \quad \Gamma_k = \begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 \\ \gamma_3 & \gamma_4 \end{bmatrix} \quad (42)$$

なお、行列 Φ_k と Γ_k は次式によって計算される。

$$\Phi_k = \exp(AT) = I + AT + \frac{1}{2}(AT)^2 + \frac{1}{6}(AT)^3 + \frac{1}{24}(AT)^4 \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_k &= [\exp(AT) - I]A^{-1} \\ &= T \left[I + \frac{1}{2}(AT) + \frac{1}{6}(AT)^2 + \frac{1}{24}(AT)^3 \right] \end{aligned} \quad (44)$$

ここで、 T は計算時間間隔、 I は (2×2) の単位行列、 A は(39)式の行列である。

行列 Φ_k と Γ_k の要素を求めるには、(39)式を(43)、(44)式に代入すればよい。その結果を以下に示す。

$$\begin{cases} \phi_1 = 1 + \frac{1}{2} a_1 T^2 + \frac{1}{6} a_1 a_2 T^3 + \frac{1}{24} a_1 a_3 T^4 \\ \phi_2 = T \left(1 + \frac{1}{2} a_2 T + \frac{1}{6} a_3 T^2 + \frac{1}{24} a_3 a_4 T^3 \right) \\ \phi_3 = a_1 T \left(1 + \frac{1}{2} a_2 T + \frac{1}{6} a_3 T^2 + \frac{1}{24} a_3 a_4 T^3 \right) = a_1 \phi_2 \\ \phi_4 = 1 + a_2 T + \frac{1}{2} a_3 T^2 + \frac{1}{6} a_3 a_4 T^3 + \frac{1}{24} (a_1 a_3 + a_2^2 a_4) T^4 \end{cases} \quad (45)$$

$$\begin{cases} \gamma_1 = T \left(1 + \frac{1}{6} a_1 T^2 + \frac{1}{24} a_1 a_2 T^3 \right) \\ \gamma_2 = T^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} a_2 T + \frac{1}{24} a_3 T^2 \right) \\ \gamma_3 = a_1 T^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} a_2 T + \frac{1}{24} a_3 T^2 \right) = a_1 \gamma_2 \\ \gamma_4 = T \left(1 + \frac{1}{2} a_2 T + \frac{1}{6} a_3 T^2 + \frac{1}{24} a_3 a_4 T^3 \right) = \phi_2 \end{cases} \quad (46)$$

ここで、

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + a_2^2 \\ a_4 = a_1 + a_3 \end{cases} \quad (47)$$

したがって、(40)式は、(41)、(42)式を用いて、次のように表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ \phi_3 & \phi_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \end{bmatrix} (b_2)_k \quad (48)$$

(48)式は(49)式によってスカラー計算できる。

$$\begin{cases} (x_1)_{k+1} = \phi_1(x_1)_k + \phi_2(x_2)_k + \gamma_2(b_2)_k \\ (x_2)_{k+1} = \phi_3(x_1)_k + \phi_4(x_2)_k + \gamma_4(b_2)_k \end{cases} \quad (49)$$

(49)式の漸化式を用いれば、任意の離散時刻 k における x_1 (= q^{p_2}) と x_2 (= $\frac{d}{dt}(q^{p_2})$) の値を計算できる点で計算機演算に最適な計算手法と言えよう。最後に、任意の離散時刻 k における所要の流量も(26)式の逆変換、 $q = x_1^{1/p_2}$ によって求まる。

非線形方程式の線形化解法では、 X^* の決定方法が問題となる。(40)式によって X_{k+1} を計算しようとするれば、すでに X_k の値は既知であるから、実用的には $X^* = X_k$ とするのが自然であろう。すなわち、(36)、(39)式の a_1 、 a_2 、 b_2 の係数を k ステップでの x_1 と x_2 の計算値を用いて算定すればよい。この操作に伴い、変係数行列 Φ_k と Γ_k は計算時間間隔 T ごとに一定値をとることになる。(28)式をルンゲ・クッタ・ギル法と線形化解法によってハイドログラフを計算して比較したが例が図-7に示されている。

計算条件として、モデルパラメータは $k_1 = 9.081$ 、 $k_2 = 19.266$ 、 $p_1 = 0.6$ 、 $p_2 = 0.4648$ である。降雨量と流量のサンプリング時間間隔を1時間とし、計算時間間隔を $T = 0.1 \text{ hrs}$ (1時間を10分割) としてある。図-7に示されるように、両数値解による計算結果には大差がなく、線形化手法は実用上十分な精度を有していると考えられる。また同一の計算条件下では、線形化手法による方が計算時間が少なくてすむ。

4. 数学的最適化手法

実務レベルでの関心事として、次のような問題がしばしば起こる。すなわち、対象流域の洪水流出過程を(13)、(14)式の貯留関数法で表現するとしよう。このとき、実績洪水資料(雨量・流量系列)を用いて、実測ハイドログラフに最も適合するように(13)式のモデルパラメータ k_1 、 k_2 、 p_1 、 p_2 を推定することが必要となる。この推定法がシステムあるいはパラメータ同定といわれるものである。

パラメータ同定問題においても同定すべきパラメータ個数が多くなると種々の問題に直面する。パラメータ数が1個の場合には、パラメータの値を少しずつ動かしながら、実測出力波形に最も近くなるように試行錯誤的にパラメータを同定することができよう。しかしながら、パラメータ数が多くなると試行錯誤的手法では用をなさなくなる。というのも、パラメー

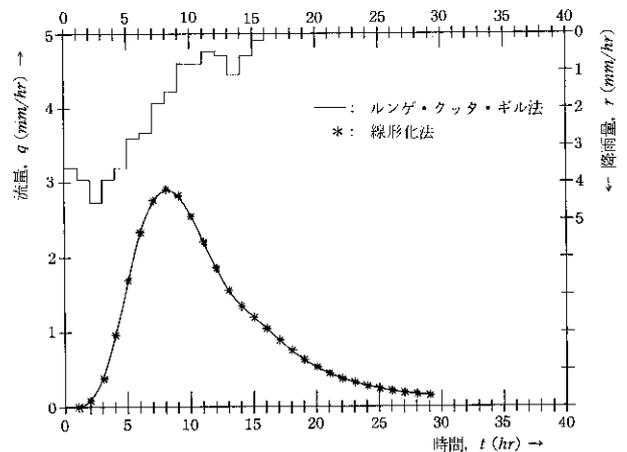


図-7 数値解法の結果比較

タ値の動かし幅の組合わせが指数関数的に増加し、繰返し回数も膨大なものとなるからである。また、パラメータが相互に関連している場合には、各々のパラメータを独立に動かしたのでは、真値に近づくという保障が得られなくなる。したがって、試行錯誤的要素を極力排除し、なんらかの客観的基準によってパラメータの最適値同定を効率よく行おうとするのが数学的最適化手法である。

さて、本報告で採用する貯留方程式は(13)式においてパラメータを4個もち、一見複雑にみえる。しかしながら、唯一の未知定数は(25)式中の $f_c=(n/\sqrt{i})^{0.6}$ であり、この値が決定されれば、パラメータ k_1 、 k_2 、 p_1 、 p_2 はそれぞれ、(25)、(20)、(21)、(22)式により自動設定される。したがって、もっとも単純なパラメータ同定法は実測流量と計算流量の誤差2乗和が最小になるように次元探索により f_c を同定することである。すなわち、次式を評価基準とする。

$$\text{Min}_{f_c} J(f_c) = \sum_{j=1}^N (q_j^* - q_j(f_c))^2 \quad (50)$$

ここで、 q_j^* ：サンプリング時刻 j における実測流出高、 $q_j(f_c)$ ： f_c が指定されたときの計算流出高、 N ：流量系列標本数

貯留関数モデルパラメータ推定式である(25)、(20)、(21)、(22)式は等価粗度法から導出されたものである。しかしながら、降雨波形については図-4に示されるような矩形波形への単純化、また、対象流域についても図-5に示されるような単純化した流域モデルを用いている。したがって、降雨波形と流域モデルの単純化による仮定がパラメータ k_1 と k_2 にどのように影響するかを調べるために、 $p_1=0.6$ 、 $p_2=0.4648$ に固定して k_1 と k_2 の最適化同定を試みる。もし次元探索による $f_c=(n/\sqrt{i})^{0.6}$ の同定結果と k_1 と k_2 の同時最適化によるパラメータ値の間に顕著な差異が認められない場合、最適化手法は不必要となり、(25)、(20)、(21)、(22)式の実用推定式は流量資料の乏しい流域におけるハイドログラフ推定に有効な手段となり得る。以下にパラメータ k_1 と k_2 の同時最適化手法を詳述する⁸⁾。

本報告で用いる最適化手法は、本質的には非線形方程式の数値解法に多用されているニュートン法(Newton-Raphson法)と同等である。ニュートン法では通常関数の1次微係数が必要となる。ニュートン法によるパラメータ最適化同定の成否は、この1次導関数行列をいかに効率よく算定するかにかかってくる。以下に、1次導関数を解析的に算出する方法を述べる。われわれの関心事はパラメータ k_1 と k_2 の最適同定であり、このパラメータの変化が流出量 q の変化にどのように影響を及ぼすかが重要となる。たとえば、 $\partial q/\partial k_1$ はパラメータ k_1 の流出量 q の変化に及ぼす影響と解釈されるので、しばしば感度係数といわれている。もし、 $\partial q/\partial k_1$ の時間変動が無視できるほど小さければ、パラメータ k_1 は流出量に影響を及ぼさないことになるから、パラメータ k_1 をモデルに組入れることは不適当であるともいえよう。パラメータ k_2 についても同様である。

(25)式の逆変換式、 $q=x_1^{1/p_2}$ をパラメータ k_1 と k_2 について微分すると、次式が得られる。

$$\begin{cases} \frac{\partial q}{\partial k_1} = \frac{1}{p_2} x_1^{1/p_2-1} \frac{\partial x_1}{\partial k_1} \\ \frac{\partial q}{\partial k_2} = \frac{1}{p_2} x_1^{1/p_2-1} \frac{\partial x_1}{\partial k_2} \end{cases} \quad (51)$$

(51)式中の感度係数、 $\partial x_1/\partial k_1$ と $\partial x_1/\partial k_2$ を算定するために、パラメータ k_1 と k_2 が時間的に変化しないと仮定して、(28)式をパラメータ k_1 と k_2 に関して微分すれば、感度係数に関する微分方程式が容易に求められる。すなわち、

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial x_1}{\partial k_1} \right) = \frac{\partial x_2}{\partial k_1} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial x_1}{\partial k_2} \right) = \frac{\partial x_2}{\partial k_2} \end{cases} \quad (52)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial x_2}{\partial k_1} \right) = -\frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) x_1^{p_1/p_2-2} x_2 \frac{\partial x_1}{\partial k_1} - \frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} x_1^{p_1/p_2-1} \frac{\partial x_2}{\partial k_1} \\ \quad - \frac{1}{k_2} \frac{1}{p_2} x_1^{1/p_2-1} \frac{\partial x_1}{\partial k_1} - \frac{1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} x_1^{p_1/p_2-1} x_2 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial x_2}{\partial k_2} \right) = -\frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) x_1^{p_1/p_2-2} x_2 \frac{\partial x_1}{\partial k_2} - \frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} x_1^{p_1/p_2-1} \frac{\partial x_2}{\partial k_2} \\ \quad - \frac{1}{k_2} \frac{1}{p_2} x_1^{1/p_2-1} \frac{\partial x_1}{\partial k_2} + \frac{k_1}{k_2^2} \frac{p_1}{p_2} x_1^{p_1/p_2-1} x_2 + \frac{1}{k_2^2} x_1^{1/p_2} - \frac{r}{k_2^2} \end{cases} \quad (53)$$

(52), (53)式を行列表示すると

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial k_1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial k_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial k_1} \\ \frac{\partial x_2}{\partial k_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & a_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial k_1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial k_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial k_1} \\ \frac{\partial x_2}{\partial k_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad (54)$$

ここで,

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) x_1^{p_1/p_2 - 2} x_2 - \frac{1}{k_2} \frac{1}{p_2} x_1^{p_2 - 1} \\ a_2 = -\frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} x_1^{p_1/p_2 - 1} \end{cases} \quad (55)$$

$$\begin{cases} c_1 = -\frac{1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} x_1^{p_1/p_2 - 1} x_2 \\ c_2 = \frac{1}{k_2^2} \left(k_1 \frac{p_1}{p_2} x_1^{p_1/p_2 - 1} x_2 + x_1^{p_2} - r \right) \end{cases} \quad (56)$$

(54)式と(55)式を比較すると, パラメータ a_1 と a_2 は同じ内容であることがわかる。(54)式を行列表示すると次式のように表現される。

$$\frac{dU}{dt} = A_1(X^*)U + C(X^*) \quad (57)$$

ここで,

$$U = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial k_1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial k_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial k_1} \\ \frac{\partial x_2}{\partial k_2} \end{pmatrix} \quad A_1(X^*) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & a_2 \end{pmatrix} \quad C(X^*) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad (58)$$

なお, X^* は(57)式の X^* と同じ変数であり, 離散時刻 $k+1$ における x_1 と x_2 の値 X_{k+1} を計算しようとするれば, 離散時刻 k における X_k の値は既知であるので, $X^* = X_k$ とする。すなわち, 計算方法は非線形微分方程式の線形化近似解法を準用することができる。

(57)式の2元連立微分方程式は(57)式では4元連立微分方程式になっているにすぎない。また, (55)式の $A(X^*)$ 行列と(58)式の $A_1(X^*)$ 行列を注意深く比較してみると次のことがわかる。すなわち, $A(X^*)$ 行列の各要素は $A_1(X^*)$ 行列では (2×2) の対角行列になっており, しかも要素配列が同じである。(57)式の離散表示解, すなわち, (40)式を得たように, (57)式の離散表示解を導出するために $A_1(X^*)$ を(43)式と(44)式に代入すると, Φ_k と Γ_k に対応する係数行列が得られる。ただし, Φ_k と Γ_k は (4×4) 行列になることに注意する必要がある。(58)式の変数を用いて, その結果を整理したものが次式である。

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial k_1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial k_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial k_1} \\ \frac{\partial x_2}{\partial k_2} \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} \phi_1 & 0 & \phi_2 & 0 \\ 0 & \phi_1 & 0 & \phi_2 \\ \phi_3 & 0 & \phi_4 & 0 \\ 0 & \phi_3 & 0 & \phi_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial k_1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial k_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial k_1} \\ \frac{\partial x_2}{\partial k_2} \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} \gamma_1 & 0 & \gamma_2 & 0 \\ 0 & \gamma_1 & 0 & \gamma_2 \\ \gamma_3 & 0 & \gamma_4 & 0 \\ 0 & \gamma_3 & 0 & \gamma_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}_k \quad (59)$$

ここで、 $\phi_1 \sim \phi_4$ および $\gamma_1 \sim \gamma_4$ は(45)式および(46)式の係数と同じものである。また、添字 k は任意の離散時刻をあらわす。(59)式の行列を展開すると

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial x_1}{\partial k_1} \right)_{k+1} = \phi_1 \left(\frac{\partial x_1}{\partial k_1} \right)_k + \phi_2 \left(\frac{\partial x_2}{\partial k_1} \right)_k + \gamma_2 (c_1)_k \\ \left(\frac{\partial x_1}{\partial k_2} \right)_{k+1} = \phi_1 \left(\frac{\partial x_1}{\partial k_2} \right)_k + \phi_2 \left(\frac{\partial x_2}{\partial k_2} \right)_k + \gamma_2 (c_2)_k \\ \left(\frac{\partial x_2}{\partial k_1} \right)_{k+1} = \phi_3 \left(\frac{\partial x_1}{\partial k_1} \right)_k + \phi_4 \left(\frac{\partial x_2}{\partial k_1} \right)_k + \gamma_4 (c_1)_k \\ \left(\frac{\partial x_2}{\partial k_2} \right)_{k+1} = \phi_3 \left(\frac{\partial x_1}{\partial k_2} \right)_k + \phi_4 \left(\frac{\partial x_2}{\partial k_2} \right)_k + \gamma_4 (c_2)_k \end{cases} \quad (60)$$

(60)式の漸化式を用いると、任意の離散時刻 k における感度係数が容易に算出できる。(60)式から得られる $\partial x_1 / \partial k_1$ と $\partial x_1 / \partial k_2$ を(51)式に代入すれば流量 q に関する感度係数が求められる。なお、(60)式の感度係数の $k=0$ における初期値はすべてゼロに設定する。(28)式 of 非線形貯留関数モデルの線形化近似解法と感度係数算定法の計算式は共通する部分が多く、計算時間を大幅に短縮することができる。

上に求めた感度係数をパラメータの最適同定にどのように用いるかを以下に述べる。パラメータの最適同定の評価基準としては、通常観測流量 q^* と計算流量 q との誤差 2 乗和の最小化が用いられている。この評価基準を表現すると次のようになる。

$$\text{Min}_{k_1, k_2} J(k_1, k_2) = \sum_{j=1}^N e_j^2(k_1, k_2) \quad (61)$$

ここで、

$$e_j(k_1, k_2) = q_j^* - q_j(k_1, k_2) \quad (62)$$

すなわち、 q_j^* はサンプリング時刻 j における観測値、 $q_j(k_1, k_2)$ は同じくパラメータ k_1 と k_2 が規定されたときの計算値である。したがって、 $e_j(k_1, k_2)$ は観測値と計算値との誤差になる。また、 N は観測値のデータ個数である。(61)式を満足するように最適値 k_1, k_2 を繰返し法によって探索するのが最適化手法の原理である。今、反復計算過程における $(m+1)$ ステップでのパラメータの値を k_1^{m+1}, k_2^{m+1} と表わし、 m ステップでの値を k_1^m, k_2^m とすると次式が成立する。

$$k_1^{m+1} = k_1^m + \Delta k_1^m, \quad k_2^{m+1} = k_2^m + \Delta k_2^m \quad (63)$$

m ステップでのパラメータ値はすでに既知となっているから、 $(m+1)$ ステップでの値を計算するためにはパラメータの補正項、 $\Delta k_1^m, \Delta k_2^m$ をいかに効率よく算定するかが最適化手法の主要課題となる。

(62)式において、 $(m+1)$ ステップでの誤差項 $e_j^{m+1} = e_j(k_1^{m+1}, k_2^{m+1})$ をパラメータ k_1^m, k_2^m のまわりで 1 次の項まで Taylor 級数展開すると、

$$e_j^{m+1} = e_j^m + \frac{\partial e_j^m}{\partial k_1} (k_1^{m+1} - k_1^m) + \frac{\partial e_j^m}{\partial k_2} (k_2^{m+1} - k_2^m) \quad (64)$$

ここで、 e_j^m は $e_j(k_1^m, k_2^m)$ を意味する。(64)式中のパラメータ k_1 と k_2 に関する微係数は、(62)式から次のように計算される。

$$\begin{cases} \frac{\partial e_j^m}{\partial k_1} = - \frac{\partial q_j^m}{\partial k_1} = - \frac{\partial q_j(k_1^m, k_2^m)}{\partial k_1} = -u_{j1} \\ \frac{\partial e_j^m}{\partial k_2} = - \frac{\partial q_j^m}{\partial k_2} = - \frac{\partial q_j(k_1^m, k_2^m)}{\partial k_2} = -u_{j2} \end{cases} \quad (65)$$

(65)式の諸量は感度係数であり、(51)式によって計算された、 $u_{j1} = \partial q / \partial k_1, u_{j2} = \partial q / \partial k_2$ に対応する。感度係数がパラメータ最適同定に重要な役割を果たしていることが理解できたことと思う。(63)、(65)式を(64)式に代入すると次式が得られる。

$$e_j^{m+1} = e_j^m - u_{j1} \Delta k_1^m - u_{j2} \Delta k_2^m \quad (j=1, 2, 3, \dots, N) \quad (66)$$

m ステップでのパラメータ値は既知であるので、(61)式の評価基準は次のように変換される。

$$\begin{aligned} \text{Min}_{\Delta k_1^m, \Delta k_2^m} J(k_1^{m+1}, k_2^{m+1}) &= \sum_{j=1}^N \{e_j^{m+1}\}^2 \\ &= \sum_{j=1}^N \{e_j^m - u_{j1}\Delta k_1^m - u_{j2}\Delta k_2^m\}^2 \end{aligned} \quad (67)$$

したがって、(67)式の最小化条件は次式で与えられる。

$$\begin{cases} \frac{\partial J}{\partial \Delta k_1^m} = 2 \sum_{j=1}^N \{e_j^m - u_{j1}\Delta k_1^m - u_{j2}\Delta k_2^m\} \{-u_{j1}\} = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial \Delta k_2^m} = 2 \sum_{j=1}^N \{e_j^m - u_{j1}\Delta k_1^m - u_{j2}\Delta k_2^m\} \{-u_{j2}\} = 0 \end{cases} \quad (68)$$

(68)式は次のように簡単化される。

$$\begin{bmatrix} \{u_{i1}^m\} & \{u_{i2}^m\} \\ \{u_{j1}^m\} & \{u_{j2}^m\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta k_1^m \\ \Delta k_2^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{u_{i1}e^m\} \\ \{u_{j2}e^m\} \end{bmatrix} \quad (69)$$

ここで、

$$\begin{cases} \{u_{ik}^m\} = \sum_{j=1}^N u_{ij}u_{jk} & (i, k = 1, 2) \\ \{u_{ie}^m\} = \sum_{j=1}^N u_{ij}e_j^m & (i = 1, 2) \end{cases} \quad (70)$$

(68)式あるいは(69)式は統計解析でしばしば用いられている最小2乗法原理の基本式と同等である。(69)式を Δk_1^m と Δk_2^m について解けば、(63)式のパラメータ更新値を逐次算定することができる。(69)式は反復計算でなん度も用いられる。このときの問題点と解決法は参考文献(9)に詳しい。

(63)式のパラメータ更新値を用いて(61)式が満足されるまで繰返し計算が続けられる。もし、パラメータ k_1 と k_2 が真値に近づいているとすれば、補正項 Δk_1^m 、 Δk_2^m は繰返し回数が増すにつれて減少していくことが予想される。したがって、繰返し計算の終了時点を次の条件によってもよい。

$$\left| \frac{\Delta k_1^m}{k_1^m} \right| < \varepsilon, \quad \left| \frac{\Delta k_2^m}{k_2^m} \right| < \varepsilon \quad (71)$$

ここで、 ε は収束許容限界値で1～5%($\varepsilon = 0.01 \sim 0.05$)に設定すればよい。

5. 適用例

土木試験所では、これまでに北海道内の小流域における洪水資料を多数収集してきている。そのソースは北海道開発局所管の直轄河川内水排除計画立案のための実測洪水資料と直轄明渠排水事業地区において現地観測された洪水資料である。雨量資料は流域内で一カ所実施されている自記雨量観測値を使用した。また、水位観測は各観測地点で自記水位観測が行われている。洪水解析では常に出水時の流量観測精度が一番問題となるが、流量観測回数等不明であり、すべての洪水資料を同一の精度で論ずることはできない。

本報告では、とくに大中洪水を解析対象としているので、多数の洪水資料のうち、ピーク比流量 $0.5 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以上の洪水例を洪水資料選定基準とした。その結果、37小流域における99洪水例が解析対象として選定された。表-1には選定河川流域諸元と選

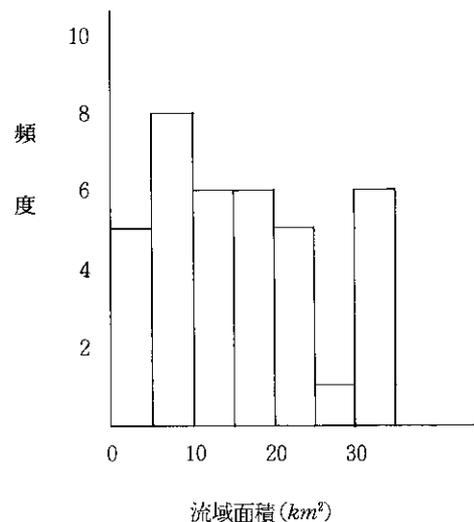


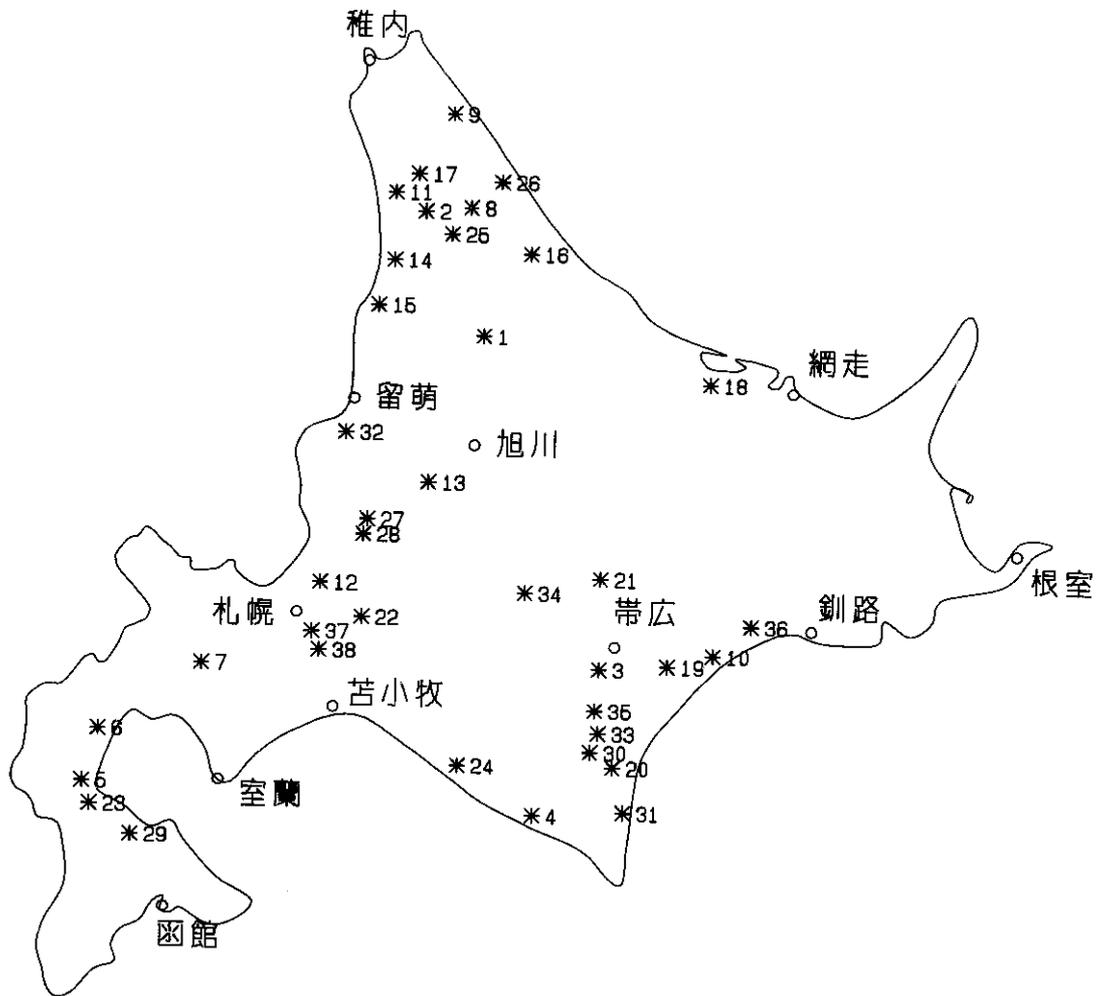
図-9 流域面積の頻度分布

表-1 解析対象流域・洪水特性

流域番号	河川名	流域面積 (km^2)	河道延長 (km)	洪水番号	洪水生起時間	ピーク比流量 ($m^3/s/km^2$)
1	智南川	7.80	4.5	1	1970年 6月25日 1時	0.94
				2	1970年10月25日 4時	1.18
2	吉原幹線	4.76	3.1	3	1973年 8月21日 14時	0.99
				4	1974年 9月 3日 17時	1.16
				5	1974年 8月24日 21時	2.06
3	古舞川	20.25	10.4	6	1966年 6月28日 18時	0.91
4	ケバウ川	6.10	7.9	7	1971年 5月24日 18時	1.00
5	花浦排水路	4.28	2.5	8	1970年 7月11日 1時	0.96
6	富野幹線	11.87	6.5	9	1970年 7月11日 18時	1.82
				10	1970年 9月17日 10時	0.81
7	大沢川	19.10	6.7	11	1971年 9月 3日 11時	0.63
8	モーペチャン川	21.50	8.4	12	1970年 9月 1日 20時	1.08
9	安別川	20.20	4.4	13	1974年 9月 4日 18時	0.91
				14	1975年 9月 3日 16時	0.60
11	南川口排水	1.85	2.1	16	1964年 8月11日 1時	2.05
				17	1964年 9月 3日 1時	1.95
				18	1964年 9月13日 1時	1.57
				19	1964年 8月15日 1時	1.75
				20	1966年 8月12日 1時	0.85
12	材木川下流	12.85	5.1	22	1975年 8月22日 19時	2.00
13	江別乙川	11.45	5.3	23	1975年10月 4日 23時	2.54
				24	1974年 8月21日 16時	1.77
14	茂築別川	19.81	11.1	25	1974年 8月25日 10時	0.77
				26	1974年 9月 3日 16時	1.85
				27	1974年 7月29日 2時	0.81
				28	1973年 8月17日 22時	2.92
				29	1975年 9月 7日 2時	1.88
				30	1975年 9月 5日 2時	2.40
				31	1965年 9月18日 1時	0.95
				32	1966年 7月30日 14時	0.90
15	ポールンベツ川	23.95	9.0	33	1965年 9月16日 17時	0.86
				34	1966年 7月28日 4時	1.05
				35	1962年 8月 9日 8時	1.09
				36	1962年 9月 3日 13時	1.09
16	上徳志別	4.37	1.7	37	1962年 9月 8日 1時	2.24
				38	1963年 6月23日 1時	1.23
				39	1963年 9月22日 1時	1.16
				40	1976年 9月21日 5時	0.72
				41	1976年 9月 8日 22時	1.04
				42	1965年 9月17日 1時	0.72
18	富武士	11.72	4.8	44	1975年10月 8日 1時	1.00
19	幌岡	2.36	2.0	45	1976年10月20日 1時	1.18
20	芽武	11.81	2.6	46	1976年 9月14日 1時	1.00
				47	1973年 9月 1日 1時	1.06
				48	1974年 6月 6日 1時	1.35
21	エンド	16.50	7.0	49	1973年 8月31日 1時	0.63
				50	1973年 9月 2日 1時	0.57
				51	1973年 8月22日 1時	0.74
				52	1974年 7月28日 1時	0.98
				53	1974年 8月 6日 1時	0.72
				54	1974年 6月12日 1時	0.93
				55	1974年 8月26日 1時	0.78

表-1 解析対象流域・洪水特性(続き)

流域番号	河川名	流域面積 (km^2)	河道延長 (km)	洪水番号	洪水生起時間	ピーク比流量 ($m^3/s/km^2$)
22	由仁川	38.15	7.5	56	1967年 5月29日 10時	0.57
23	端の巢別幹線	7.98	6.0	57	1972年 8月 3日 2時	1.97
24	賀張川	28.30	14.3	58	1971年 9月 4日 1時	0.84
25	稚宇遠川	21.40	10.7	59	1973年 8月20日 17時	1.12
				60	1973年 8月17日 10時	0.86
				61	1974年 8月14日 8時	1.01
26	幌別川	16.95	6.2	62	1971年10月31日 13時	0.98
				63	1971年 9月28日 19時	0.67
				64	1970年 9月 1日 16時	1.56
				65	1970年10月25日 16時	0.75
27	浦臼内川	7.10	3.6	67	1964年 6月 3日 19時	0.76
28	札的内川	8.00	7.6	68	1964年 6月 3日 21時	0.68
29	落部川	99.98	25.3	70	1960年 6月29日 1時	1.78
				71	1961年 4月 3日 1時	3.59
				73	1963年 7月25日 1時	1.12
				74	1961年 9月 4日 1時	2.74
				75	1962年 4月 9日 1時	2.31
30	ヌピナイ川	94.25	20.8	77	1963年 8月14日 1時	1.35
				78	1964年 6月 4日 1時	1.23
31	野塚川	52.80	21.2	79	1962年 8月 3日 1時	4.26
32	暑寒別川	92.90	18.0	81	1961年 5月28日 1時	1.55
				82	1963年10月 1日 1時	1.73
				83	1962年 8月 9日 1時	1.10
33	大樹	7.90	4.0	84	1975年 6月23日 1時	1.04
				85	1975年 8月19日 1時	1.00
34	新清	8.70	10.0	86	1973年 8月17日 1時	0.80
35	忠類	8.90	5.3	87	1975年 6月23日 1時	0.91
				88	1975年 8月19日 1時	0.89
36	和天別川	66.30	22.8	89	1979年10月19日 8時	2.36
				91	1981年10月22日 24時	3.23
37	輪厚川	24.00	9.9	101	1972年 5月20日 16時	0.88
				102	1972年 9月24日 1時	1.80
				103	1973年10月13日 10時	1.06
				104	1974年 6月 6日 12時	0.54
				105	1975年 7月26日 3時	1.50
				106	1976年10月15日 1時	0.76
				107	1977年 8月 5日 18時	2.00
				108	1977年 8月 9日 1時	0.90
				109	1979年 9月30日 20時	1.31
				110	1982年 9月12日 23時	0.61
				111	1985年 9月 1日 8時	2.44
38	音江別川	9.70	6.0	201	1972年 9月16日 24時	0.79
				202	1972年 9月24日 4時	0.62
				203	1977年 8月 5日 20時	1.22
				204	1979年10月19日 4時	0.71
				205	1982年 9月12日 1時	1.46
				206	1985年 9月 1日 8時	1.97



番号	流域名	番号	流域名	番号	流域名
1	智南	14	有明ダム	27	浦臼内川
2	西円山	15	ポールンベツ	28	札的内川
3	古舞	16	上徳志別	29	落部川
4	野深	17	ウブシ	30	ヌピナイ川
5	八雲北部	18	富武士	31	野塚川
6	長万部右岸	19	幌岡	32	暑寒別川
7	真狩	20	芽武	33	大樹
8	神崎	21	エンド	34	新清
9	安別	22	由仁川	35	忠類
10	風連別	23	八雲中部	36	和天別川
11	北川口	24	賀張	37	輪厚川
12	石狩当別	25	豊平	38	音江別川
13	丸加	26	二股		

図-8 小流域分布図

表-2 解析対象洪水の降雨特性

洪水番号	初期損失雨量 (mm)	総雨量 (mm)	降雨継続時間 (h)	平均雨量強度 (mm/h)	初期流出高 (mm/h)	総流出量 (mm)	流出率	平均有効雨量強度 (mm/h)
1	32.500	41.500	15	2.7667	0.2200	24.700	0.59518	1.6467
2	26.000	58.000	12	4.8333	0.5700	34.380	0.59276	2.8650
3	19.500	54.000	11	4.9091	0.0400	34.965	0.64750	3.1787
4	8.000	69.000	7	9.8571	0.1000	37.040	0.53681	5.2914
5	16.000	111.500	22	5.0682	0.0300	79.820	0.71587	3.6282
6	12.400	102.400	16	6.4000	0.1600	28.860	0.28184	1.8038
7	5.000	71.000	16	4.4375	0.0500	26.455	0.37261	1.6534
8	3.700	58.500	6	9.7500	0.0700	40.200	0.68718	6.7000
9	15.000	108.800	11	9.8909	0.2400	51.750	0.47564	4.7045
10	13.000	88.000	12	7.3333	0.0700	27.910	0.31716	2.3258
11	13.000	69.000	19	3.6316	0.1700	21.400	0.31015	1.1264
12	9.000	83.500	24	3.4792	0.0300	54.670	0.65473	2.2779
13	10.500	40.500	6	6.7500	0.8000	20.720	0.51160	3.4533
14	4.500	46.500	12	3.8750	0.0700	19.490	0.41914	1.6242
16	2.000	52.000	6	8.6667	0.2100	38.850	0.74712	6.4750
17	3.500	49.500	5	9.9000	0.6800	33.400	0.67475	6.6800
18	9.000	40.000	4	10.0000	0.2700	28.510	0.71275	7.1275
19	4.000	47.000	5	9.4000	0.4300	28.860	0.61405	5.7720
20	31.000	22.000	4	5.5000	0.6300	11.030	0.50136	2.7575
22	14.500	179.500	33	5.4394	0.0300	111.015	0.61847	3.3641
23	7.800	62.900	8	7.8625	0.2400	55.210	0.87774	6.9013
24	14.000	54.000	10	5.4000	0.1800	43.320	0.80222	4.3320
25	7.000	44.000	7	6.2857	0.2600	19.180	0.43591	2.7400
26	10.000	58.000	12	4.8333	0.1500	31.680	0.54621	2.6400
27	18.000	60.000	18	3.3333	0.0500	39.320	0.65533	2.1844
28	26.000	142.000	18	7.8889	1.1800	92.165	0.64905	5.1202
29	24.000	95.000	17	5.5882	0.4700	81.230	0.85505	4.7782
30	10.000	103.000	27	3.8148	0.3700	83.030	0.80612	3.0752
31	14.800	31.500	8	3.9375	0.5300	30.260	0.96063	3.7825
32	5.000	36.000	9	4.0000	0.1400	23.670	0.65750	2.6300
33	21.700	19.165	8	2.3957	0.3400	19.155	0.99947	2.3944
34	31.500	41.500	5	8.3000	0.0400	27.000	0.65060	5.4000
35	2.400	43.600	22	1.9818	0.9800	35.125	0.80562	1.5966
36	13.900	38.909	20	1.9454	1.2400	38.890	0.99952	1.9445
37	5.900	73.400	16	4.5875	0.6900	70.190	0.95627	4.3869
38	2.000	59.500	25	2.3800	0.8000	42.369	0.71193	1.6944
39	0.800	59.300	20	2.9650	0.4000	52.930	0.89258	2.6465
40	0.500	54.000	20	2.7000	0.1100	23.050	0.42685	1.1525
41	0.500	71.000	9	7.8889	0.1000	22.940	0.32310	2.5489
42	0.400	68.700	37	1.8568	0.0700	30.170	0.43916	0.8154
44	1.610	53.000	11	4.8182	0.1500	24.480	0.46189	2.2254
45	6.000	78.500	6	13.0833	0.0900	36.640	0.46675	6.1066
46	7.500	65.000	17	3.8235	0.0300	25.970	0.39954	1.5277
47	12.000	82.500	12	6.8750	0.0800	30.825	0.37364	2.5687
48	24.000	119.500	16	7.4688	0.2100	43.065	0.36038	2.6916
49	8.000	34.500	5	6.9000	0.2300	14.600	0.42319	2.9200
50	2.000	34.000	9	3.7778	0.2300	16.370	0.48147	1.8189
51	23.000	72.000	15	4.8000	0.2100	38.330	0.53236	2.5553
52	12.500	28.000	6	4.6667	0.0500	22.000	0.78571	3.6667
53	7.000	51.500	8	6.4375	0.0600	14.870	0.28874	1.8588
54	13.500	83.500	31	2.6935	0.0600	26.360	0.31569	0.8503
55	1.500	64.500	18	3.5833	0.0600	18.280	0.28341	1.0156

表-2 解析対象洪水の降雨特性(続き)

洪水番号	初期損失雨量(mm)	総雨量(mm)	降雨継続時間(h)	平均雨量強度(mm/h)	初期流出高(mm/h)	総流出量(mm)	流出率	平均有効雨量強度(mm/h)
56	0.500	60.000	9	6.6667	0.1300	24.705	0.41175	2.7450
57	2.000	112.500	10	11.2500	0.0200	56.420	0.50151	5.6420
58	24.000	100.500	19	5.2895	0.1300	32.700	0.32537	1.7211
59	17.000	39.000	3	13.0000	0.9300	23.970	0.61462	7.9900
60	7.500	36.000	8	4.5000	0.8100	32.275	0.89653	4.0344
61	1.500	50.500	5	10.1000	0.4500	13.310	0.26356	2.6620
62	2.500	56.500	18	3.1389	0.3600	40.480	0.71646	2.2489
63	14.500	23.633	7	3.3761	0.6400	23.625	0.99967	3.3750
64	48.000	68.000	8	8.5000	0.2700	22.760	0.33471	2.8450
65	6.000	86.000	23	3.7391	0.0900	15.080	0.17535	0.6556
67	24.000	61.500	15	4.1000	0.5100	13.910	0.22618	0.9273
68	85.000	19.000	6	3.1667	0.1100	11.050	0.58158	1.8417
70	0.400	68.848	18	3.8249	1.8100	68.820	0.99960	3.8233
71	21.800	115.130	8	14.3913	1.9200	115.095	0.99969	14.3869
73	3.000	54.451	16	3.4032	0.2400	54.420	0.99943	3.4012
74	0.800	56.700	6	9.4500	0.0600	52.455	0.92513	8.7425
75	7.000	45.723	8	5.7153	0.5900	45.705	0.99962	5.7131
77	13.400	20.514	6	3.4190	0.1600	20.505	0.99956	3.4175
78	1.000	126.000	27	4.6667	0.1100	50.805	0.40321	1.8817
79	11.600	196.490	16	12.2806	1.1200	196.435	0.99972	12.2772
81	3.100	28.500	10	2.8500	1.0900	19.780	0.69404	1.9780
82	2.000	48.000	16	3.0000	0.4000	34.695	0.72281	2.1684
83	0.500	30.438	9	3.3820	0.9300	30.430	0.99975	3.3811
84	13.500	177.500	26	6.8269	0.4800	48.550	0.27352	1.8673
85	5.000	102.000	15	6.8000	0.3900	20.545	0.20142	1.3697
86	11.500	65.500	27	2.4259	0.1700	29.670	0.45298	1.0989
87	13.500	177.500	26	6.8269	0.4400	44.020	0.24800	1.6931
88	5.000	102.000	15	6.8000	0.3700	20.195	0.19799	1.3464
89	23.000	143.000	9	15.9000	0.1276	69.297	0.48460	7.5890
91	1.500	88.000	8	11.0000	0.1417	72.518	0.82410	9.0650
101	2.000	53.000	16	3.3100	0.0558	29.718	0.56072	1.8574
102	0.500	65.250	12	5.4400	0.0341	45.571	0.69841	3.7973
103	3.500	52.750	16	3.2970	0.1080	33.241	0.63016	2.0775
104	8.750	39.500	14	2.8200	0.2310	14.590	0.36937	1.0421
105	1.500	80.916	19	4.2600	0.0240	29.830	0.36865	1.5700
106	1.330	45.333	13	3.7800	0.0345	14.568	0.32136	1.2140
107	3.270	70.750	7	10.1100	0.0764	31.685	0.44784	4.5264
108	3.760	62.125	13	4.7800	0.0618	25.161	0.40501	1.9355
109	0.250	98.125	17	5.7700	0.1365	35.408	0.36085	2.0835
110	1.670	105.998	20	5.5800	0.0570	19.863	0.18739	1.0450
111	0.000	124.000	10	12.4000	0.0981	61.334	0.49463	6.1313
201	23.160	86.499	14	5.9600	0.2357	18.305	0.21922	1.3075
202	5.000	60.250	8	7.5300	0.2186	14.305	0.23743	1.7881
203	5.650	68.390	5	13.6800	0.2049	16.992	0.24846	3.3984
204	0.380	143.500	27	5.3100	0.3463	20.366	0.14192	0.7543
205	1.330	105.832	19	5.5700	0.1659	33.137	0.31311	1.7441
206	0.000	124.000	10	12.4000	0.2746	52.921	0.42678	5.2921

定洪水規模が示されている。図-8は北海道内の選定小流域の地域分布図である。図-9には37小流域の流域面積のヒストグラムが示されている。流域面積の最小値と最大値はそれぞれ、 1.85 km^2 と 99.98 km^2 であり、平均値は 22.7 km^2 である。図-10は99洪水例の規模別に見たピーク比流量のヒストグラムである。対象洪水規模の平均値と標準偏差はそれぞれ、 $1.3 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ と $0.7 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ である。99ケースのうち、比流量 $2 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以下の洪水例が86% (85ケース)を占めている。

本報告での手法は表面流(直接流出)の算定に用いられるものである。このため、直接流出量の分離が必要となる。ここではハイドログラフを片対数紙上にプロットし、低減部の第2折点と流量立上り点を結んで分離した。流量立上り以前の降雨は初期損失雨量とみなす。流出率は総直接流出量を流量立上り以降の総降雨量で割ることによって算定した。有効降雨波形は実測降雨波形に流出率を一率に乗じて算定した。直接流出量の分離と有効雨量算定に伴う99洪水例の降雨特性値をまとめて表-2に示す。

各小流域の流域面積 A (表-1参照)と平均有効雨量強度 \bar{r} (表-2の最後列参照)を(25)、(20)式に代入するとパラメータ k_1 と k_2 の推定値が得られる。パラメータ p_1 と p_2 はすべての洪水例につき、(21)、(22)式の値に固定する。ただし、(25)式中の定数 $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ が未知なので、各洪水例につき、 f_c の値を0.4から5.0の範囲で0.1きざみで動かして、(50)式の評価基準を用いて f_c の一次元探索を行い、パラメータ k_1 と k_2 を同定した。 f_c の一次元探索最適値によるパラメータ k_1 と k_2 の値および流出計算結果を実測値と対比して表-3に示す。なお、表中のRMSE (root mean square error)は次式で計算される値である。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (q_j^* - q_j)^2} \quad (72)$$

ここで、 q_j^* : サンプル時刻(毎時) j における実測直接流出高、 q_j : 計算直接流出高、 N : 流量系列の標本数

表-3の結果に基づき、(50)式の評価基準により同定された99洪水例の f_c のヒストグラムを図-11に示す。60洪水例の f_c が1~2の範囲にあることがわかる。従来から、山地河川流域において大中洪水を対象とした場合、 $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ の値は上記の範囲に入ることはよく知られているので、本報告での計算結果は従来から指摘されている事実を実証したことにもなる。同定された f_c の標本平均値、分散、ひずみ係数はそれぞれ、1.62, 0.493, 0.670である。図-11には積率法によって母数推定した2母数ガンマ分布の理論曲線も併記してある。2母数ガンマ分布の確率密度関数は次式で定義される。

$$f(x) = \frac{1}{a\Gamma(b)} \left(\frac{x}{a}\right)^{b-1} \exp\left(-\frac{x}{a}\right) \quad (73)$$

ここで、 x : f_c の値($x=f_c$)、 $\Gamma(b)$: ガンマ関数、 a, b : 分布母数
また、分布母数と理論積率の間には次式が成立する。

$$\begin{cases} a = \sigma^2/\mu \\ b = \mu^2/\sigma^2 \end{cases} \quad (74)$$

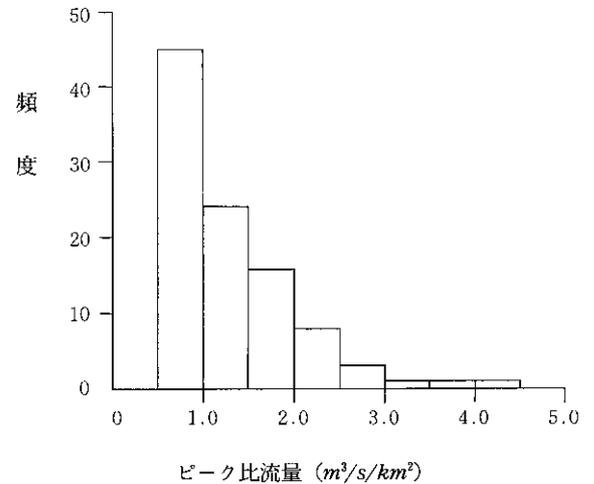


図-10 対象洪水規模の頻度分布

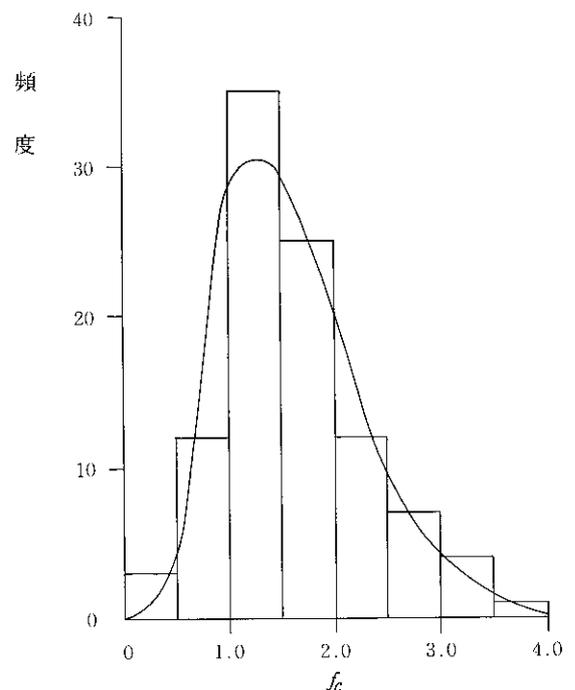


図-11 最適値 f_c の頻度分布

ここで、 μ : 平均値, σ^2 : 分散

したがって、標本積率値 $\mu = 1.62$, $\sigma^2 = 0.493$ を(74)式に代入すれば、積率法による母数推定値は $a = 0.302$, $b = 5.356$ となる。(73)式のガンマ分布理論曲線をもとに、5%, 50%, 95% に対応する f_c の値を算定するとそれぞれ、0.662, 1.52, 2.91 となる。すなわち、 f_c の 90% 信頼区間は 0.662 ~ 2.91 であるとも言える。

ハイドログラフの形状特性のうち、水工計画上もっとも重要な要素はピーク流量とその生起時刻である。図-12には計算ピーク流出高と実測ピーク流出高の比較が示されている。図-12bは図-12aで点が重なり合っている部分を流出高 0 ~ 5 mm/hr の範囲で拡大したものである。また、図-13には計算と実測によるピーク流量生起時間差のヒストグラムが示されている。99 洪水例から 6 ケースを選んで計算ハイドログラフを実測ハイドログラフと対比して図-14に示す。他の洪水例の計算ハイドログラフの再現結果は補遺 1 に示されている。本報告で用いた貯留関数モデルは 1 個の未知定数、 $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ しか持っていなかったにもかかわらず、2 山洪水例にもみられるように実用上十分な精度で計算ハイドログラフは実測のそれを再現していると言える。

未知定数 $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ の一次元探索に加えて、貯留関数モデルパラメータ k_1 と k_2 の同時最適化を試みた結果を以下に示す。なお、このときパラメータ p_1 と p_2 に関しては、 $p_1 = 0.6$, $p_2 = 0.4648$ に固定した。また、最適化に必要なパラメータ k_1 と k_2 の初期値は、一次元探索による f_c の同定値を(25), (26)式に代入して設定した。その結果、すべての洪水例につき、6 回程度の繰返し回数で最適同定値が得られた。表-3に示される f_c の一次元探索結果と同様に、99 洪水例の二次元探索による k_1 と k_2 の最適同定値と流出計算結果を表-4に示す。表-4中の f_c の値は最適同定値 k_1 を用いて(25)式から逆算したものである。二次元探索による計算ピーク流出高と実測ピーク流出高の比較を図-15に、また、計算と実測によるピーク生起時間差のヒストグラムを図-16に示す。図-12と図-15、また図-13と図-16を比較しても、一次元探索結果と二次元探索結果には顕著な差異はみられない。図-17には図-14に示した同じ洪水例の二次元探索モデルパラメータ値を用いた計算ハイドログラフと実測ハイドログラフの比較が示されている。他の洪水例の比較図は補遺 2 に示されている。

パラメータの二次元探索同定値を用いた計算ハイドログラフの再現性は一次元探索同定値によるそれより良好であることは当然予想されることである。今、ハイドログラフ形状の全体的適合度を調べるために、表-3と表-4に示される結果のうち、(72)式で計算される RMSE の値を比較したものが図-18に示されている。二次元探索によるパラメータ同定値を用いた RMSE 値が平均値でみれば 30% 程度減少していることがわかる。

一次元探索によるパラメータ同定値と二次元探索によるパラ

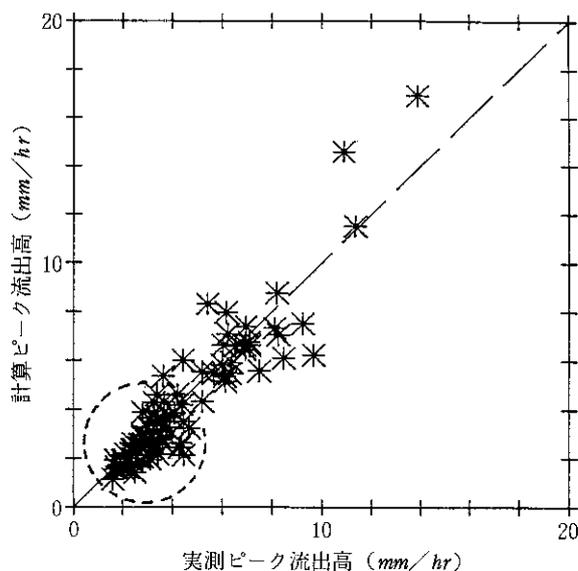


図-12a 計算・実測ピーク流出高比較 (一次元探索)

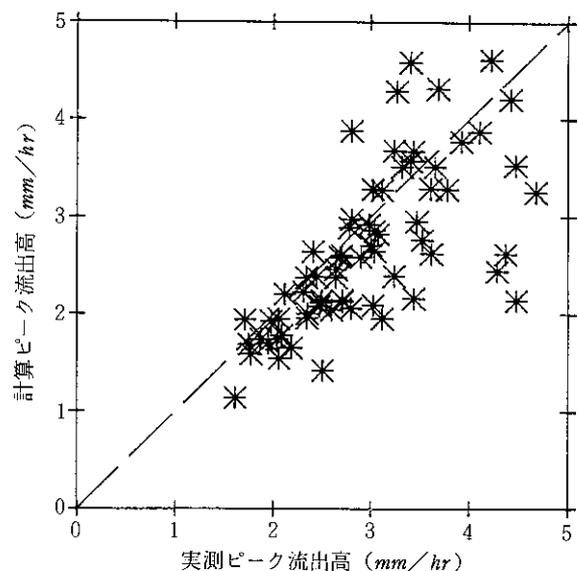


図-12b 計算・実測ピーク流出高比較 (一次元探索)

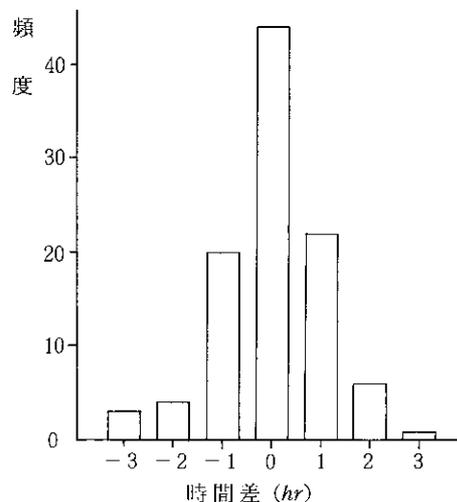


図-13 ピーク流量生起時間差の頻度分布 (一次元探索)

表-3 f_c の一次元探索によるパラメータ同定と流出計算結果

洪水番号	f_c	k_1	k_2	RMSE (mm/h)	実側ピーク 流出高 (mm/h)	計算ピーク 流出高 (mm/h)	実測ピーク時間	計算ピーク時間	時間差 (h)
1	1.40	6.4717	10.4063	0.3210	3.1152	3.2738	6月25日 21時	6月25日 22時	1
2	0.70	3.2358	2.2468	0.7056	3.6483	5.3792	10月26日 1時	10月26日 2時	1
3	2.70	11.0860	25.6560	0.4328	3.3296	3.5103	8月22日 2時	8月22日 2時	0
4	2.90	11.9072	25.8618	0.2685	3.9343	3.7654	9月 4日 3時	9月 4日 3時	0
5	3.60	14.7814	44.0411	0.4474	7.0913	6.7493	8月26日 5時	8月26日 4時	-1
6	1.70	9.8805	23.6777	0.3216	2.7144	2.1427	6月29日 18時	6月29日 18時	0
7	1.90	8.2798	17.0149	0.2240	3.2350	2.3919	5月25日 10時	5月25日 10時	0
8	3.50	14.0088	33.6281	0.4907	3.2400	3.6792	7月11日 12時	7月11日 12時	0
9	2.50	12.7819	30.7429	0.7250	6.1391	5.1565	7月12日 6時	7月12日 4時	-2
10	1.80	9.2030	19.2048	0.4006	2.6033	2.0445	9月18日 2時	9月17日 24時	-2
11	1.30	7.4504	15.2505	0.1603	2.0875	1.7807	9月 4日 23時	9月 4日 22時	-1
12	2.30	13.5613	41.9323	0.3354	3.7786	3.2846	9月 2日 21時	9月 2日 23時	2
13	1.80	10.4555	22.3252	0.3450	2.3450	2.0010	9月 5日 7時	9月 5日 5時	-2
14	1.70	9.8746	24.3156	0.1959	1.9469	1.7007	9月 4日 6時	9月 4日 5時	-1
16	2.70	8.8363	13.5012	0.8124	6.9221	6.6416	8月11日 9時	8月11日 8時	-1
17	2.70	8.8363	13.3902	0.8338	6.1006	5.3758	9月 3日 7時	9月 3日 7時	0
18	2.70	8.8363	13.1623	0.4403	5.2341	4.3408	9月13日 8時	9月13日 7時	-1
19	2.30	7.5272	10.0998	0.3346	5.6763	5.4873	8月15日 7時	8月15日 6時	-1
20	1.00	5.2110	5.8861	0.3277	2.3518	1.9582	8月12日 8時	8月12日 7時	-1
22	1.60	8.1100	13.5256	0.5624	7.1292	6.6290	8月23日 20時	8月23日 21時	1
23	2.30	11.6581	23.1075	0.9544	8.4900	6.1234	10月 5日 9時	10月 5日 8時	-1
24	1.50	8.6722	14.4645	0.5494	6.0493	6.6290	8月22日 4時	8月22日 4時	0
25	1.40	8.0941	14.2248	0.1233	2.4986	2.1400	8月26日 5時	8月26日 5時	0
26	1.20	6.9378	10.5543	0.3940	6.3138	5.4772	9月 4日 4時	9月 4日 4時	0
27	1.60	9.2504	19.7281	0.2958	2.8093	2.9690	7月29日 18時	7月29日 19時	1
28	1.60	9.2504	15.7448	0.8305	9.2457	7.5283	8月18日 15時	8月18日 14時	-1
29	2.00	11.5630	25.0557	0.7591	6.2265	7.0843	9月 7日 7時	9月 7日 8時	1
30	1.30	7.5159	11.8962	0.5674	8.1084	7.3316	9月 5日 10時	9月 5日 10時	0
31	1.90	11.4967	26.3503	0.3792	2.7900	2.8884	9月18日 13時	9月18日 13時	0
32	1.30	7.8662	13.5816	0.1909	2.9857	2.9185	7月31日 4時	7月31日 4時	0
33	1.00	6.0509	8.2387	0.5984	2.6490	2.3680	9月17日 5時	9月17日 8時	3
34	1.90	11.4967	23.9801	0.5097	3.6174	2.6175	7月28日 19時	7月28日 18時	-1
35	1.60	6.4361	10.3767	0.5602	2.8083	3.8811	8月 9日 15時	8月 9日 16時	1
36	3.20	12.8722	39.3958	0.2384	2.6491	2.4588	9月 4日 7時	9月 4日 8時	1
37	3.00	12.0677	27.9153	0.2903	6.9545	6.4641	9月 8日 4時	9月 8日 14時	0
38	2.40	9.6541	22.9828	0.7123	3.2657	4.2878	6月23日 15時	6月23日 16時	1
39	3.50	14.0790	43.4355	0.3312	3.4444	3.6727	9月22日 15時	9月22日 15時	0
40	1.40	7.2542	14.3703	0.1239	2.4529	2.3801	9月21日 21時	9月21日 23時	2
41	1.30	6.7360	10.0424	0.1467	3.6108	3.2906	9月 9日 2時	9月 9日 2時	0
42	1.80	9.1749	25.1929	0.1888	2.3429	2.3674	9月18日 11時	9月18日 13時	2
44	1.70	5.8984	7.9817	0.1289	3.4087	3.5683	10月 8日 18時	10月 8日 18時	0
45	3.20	11.1029	21.6488	0.1643	4.1136	3.8652	10月20日 9時	10月20日 9時	0
46	1.90	6.5923	11.0145	0.2057	3.4722	2.9487	9月14日 18時	9月14日 18時	0
47	1.50	7.6598	12.9589	0.2178	3.6883	4.3244	9月 1日 9時	9月 1日 10時	1
48	2.10	10.7237	25.0873	0.2092	4.4267	4.2053	6月 6日 16時	6月 6日 16時	0
49	1.30	7.1933	11.0471	0.1288	1.9755	1.9306	8月31日 9時	8月31日 9時	0
50	1.40	7.7466	14.5227	0.0865	1.7719	1.5898	9月 2日 11時	9月 2日 10時	-1
51	2.10	11.6199	29.8634	0.2368	2.4100	2.6419	8月22日 18時	8月22日 18時	0
52	1.90	10.5132	22.2171	1.0598	3.4444	2.1572	7月28日 5時	7月28日 10時	5
53	1.20	6.6399	10.6086	0.1630	2.4807	2.0822	8月 6日 10時	8月 6日 9時	-1
54	1.20	6.6399	13.0491	0.3133	3.1260	1.9464	6月13日 12時	6月13日 12時	0
55	0.60	3.3200	3.1125	0.1653	2.6941	2.5870	8月26日 20時	8月26日 20時	0

表-3 f_c の一次元探索によるパラメーター同定と流出計算結果 (続き)

洪水番号	f_c	k_1	k_2	RMSE (mm/h)	実測ピーク 流出高(mm/h)	計算ピーク 流出高(mm/h)	実測ピーク時間	計算ピーク時間	時間差 (h)
56	2.00	13.5324	39.7423	0.2249	1.7489	1.6940	5月29日 19時	5月29日 18時	-1
57	1.20	5.5776	5.5790	0.9293	6.9720	7.4070	8月 3日 6時	8月 3日 6時	0
58	1.90	11.9666	35.1657	0.1775	2.7998	2.0593	9月 5日 10時	9月 5日 11時	1
59	1.50	8.8344	12.7646	0.2447	3.0325	3.2838	8月21日 2時	8月21日 3時	1
60	2.50	14.7240	42.4891	0.3379	2.1253	2.2020	8月17日 19時	8月17日 18時	-1
61	1.00	5.8896	7.5894	0.2497	3.0341	2.0974	8月14日 12時	8月14日 12時	0
62	1.50	8.3537	15.9655	0.2332	3.0211	3.2768	11月 1日 2時	11月 1日 3時	1
63	2.10	11.6952	28.1034	0.2405	1.7079	1.9405	9月29日 24時	9月30日 10時	1
64	0.50	2.7846	1.6669	0.2972	5.2313	5.5405	9月 2日 14時	9月 2日 14時	0
65	1.00	5.5691	9.8339	0.2515	2.5102	1.4234	10月26日 16時	10月26日 17時	1
67	1.50	6.7792	13.2936	0.2235	2.0628	1.5394	6月 4日 13時	6月 4日 13時	0
68	0.50	2.3254	1.3043	0.2218	2.3080	2.2321	6月 4日 13時	6月 4日 13時	0
70	1.10	9.3790	17.4872	1.4140	4.4500	6.0293	6月29日 8時	6月29日 11時	3
71	1.70	14.4949	29.4075	2.3330	10.8996	14.6041	4月 3日 11時	4月 3日 12時	1
73	2.00	17.0528	59.6275	0.3215	3.6623	3.5078	7月25日 15時	7月25日 15時	0
74	1.40	11.9370	22.7558	1.1440	9.6825	6.2235	9月 4日 7時	9月 4日 6時	-1
75	1.20	10.2317	18.7118	0.8698	7.4831	5.5657	4月 9日 8時	4月 9日 9時	1
77	1.10	9.2471	17.5114	0.7098	4.4815	2.1375	8月15日 2時	8月14日 24時	-2
78	0.70	5.8845	8.3052	0.3609	4.2293	4.6244	6月 4日 8時	6月 4日 8時	0
79	2.90	21.2137	65.6895	1.7315	13.8833	16.9140	8月 4日 2時	8月 4日 4時	2
81	0.60	5.0265	5.9801	0.5162	4.2855	2.4441	5月28日 12時	5月28日 13時	1
82	0.50	4.1887	4.0530	1.2160	5.4385	8.3246	10月 1日 16時	10月 1日 16時	0
83	1.50	12.5661	32.4295	0.3466	2.9019	2.5779	8月 9日 12時	8月 9日 11時	-1
84	2.20	10.2009	25.0082	0.2319	3.0481	2.8625	6月23日 18時	6月23日 16時	-2
85	1.30	6.0278	9.4790	0.1736	3.0000	2.6976	8月19日 18時	8月19日 18時	0
86	2.30	10.9144	32.9431	0.2266	2.4896	2.1204	8月18日 6時	8月18日 6時	0
87	2.10	10.0198	24.7620	0.2156	2.6851	2.5829	6月23日 18時	6月23日 17時	-1
88	1.30	6.2027	10.0828	0.1192	2.7106	2.5982	8月19日 18時	8月19日 18時	0
89	1.80	13.9042	32.0463	0.6561	8.2485	7.0558	10月19日 24時	10月19日 23時	-1
91	1.40	10.8144	18.4949	0.4061	11.3763	11.6172	10月23日 6時	10月23日 6時	0
101	1.40	8.4740	17.2794	0.2016	3.0800	2.8160	5月20日 24時	5月21日 1時	1
102	1.60	9.6846	18.6754	0.4661	6.3790	5.9287	9月24日 10時	9月24日 9時	-1
103	1.60	9.6846	21.9095	0.2951	3.5300	2.7614	10月13日 20時	10月13日 19時	-1
104	1.40	8.4740	20.1366	0.1983	1.6070	1.1355	6月 7日 8時	6月 7日 7時	-1
105	1.20	7.2635	13.2729	0.4412	4.3690	2.6181	7月26日 15時	7月26日 15時	0
106	0.80	4.8423	6.4509	0.2489	2.7190	2.1282	10月14日 12時	10月14日 12時	0
107	1.00	6.0529	6.9636	0.3368	6.5280	6.6075	8月 6日 1時	8月 6日 1時	0
108	1.20	7.2635	12.5574	0.1432	3.0410	2.6391	8月 9日 8時	8月 9日 8時	0
109	1.40	8.4740	16.7616	0.3304	4.4690	3.5275	10月 1日 10時	10月 1日 10時	0
110	1.20	7.2635	14.9787	0.1335	2.0390	1.7360	9月13日 11時	9月13日 11時	0
111	1.80	10.8952	20.8198	0.2996	8.1910	8.7794	9月 1日 17時	9月 1日 17時	0
201	1.20	5.8441	9.0189	0.1821	2.1860	1.6500	9月17日 22時	9月17日 22時	0
202	1.40	6.8181	11.2992	0.1581	1.8720	1.7409	9月24日 11時	9月24日 10時	-1
203	0.60	2.9220	1.7508	0.4208	3.4130	4.5855	8月 5日 23時	8月 5日 24時	1
204	1.00	4.8701	7.2452	0.1229	2.0590	1.9515	10月19日 22時	10月19日 22時	0
205	1.20	5.8441	8.3565	0.5037	4.6840	3.2462	9月12日 10時	9月12日 7時	-3
206	2.00	9.7402	17.3009	0.6272	6.1700	7.9730	9月 1日 16時	9月 1日 17時	1

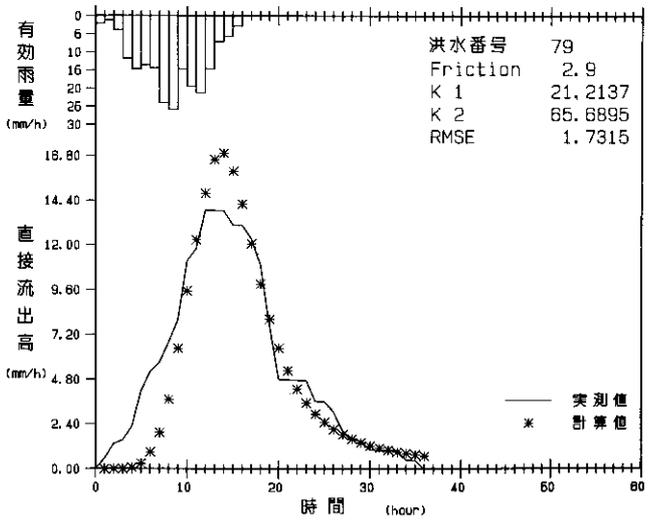
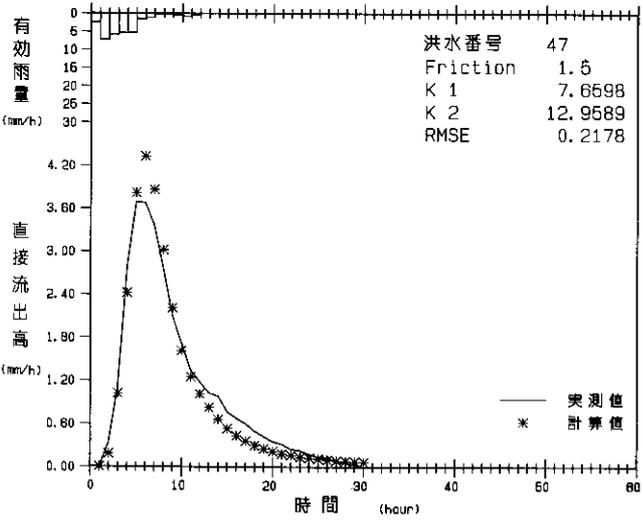
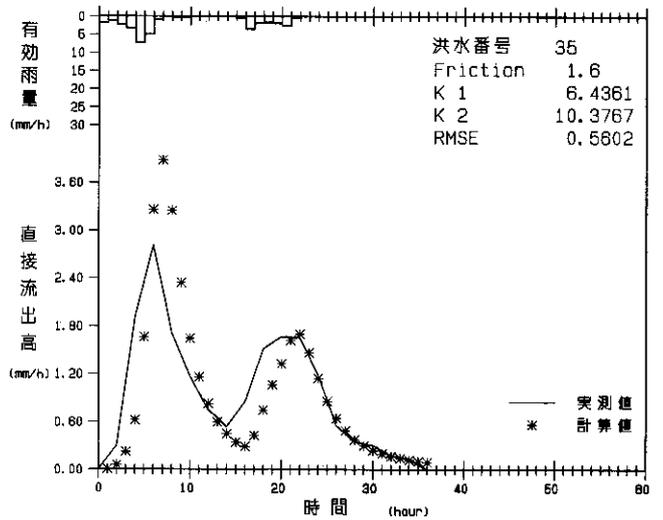
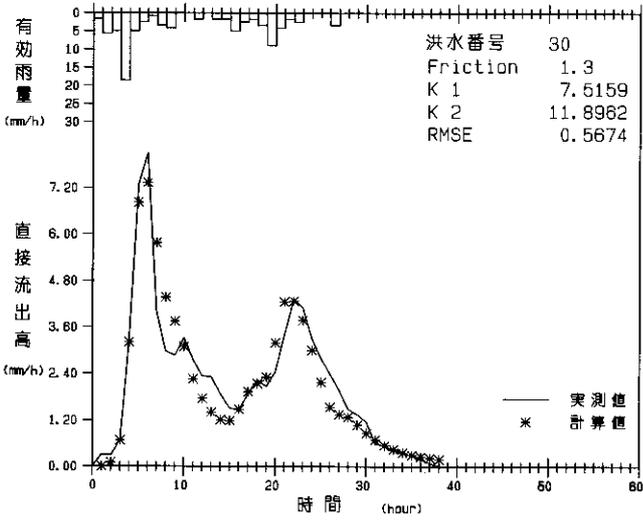
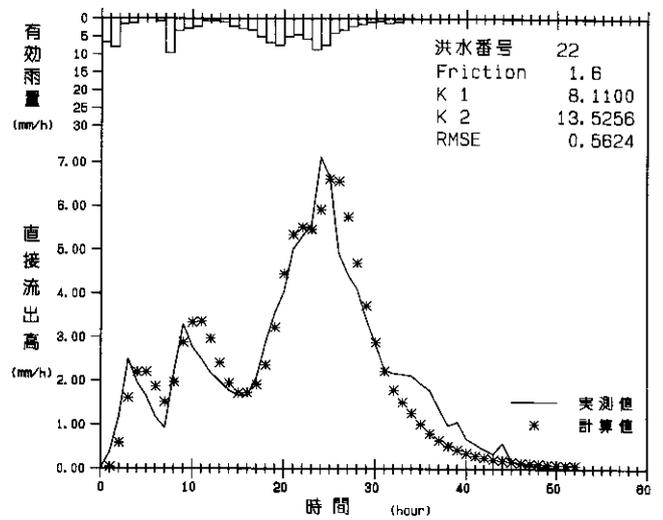
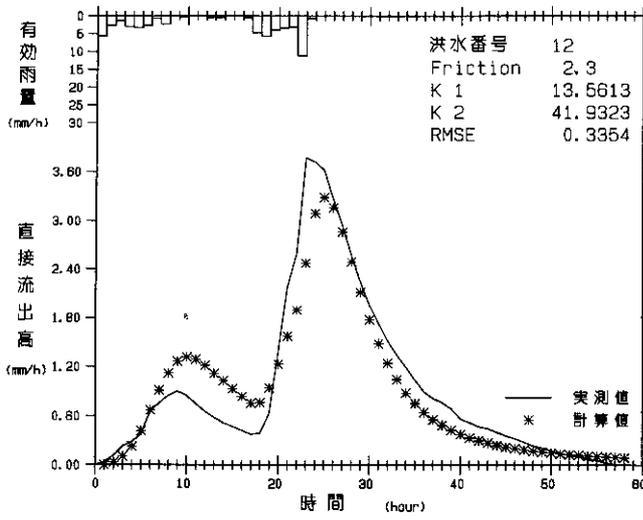


図-14 実測流量と計算流量の比較
(一次元探索)

表-4 k_1 と k_2 の二次元探索によるパラメータ同定と流出計算結果

洪水番号	f_c	k_1	k_2	RMSE (mm/h)	実測ピーク 流出高(mm/h)	計算ピーク 流出高(mm/h)	実測ピーク時間	計算ピーク時間	時間差 (h)
1	1.59	7.3386	5.9173	0.2170	3.1152	2.8217	6月25日 21時	6月25日 22時	1
2	1.22	5.6355	1.2566	0.5772	3.6483	3.7201	10月26日 1時	10月26日 3時	2
3	2.74	11.2503	22.9715	0.4341	3.3296	3.5172	8月22日 2時	8月22日 2時	0
4	2.72	11.1694	29.7895	0.2403	3.9343	3.9793	9月 4日 3時	9月 4日 3時	0
5	3.29	13.5045	52.1860	0.4048	7.0913	6.9566	8月26日 5時	8月26日 4時	-1
6	1.31	7.6285	39.0729	0.0446	2.7144	2.7530	6月29日 18時	6月29日 18時	0
7	1.61	7.0000	24.4392	0.1456	3.2350	2.7184	5月25日 10時	5月25日 11時	1
8	3.70	14.8054	26.9752	0.4815	3.2400	3.5156	7月11日 12時	7月11日 11時	-1
9	2.06	10.5418	42.2869	0.4868	6.1391	6.1995	7月12日 6時	7月12日 5時	-1
10	1.68	8.5959	27.6183	0.3730	2.6033	2.2692	9月18日 2時	9月17日 24時	-2
11	1.16	6.6378	25.0716	0.1074	2.0875	1.9238	9月 4日 23時	9月 4日 22時	-1
12	2.44	14.3813	28.4612	0.3146	3.7786	3.2387	9月 2日 21時	9月 2日 22時	1
13	1.42	8.2198	32.5442	0.1645	2.3450	2.3705	9月 5日 7時	9月 5日 7時	0
14	1.41	8.1691	35.6740	0.0506	1.9469	1.9453	9月 4日 6時	9月 4日 6時	0
16	2.64	8.6489	14.1646	0.8280	6.9221	6.7001	8月11日 9時	8月11日 8時	-1
17	2.39	7.8327	15.3625	0.2011	6.1006	6.1204	9月 3日 7時	9月 3日 7時	0
18	2.32	7.5980	15.9083	0.2750	5.2341	4.9995	9月13日 8時	9月13日 8時	0
19	2.15	7.0267	12.1495	0.2062	5.6763	5.5753	8月15日 7時	8月15日 7時	0
20	0.79	4.0908	8.8935	0.0802	2.3518	2.3900	8月12日 8時	8月12日 8時	0
22	1.92	9.7198	2.2992	0.3834	7.1292	6.4445	8月23日 20時	8月23日 21時	1
23	1.98	10.0268	34.6716	0.7474	8.4900	7.0671	10月 5日 9時	10月 5日 8時	-1
24	1.74	10.0703	8.1791	0.3328	6.0493	5.5591	8月22日 4時	8月22日 3時	-1
25	1.39	8.0375	13.7200	0.1236	2.4986	2.1513	8月26日 5時	8月26日 5時	0
26	1.16	6.6879	9.9930	0.3929	6.3138	5.6546	9月 4日 4時	9月 4日 4時	0
27	1.84	10.6085	9.7667	0.2065	2.8093	2.4964	7月29日 18時	7月29日 18時	0
28	1.54	8.8755	26.4513	0.8019	9.2457	7.8587	8月18日 15時	8月18日 15時	0
29	2.21	12.7476	6.2256	0.3644	6.2265	5.7909	9月 7日 7時	9月 7日 6時	-1
30	1.37	7.9005	9.9868	0.5359	8.1084	6.8622	9月 5日 10時	9月 5日 9時	-1
31	1.82	11.0263	28.9787	0.3782	2.7900	3.0018	9月18日 13時	9月18日 13時	0
32	1.22	7.3743	16.5252	0.1545	2.9857	3.0696	7月31日 4時	7月31日 4時	0
33	0.43	2.6290	11.8788	0.5083	2.6490	2.8204	9月17日 5時	9月17日 8時	3
34	1.37	8.2834	33.9382	0.1523	3.6174	3.4314	7月28日 19時	7月28日 19時	0
35	2.03	8.1614	2.2070	0.2914	2.8083	2.9861	8月 9日 15時	8月 9日 15時	0
36	3.53	14.1869	31.5383	0.2119	2.6491	2.2717	9月 4日 7時	9月 4日 7時	0
37	2.99	12.0361	28.1051	0.2903	6.9545	6.4874	9月 8日 14時	9月 8日 14時	0
38	2.86	11.5185	4.6432	0.3689	3.2657	3.4976	6月23日 15時	6月23日 15時	0
39	3.81	15.3395	18.6859	0.1941	3.4444	3.3087	9月22日 15時	9月22日 14時	-1
40	1.33	6.8942	14.6763	0.1186	2.4529	2.4641	9月21日 21時	9月21日 23時	2
41	1.27	6.5882	11.2072	0.1293	3.6108	3.3227	9月 9日 2時	9月 9日 3時	1
42	1.96	9.9995	6.3764	0.1397	2.3429	2.1511	9月18日 11時	9月18日 12時	1
44	1.77	6.1510	5.3525	0.0739	3.4087	3.3916	10月 8日 18時	10月 8日 18時	0
45	3.13	10.8750	24.1392	0.1471	4.1136	3.9396	10月20日 9時	10月20日 9時	0
46	1.82	6.3212	12.5515	0.2033	3.4722	3.0360	9月14日 18時	9月14日 18時	0
47	1.67	8.5170	10.1532	0.1178	3.6883	3.8048	9月 1日 9時	9月 1日 10時	1
48	2.02	10.3222	30.2055	0.1499	4.4267	4.4436	6月 6日 16時	6月 6日 16時	0
49	1.26	6.9446	13.1934	0.1123	1.9755	1.9884	8月31日 9時	8月31日 9時	0
50	1.31	7.2383	16.8344	0.0567	1.7719	1.7174	9月 2日 11時	9月 2日 11時	0
51	2.15	11.9193	19.1322	0.2188	2.4100	2.4694	8月22日 18時	8月22日 18時	0
52	1.95	10.7891	1.6435	0.9208	3.4444	2.2308	7月28日 5時	7月28日 8時	3
53	1.13	6.2554	13.1231	0.1302	2.4807	2.1202	8月 6日 10時	8月 6日 9時	-1
54	1.09	6.0326	14.4020	0.3129	3.1260	2.0088	6月13日 12時	6月13日 12時	0
55	0.61	3.3487	2.5765	0.1658	2.6941	2.5240	8月26日 20時	8月26日 20時	0

表-4 k_1 と k_2 の二次元探索によるパラメータ同定と流出計算結果 (続き)

洪水番号	f_c	k_1	k_2	RMSE (mm/h)	実測ピーク 流出高(mm/h)	計算ピーク 流出高 (mm/h)	実測ピーク時間	計算ピーク時間	時間差 (h)
56	1.87	12.6210	47.8389	0.2063	1.7489	1.7749	5月29日 19時	5月29日 19時	0
57	1.49	6.9425	4.2181	0.7632	6.9720	6.8477	8月 3日 6時	8月 3日 10時	4
58	1.79	11.2733	40.4858	0.1720	2.7998	2.1650	9月 5日 10時	9月 5日 11時	1
59	1.67	9.8337	9.6925	0.1632	3.0325	30.764	8月21日 2時	8月21日 2時	0
60	2.54	14.9717	39.4454	0.3400	2.1253	2.1728	8月17日 19時	8月17日 18時	-1
61	0.88	5.1988	8.1901	0.2237	3.0341	2.3964	8月14日 12時	8月14日 12時	0
62	1.67	9.3237	7.9224	0.1669	3.0211	2.9173	11月 1日 2時	11月 1日 3時	1
63	2.27	12.6146	10.7489	0.1543	1.7079	1.7612	9月29日 24時	9月29日 23時	-1
64	0.55	3.0500	0.9916	0.2370	5.2313	4.9026	9月 2日 14時	9月 2日 14時	0
65	0.95	5.2962	11.9384	0.2508	2.5102	1.4890	10月26日 16時	10月26日 17時	1
67	1.28	5.8029	15.7766	0.1945	2.0628	1.7615	6月 4日 13時	6月 4日 14時	1
68	0.56	2.6203	1.4292	0.2197	2.3080	2.0145	6月 4日 13時	6月 4日 13時	0
70	1.30	11.1097	1.8892	1.2649	4.4500	5.0630	6月29日 8時	6月29日 10時	2
71	1.91	16.2800	5.7069	1.3538	10.8996	12.2316	4月 3日 11時	4月 3日 11時	0
73	2.16	18.4543	47.5056	0.2732	3.6623	3.3214	7月25日 15時	7月25日 14時	-1
74	1.02	8.6562	29.0526	0.6597	9.6825	8.4887	9月 4日 7時	9月 4日 7時	0
75	1.14	9.7455	19.2092	0.8689	7.4831	5.8596	4月 9日 8時	4月 9日 9時	1
77	0.84	7.0529	25.8459	0.6476	4.4815	2.6889	8月15日 2時	8月15日 1時	-1
78	0.79	6.6735	3.5180	0.2866	4.2293	3.7654	6月 4日 8時	6月 4日 8時	0
79	3.09	22.6284	26.7319	1.3913	13.8833	14.9390	8月 4日 2時	8月 4日 3時	1
81	0.53	4.4298	10.4776	0.4927	4.2855	2.7877	5月28日 12時	5月28日 13時	1
82	1.06	8.9196	2.2727	0.9690	5.4385	4.2201	10月 1日 16時	10月 1日 16時	0
83	1.45	12.1745	36.9604	0.3428	2.9019	2.6341	8月 9日 12時	8月 9日 11時	-1
84	2.28	10.5572	13.8386	0.2067	3.0481	2.5876	6月23日 18時	6月23日 15時	-3
85	1.26	5.8431	11.0722	0.1683	3.0000	2.7744	8月19日 18時	8月19日 18時	0
86	2.24	10.6198	36.3899	0.2267	2.4896	2.1320	8月18日 6時	8月18日 7時	1
87	2.19	10.4558	10.8348	0.1778	2.6851	2.2897	6月23日 18時	6月23日 18時	0
88	1.34	6.3737	9.9977	0.1187	2.7106	2.5483	8月19日 18時	8月19日 18時	0
89	1.66	12.8073	45.5196	0.4793	8.2485	7.5638	10月19日 24時	10月19日 24時	0
91	1.46	11.3062	20.7778	0.2783	11.3763	10.9812	10月23日 6時	10月23日 6時	0
101	1.33	8.0646	18.7246	0.1891	3.0800	2.9671	5月20日 24時	5月21日 1時	1
102	1.49	8.9932	24.8267	0.2564	6.3790	6.4454	9月24日 10時	9月24日 10時	0
103	1.41	8.5537	27.4409	0.2183	3.5300	3.1765	10月13日 20時	10月13日 20時	0
104	1.02	6.1466	29.9718	0.0698	1.6070	1.5240	6月 7日 8時	6月 7日 8時	0
105	1.10	6.6413	20.2507	0.4191	4.3690	2.8407	7月26日 15時	7月26日 15時	0
106	0.71	4.2717	12.0727	0.1601	2.7190	2.3469	10月14日 12時	10月14日 12時	0
107	0.97	5.8521	5.9480	0.3083	6.5280	6.5166	8月 6日 1時	8月 6日 1時	0
108	1.16	7.0128	15.4291	0.1068	3.0410	2.7766	8月 9日 8時	8月 9日 8時	0
109	1.15	6.9308	26.7934	0.1210	4.4690	4.1421	10月 1日 10時	10月 1日 11時	1
110	1.11	6.6981	12.8980	0.1174	2.0390	1.7770	9月13日 11時	9月13日 11時	0
111	1.89	11.4358	17.4045	0.2265	8.1910	8.3813	9月 1日 17時	9月 1日 17時	0
201	1.14	5.5637	14.6006	0.1545	2.1860	1.8174	9月17日 22時	9月17日 22時	0
202	1.33	6.4665	13.5693	0.1424	1.8720	1.8207	9月24日 11時	9月24日 10時	-1
203	0.76	3.7116	1.5319	0.3101	3.4130	4.0795	8月 5日 23時	8月 5日 24時	1
204	0.99	4.8343	9.1796	0.1192	2.0590	1.9831	10月19日 22時	10月19日 22時	0
205	1.21	5.9116	3.7529	0.4624	4.6840	3.0519	9月12日 10時	9月12日 6時	-4
206	2.24	10.9055	5.1910	0.3320	6.1700	6.7566	9月 1日 16時	9月 1日 16時	0

メータ同定値の相互関係がどのようになっているかを調べておくことは、貯留関数法の実際上の運用にあたって重要な課題である。まず、(2)式との照合を行うために、一次元探索による f_c の同定値と二次元探索による k_1 の同定値の関係が図-19に示されている。パラメータ k_1 については(2)式による算定値と最適値との整合性は良好である。

今、最適値 k_1 (表-4参照)を用いて(2)式から f_c を逆算し、一次元探索同定値 f_c と比較した結果が図-20に示される。図-19の結果からも予想されるように、両者の f_c には実用上大きな差異はない。すなわち、パラメータ k_1 に関する限り、 f_c の一次元探索方法によっても問題がない。

次に、(2)式の精査を行うために、一次元探索同定値 f_c と二次元探索最適値 k_2 の関係を図示すれば図-21が得られる。なお、 \bar{r} は平均有効雨量強度で表-2の最後列に示されている。パラメータ k_2 については最適値と(2)式による推定値の関係はパラメータ k_1 に比べてバラツキが大きい。その原因としては(2)式の導出にあたっての降雨波形の単純化による影響が大きいと考えられる。しかしながら、最適値 k_2 は(2)式の平均的傾向をよくとらえている。図-21には(2)式の関係式に加えて最小2乗法による回帰線(破線)も併記してある。(2)式の定数2.259が回帰線では2.0と若干小さくなっているものの大きな差異はない。

以上、貯留関数モデルパラメータを2方法で同定し、相互の関連性を検討してきた。すなわち、第一の方法は(2)式中の唯一の未知定数 $f_c=(n/\sqrt{i})^{0.6}$ を(5)式の評価基準のもとに一次元探索により同定する方法で、実務上もっとも簡単である。この方法のプログラムと計算例は補遺4に示されている。第二の方法は数学的最適化手法を用いてパラメータ k_1 と k_2 を同定する方法であり、第一の方法と比べて幾分複雑である。しかしながら、第二の方法の理論展開は4章の数学的最適化手法で詳しく述べてあるし、プログラムと計算例は補遺5に示されているので、今後は実際面での運用が期待できる。本報告で解析対象とした37小流域における99洪水例に関する限り、2つのパラメータ同定値による結果には大きな差異はみられないので、もっとも簡便な第一の方法によっても実用上大きな問題は生じないというのが本報告での成果と言えよう。

6. 総合貯留関数式

既往大中洪水資料が数個得られる流域において、本報告で述べた貯留関数モデルを適用するとき、大きな障害は生じない。その理由はモデルパラメータの物理的意味が明確であり、前章で述べたように唯一の未知定数 $f_c=(n/\sqrt{i})^{0.6}$ の同定も比較的容易であるからである。とくに、(2)式に示されるパラメータ k_1 は等価粗度に関するファクター $f_c=(n/\sqrt{i})^{0.6}$ を含むので、流域の開発・都市

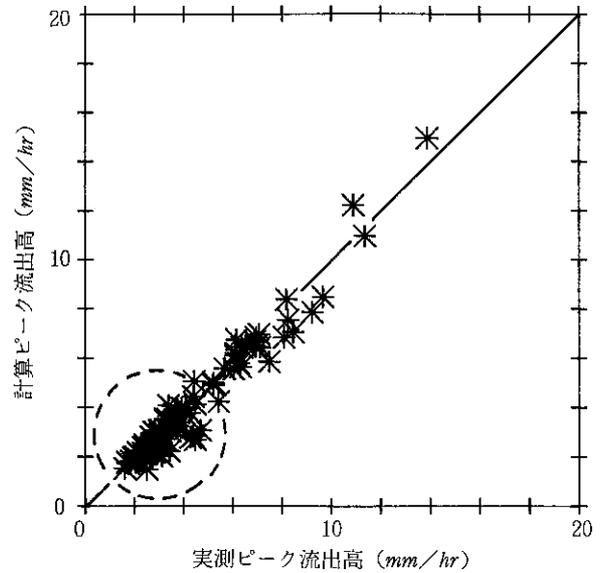


図-15 a 計算・実測ピーク流出高比較
(二次元探索)

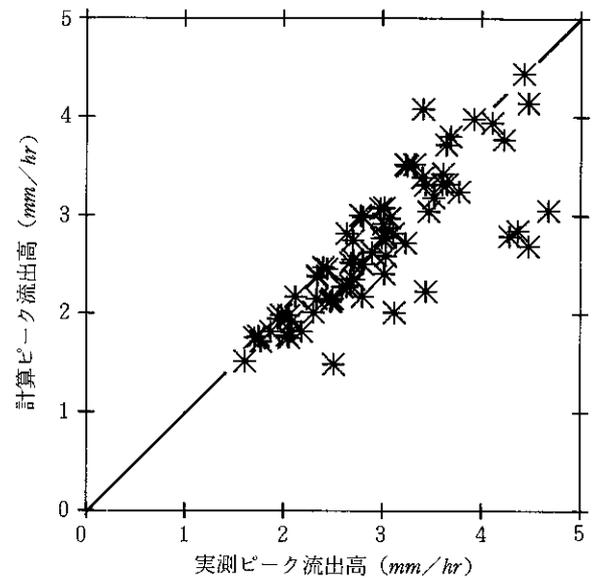


図-15 b 計算・実測ピーク流出高比較
(二次元探索)

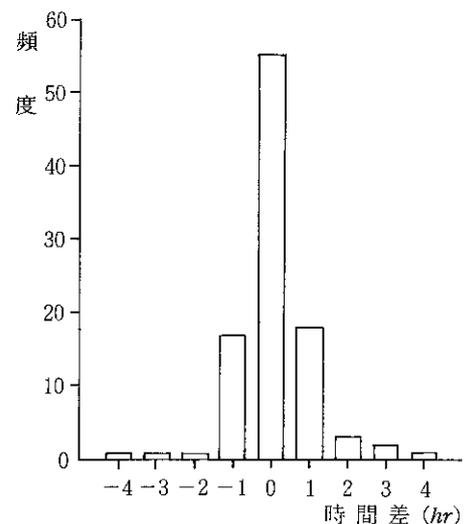


図-16 ピーク流量生産起時間差の頻度分布
(二次元探索)

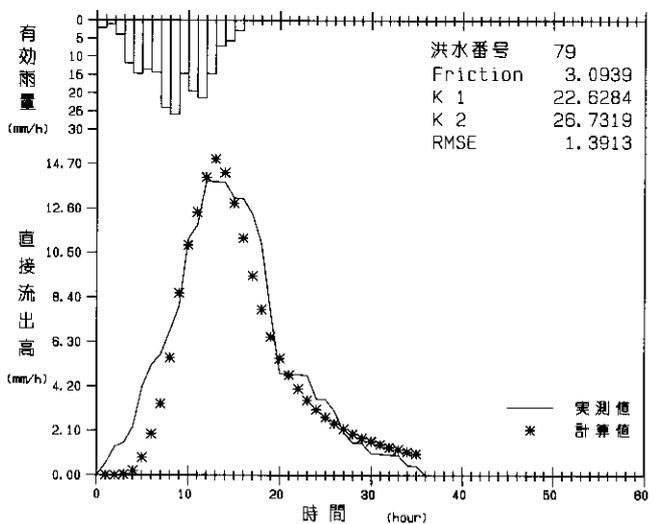
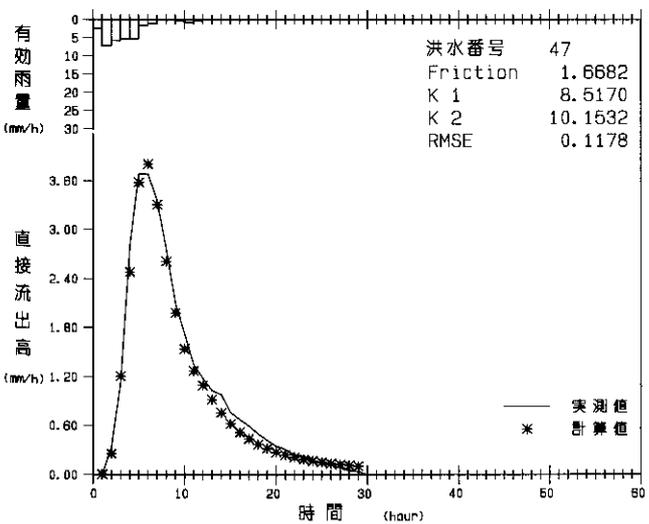
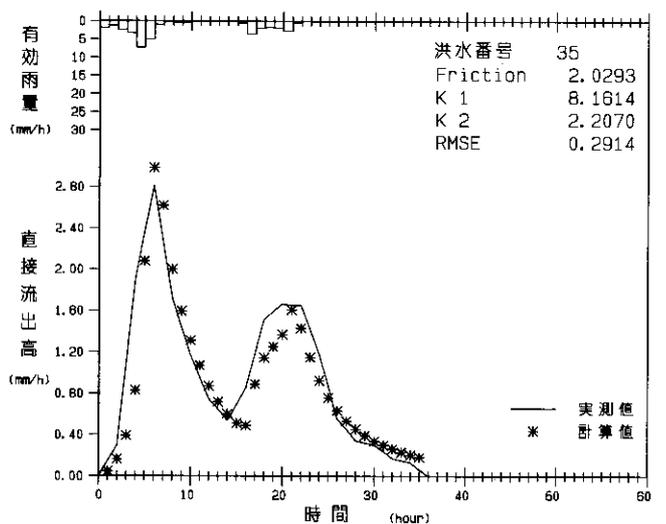
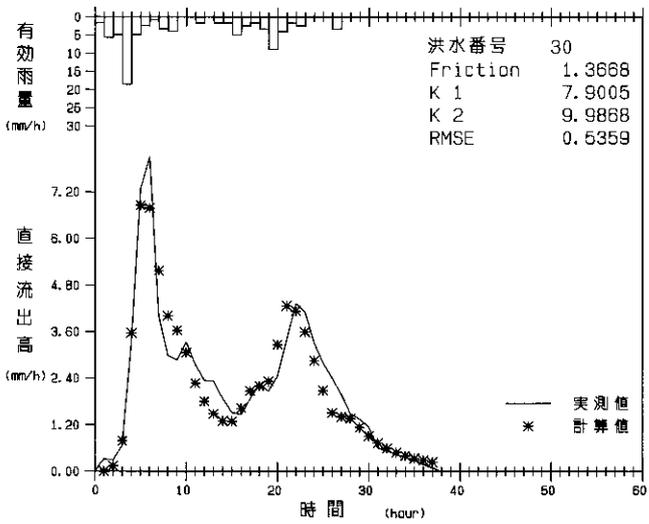
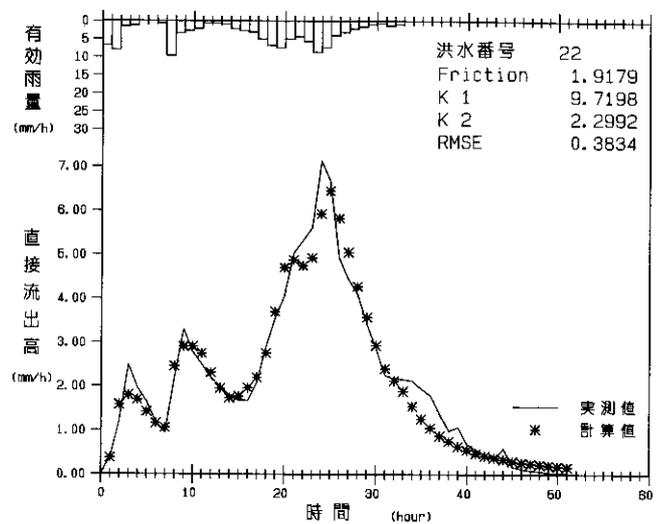
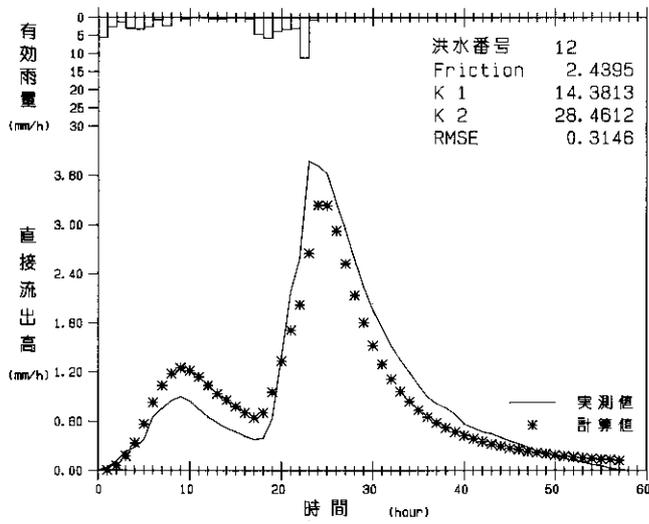


図-17 実測流量と計算流量の比較
(二次元探索)

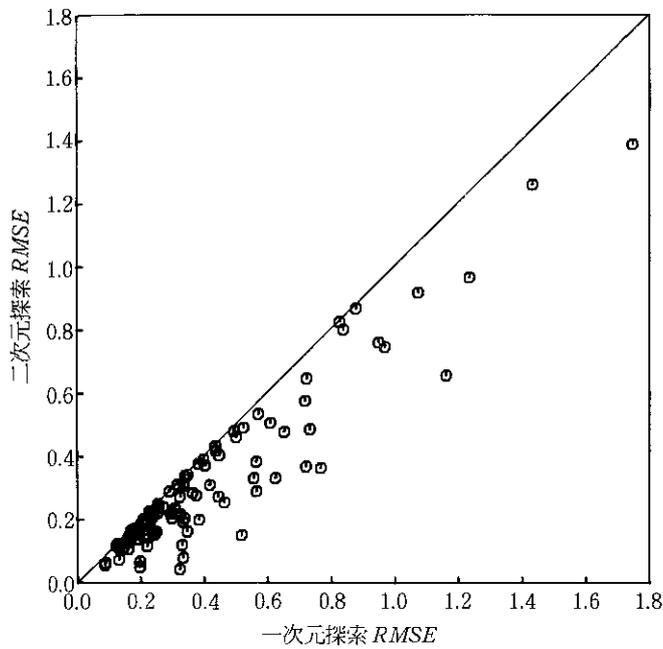


図-18 一・二次元探索 RMSE 値比較

化に伴う将来の流出形態変化予測にも容易に対処できるモデル定数となっている。すなわち、 f_c が減少すると、ピーク流量は増大し、ピーク生起時刻は早まる。

一方、流量資料がまったく得られない流域を想定してみよう。このとき、何らかのモデルによってハイドログラフを推定しようとすれば、モデルパラメータの総合化が必要条件となる。木村の総合貯留関数法は有名であるが、モデルパラメータの物理的意味という点では不十分であり、実用上の適用にあたっては注意を要する。本報告での採用モデルの特徴として、パラメータ k_1 が推定できれば、他のパラメータは自動的に設定される。したがって、流量資料の乏しい流域におけるパラメータ推定などの実用性を重視するならば、(25)式が流域面積のみの関数で表現できれば便利である。もし仮りに、 f_c の値が各流域で一定値をとっていれば、(25)式の関数決定は容易であるが、残念ながら、図-11（あるいは表-3参照）に示されるように、 f_c の値はある幅をもって分布している。今、表-4に示される最適同定値 k_1 と表-1に示される流域面積の関係をプロットすれば図-22が得られる。点のバラツキが大きくなる原因は、図-11に示されるように f_c がある確率分布に従っているためである。(7)式に示される f_c の理論密度関数（2母数ガンマ分布）をもとに、 f_c の5%点、平均値、および95%点、すなわち、0.662, 1.62, 2.91をそれぞれ、(25)式に代入して求めた関係式が図-8中に併記されている。永井ら^{6,7)}は等価粗度法（表面流モデル）と木村の貯留関数モデルの相互関係を明確にし、貯留関数モデルパラメータの総合推定式を提案している。とくに、図-22に示される f_c に平均値1.62を用いた推定式、 $k_1 = 4.57 A^{0.24}$ は永井らが提案している貯留係数式 $K = 5.5 A^{0.14}$ とよい対応関係にある。

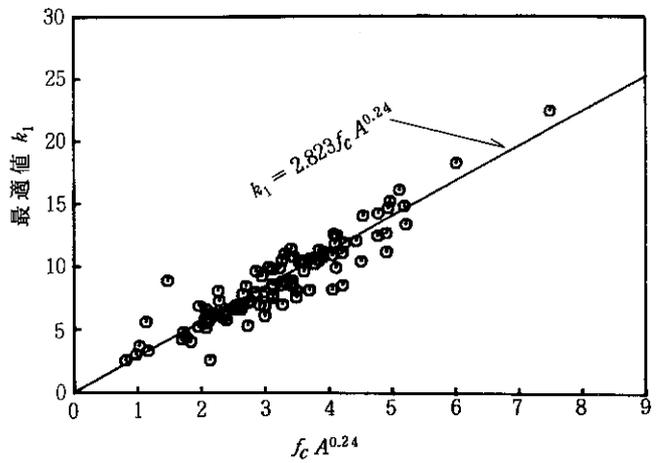


図-19 一次元探索 f_c 最適値と二次元探索 k_1 最適値の関係

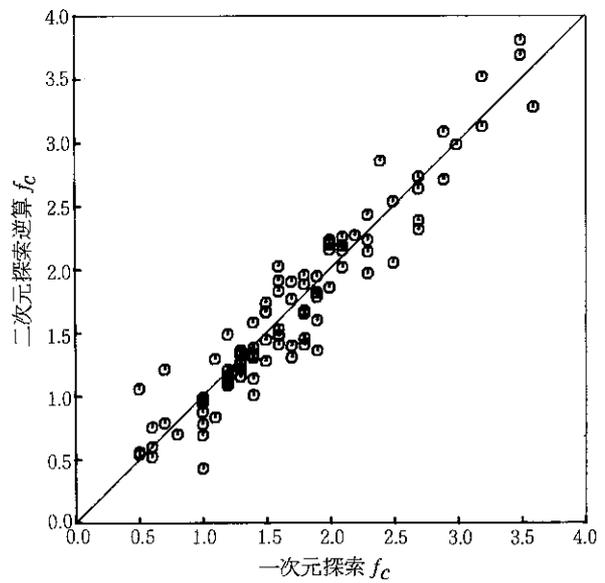


図-20 一次元探索 f_c と二次元探索逆算 f_c の比較

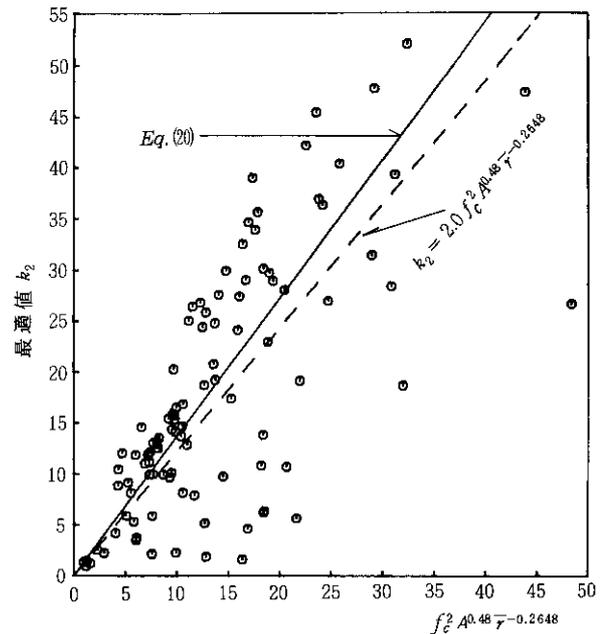


図-21 一次元探索 f_c 最適値と二次元探索 k_2 最適値の関係

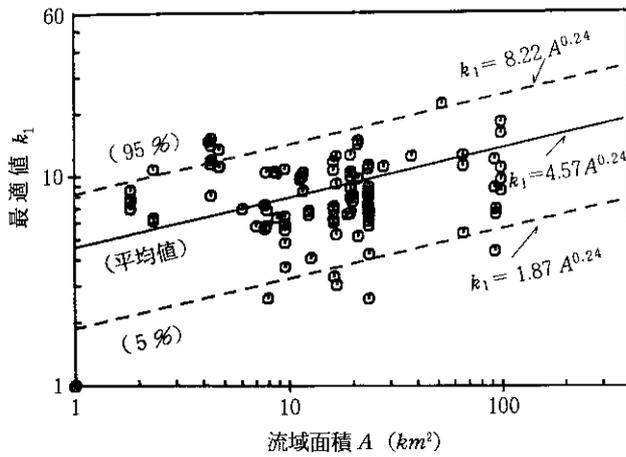


図-22 最適値 k_1 と流域面積 A (km^2) の関係

表-5 総合貯留関数モデル

$$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt} (q^{p_2}) \quad (13)$$

$$\frac{ds}{dt} = r - q \quad (14)$$

$$k_1 = 4.57 A^{0.24} \quad (75)$$

$$k_2 = 5.26 A^{0.48} \bar{r}^{-0.2648} \quad (76)$$

$$= 0.252 k_1^2 \bar{r}^{-0.2648} \quad (77)$$

$$p_1 = 0.6 \quad (21)$$

$$p_2 = 0.4648 \quad (22)$$

ここで、 s : 貯留高 (mm)、 q : 流出高 (mm/hr)、 r : 有効雨量 (mm/hr)、 t : 時間 (hr)、 A : 流域面積 (km^2)、 \bar{r} : 平均有効雨量強度 (mm/hr)

本報告での解析対象洪水規模は平均ピーク比流量でみれば、 $1.30 m^3/s/km^2$ (図-10 参照) であり、流域面積の大きさも $100 km^2$ 以下である。以上の点に留意し、図-21 (回帰式) と図-22 (平均値) に示される関係式を用いて貯留関数法の総合化を図った結果が表-5 に示される。

7. おわりに

これまでも数多くの流出モデルが洪水解析に用いられてきた。しかしながら、計算ハイドログラフを実測のそれに無理に適合させようとするあまり、モデルパラメータの同定が試行錯誤的に行われてきたきらいがある。たとえば、一洪水に適合がよかったパラメータを他の洪水に適用すると適合度がよくないという例がしばしば起り、このジレンマが常に実務者を悩ませている。雨量強度によりモデルパラメータが変化することはしばしば経験することであり、パラメータが降雨量特性値を含まなければならない事を示唆している。

流出解析を行う際、広く用いられている手法に貯留関数法と等価粗度法がある。等価粗度法は流域の水理学的特性をモデル自身に反映できる特徴を持つが、分布定数系モデルであるため計算に時間がかかりすぎ、実務者にはなじまない。一方貯留関数法は、貯留量～流量の2価性を単純な構造式で記述でき、集中定数系モデルであるため計算が迅速であることが特徴である。しかし、従来より用いられている貯留関数法の欠点として、モデルパラメータと流域特性値、降雨特性値との相互関係が定量的に把握されていない点があげられる。したがって両者の長所をとり入れたモデルの開発が可能であれば、貯留関数法の実用面での利用価値が高くなるのが容易に理解できる。

本報告でモデル構築を行う際の一貫した考え方は次に要約される。

- (1) 降雨～流出過程をできるだけ物理法則に従って表現する。この方策として等価粗度法 (Kinematic wave 理論) を斜面流出に適用した。
- (2) 流出計算を容易にするため、等価粗度法を貯留関数法に変換する。この結果、貯留関数モデルパラメータを等価粗度モデルパラメータに関連づけることができた。
- (3) 図-4 と図-5 に示されるように、降雨波形と流域モデルの単純化により、パラメータを流域面積の関数形で表現する実用推定式を導出した。したがって、唯一の未知定数は $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ だけとなる。
- (4) f_c の一次元探索同定法に加えて、モデルパラメータ k_1 と k_2 の二次元探索同定法を試み、2つの方法によるパラメータの整合性について検討した。その結果、 f_c の一次元探索同定法によっても、実用上大きな問題を生じないことが確認された。
- (5) 小流域の解析結果から、大中洪水 (比流量 $1.0 m^3/s/km^2$ 以上) を対象とする計画ハイドログラフの算定にあたっては $f_c = 1.5 \sim 2.0$ が適当であると考えられる。
- (6) 小流域ではピーク流量はピーク雨量の1～2時間後に生起すると考えられるので、ハイドログラフを推定する必要性が生じた場合、ハイドログラフの形状を参考にすれば、 f_c は高精度で推定可能である。

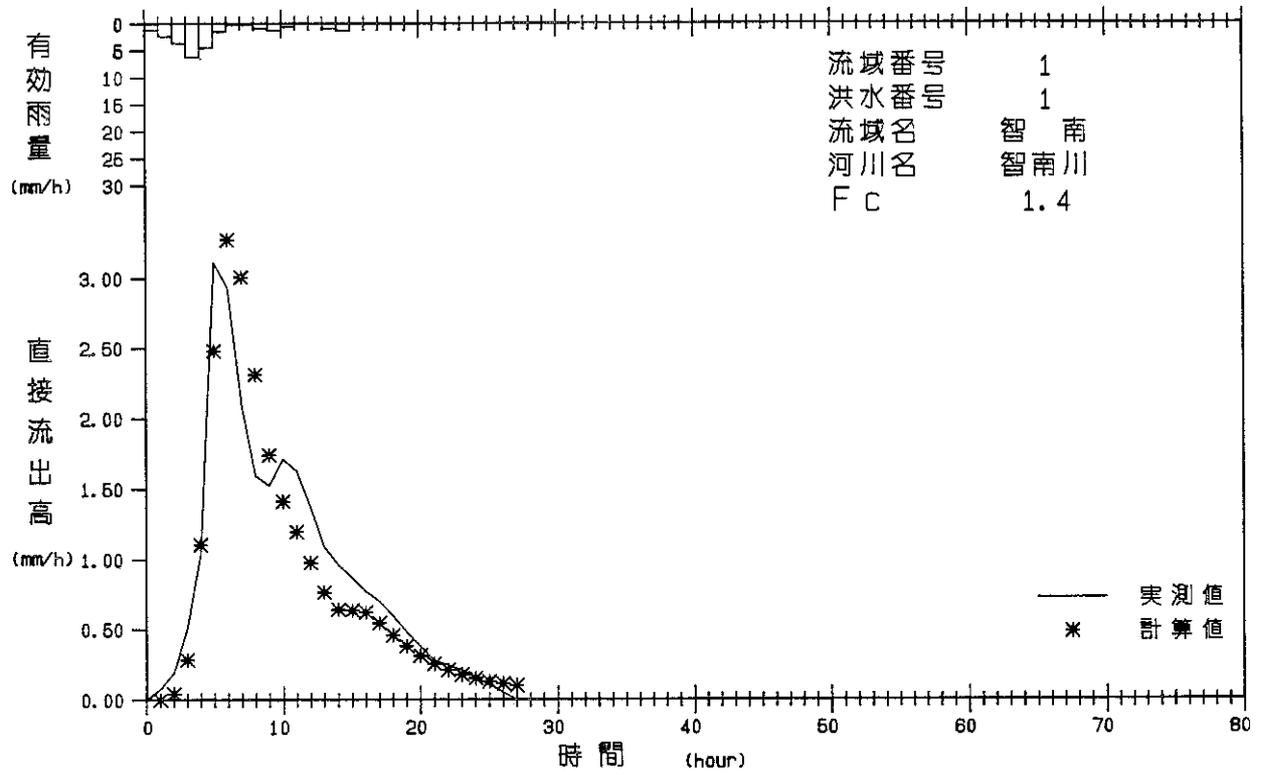
(7) 今後の課題として、流域面積が 100 km^2 以上の洪水解析例をふやし、表-5中の(7)式の精査が心要である。また、本報告では直接流出量の算定を解析対象としているので、流出率の見積りが実際問題として起ってくる。小流域における解析結果をもとに、流出率と初期流量、土地利用形態、地質との相関性を検討しているが、定量化が非常に困難である。流出率の実用推定式の提案が強く望まれるところである。

参考文献

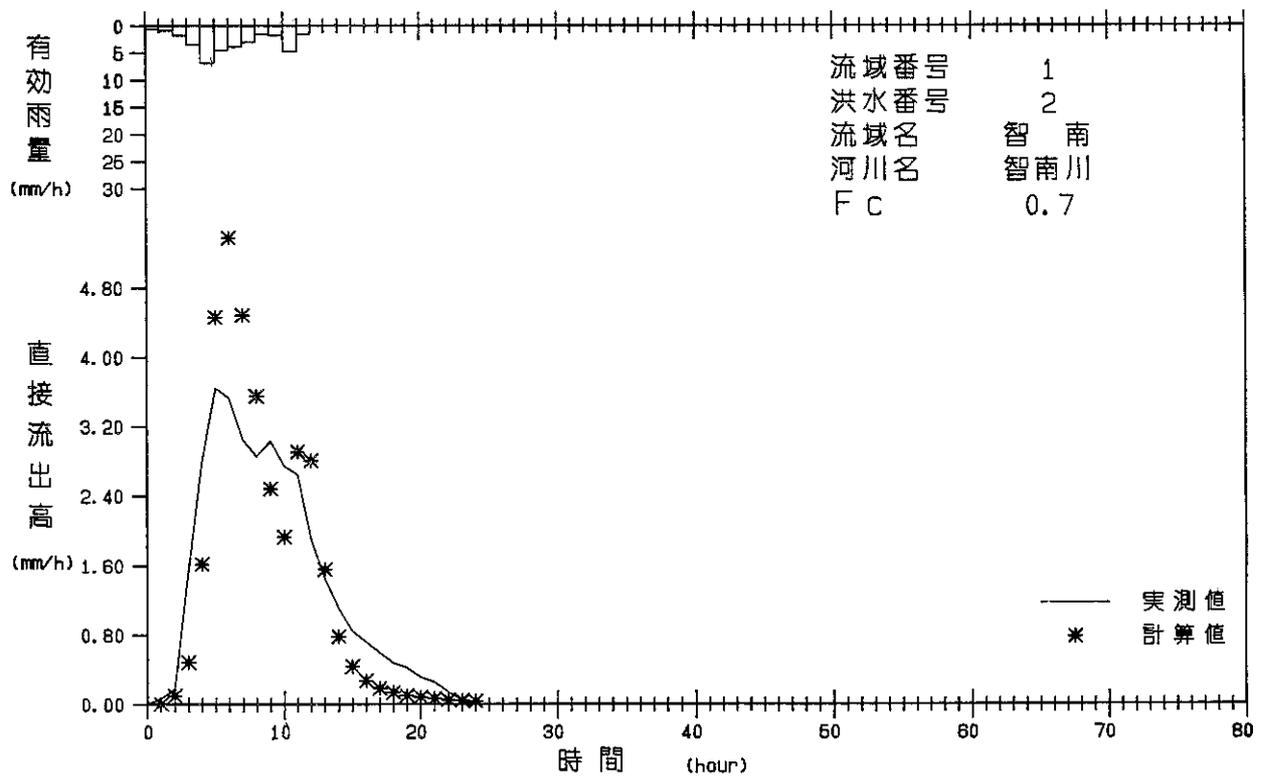
- 1) Eagleson, P.S.; Dynamic Hydrology, McGraw Hill Book Co., 1970.
- 2) 星 清, 山岡 勲; 雨水流法と貯留関数法の相互関係, 第26回水理講演会論文集, 1982.
- 3) Prasad, R.; A nonlinear hydrologic system response model, Jour. of Hydraul. Div., Proc. of the ASCE, Vol.93, No. HY4, 1967.
- 4) 高埴琢馬, 宝 馨, 楠橋康広; 貯留関数型洪水流出モデルの比較評価, 第29回水理講演会論文集, 1985.
- 5) 角屋 睦, 福島 晟; 中小河川の到達時間, 京都大学防災研究所年報, 第19号, 1976.
- 6) 永井明博, 角屋 睦, 杉山博信, 鈴木克英; 貯留関数法の総合化, 京都大学防災研究所年報, 第25号B-2, 1982.
- 7) 永井明博; 流出モデルの最適同定法とその応用に関する研究, 京都大学学位論文, 1983.
- 8) 星 清; やさしい数学的最適化手法, 土木試験所月報, No.398, 1986.
- 9) 星 清; 成分回帰分析手法, 土木試験所月報, No.397, 1986.

補遺 1

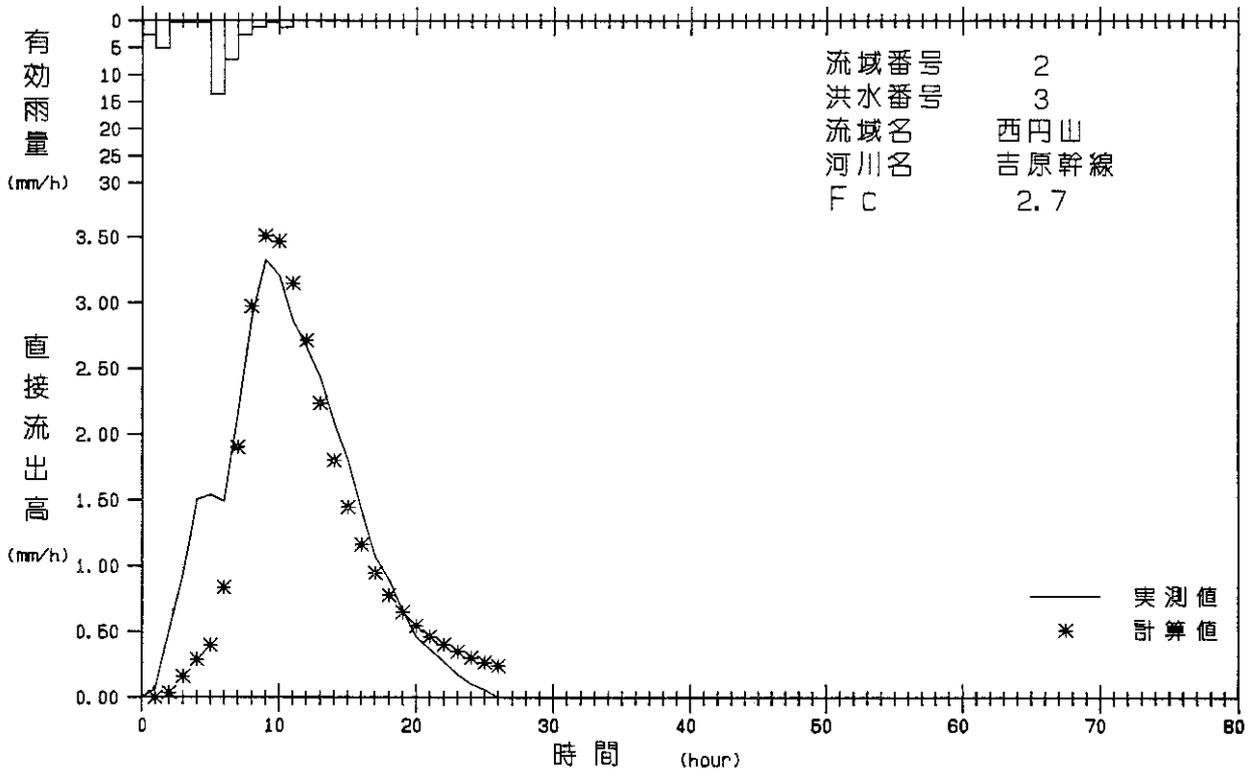
一次元探索 f_c の最適値による
実測・計算流出高の比較



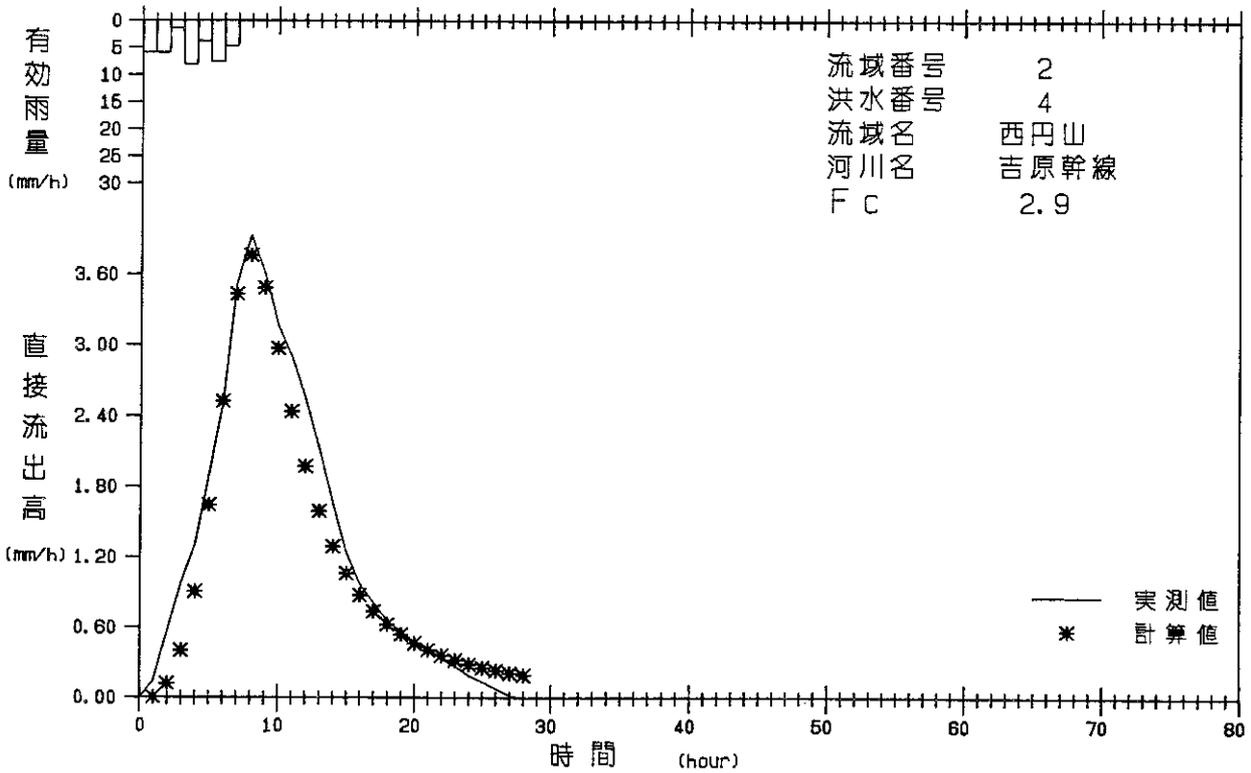
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



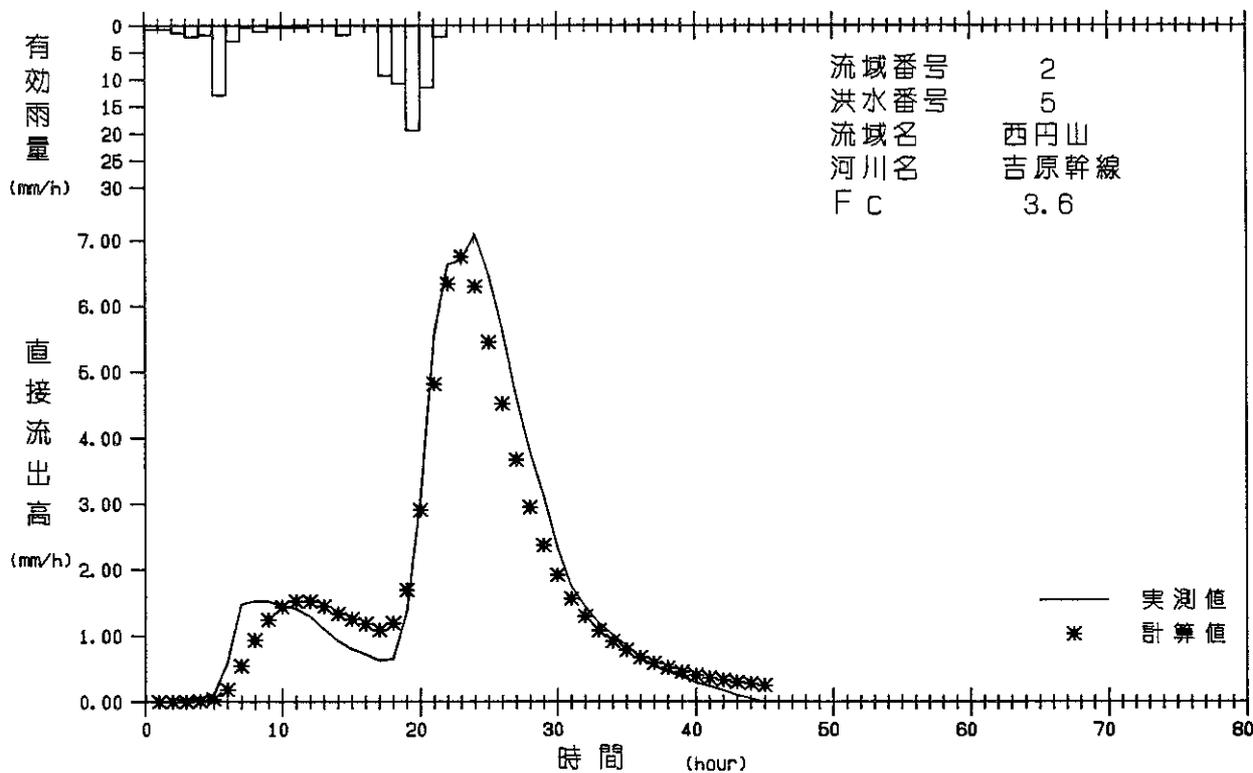
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



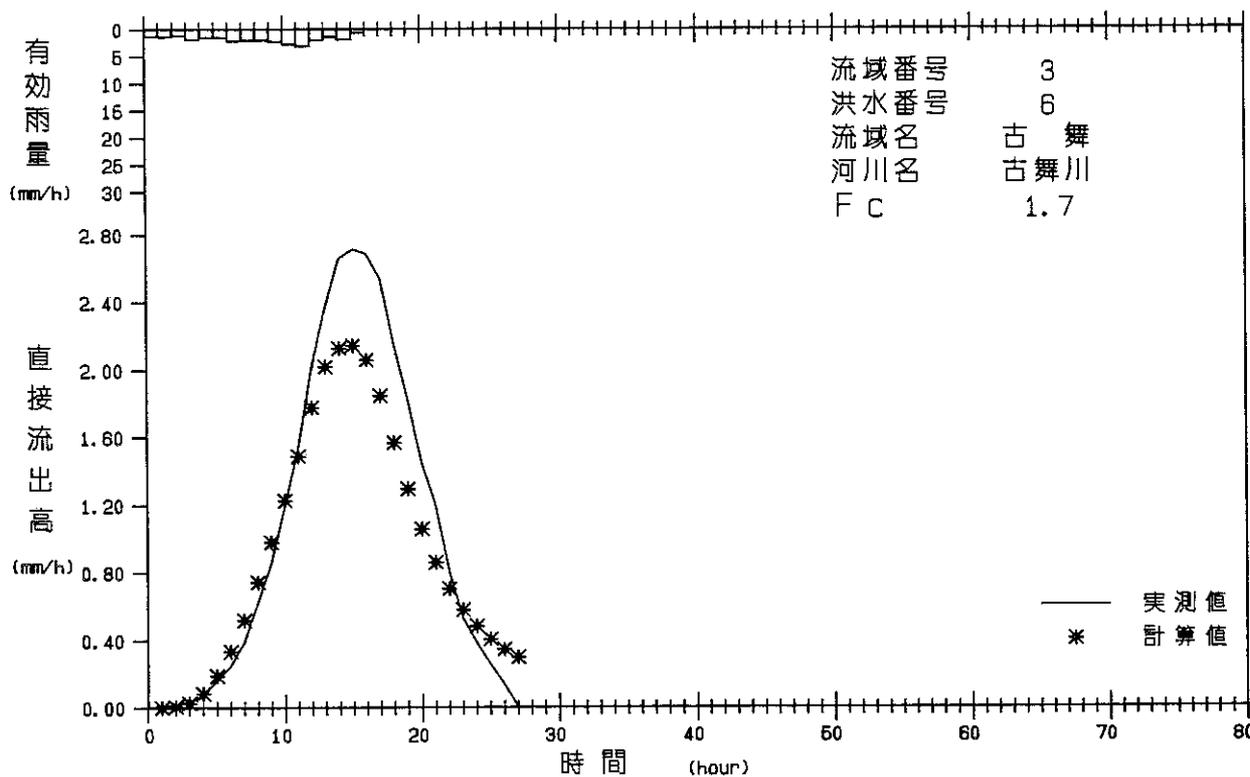
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



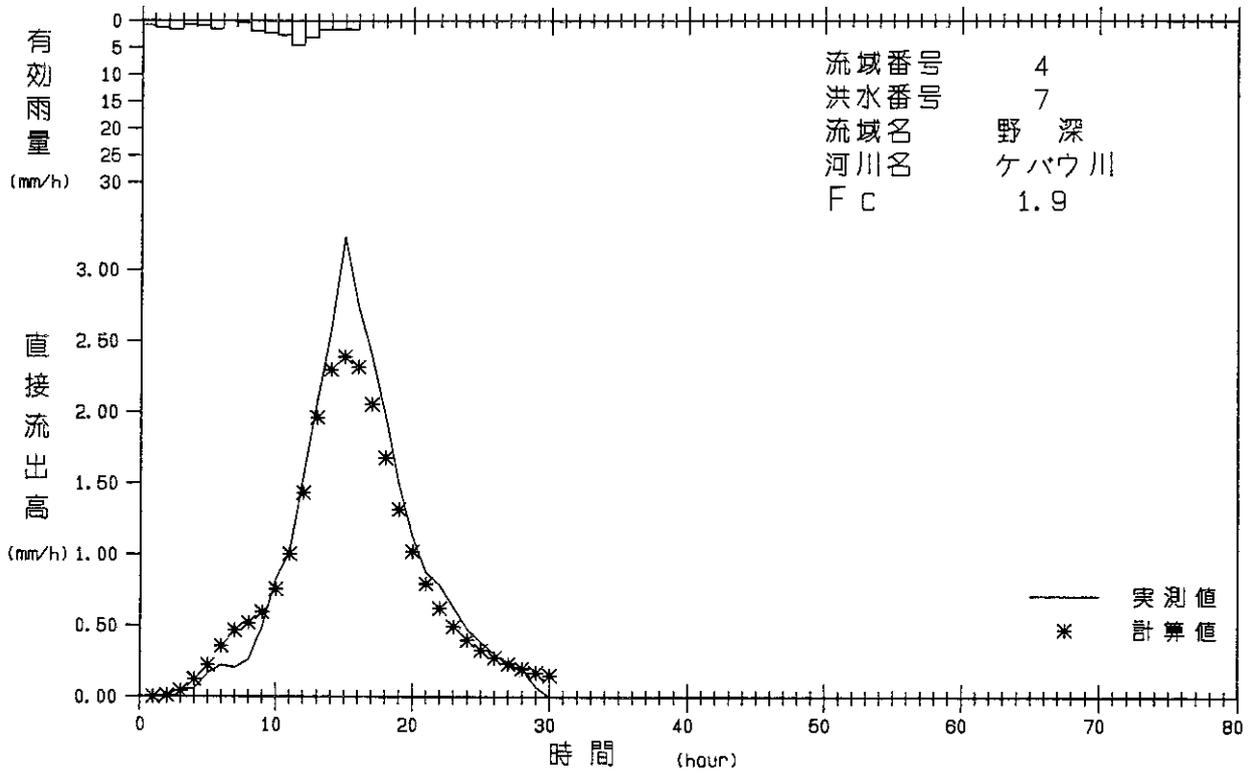
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



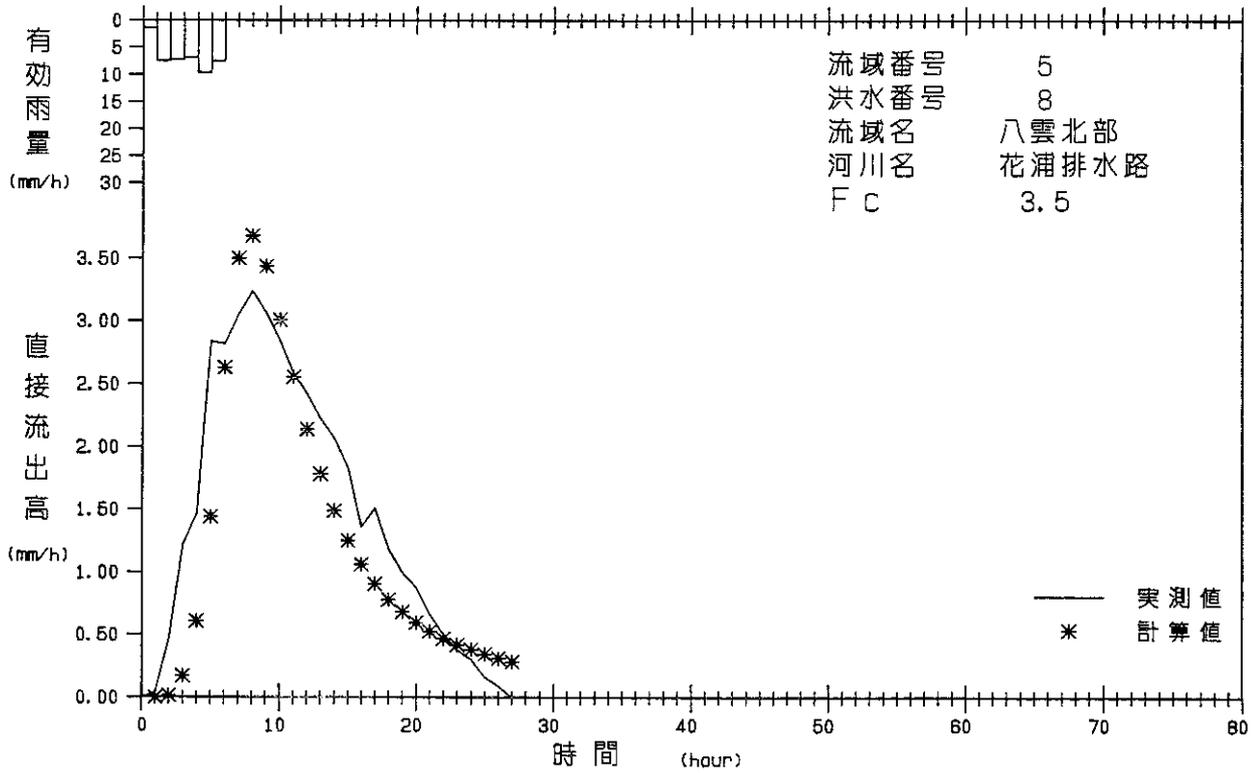
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



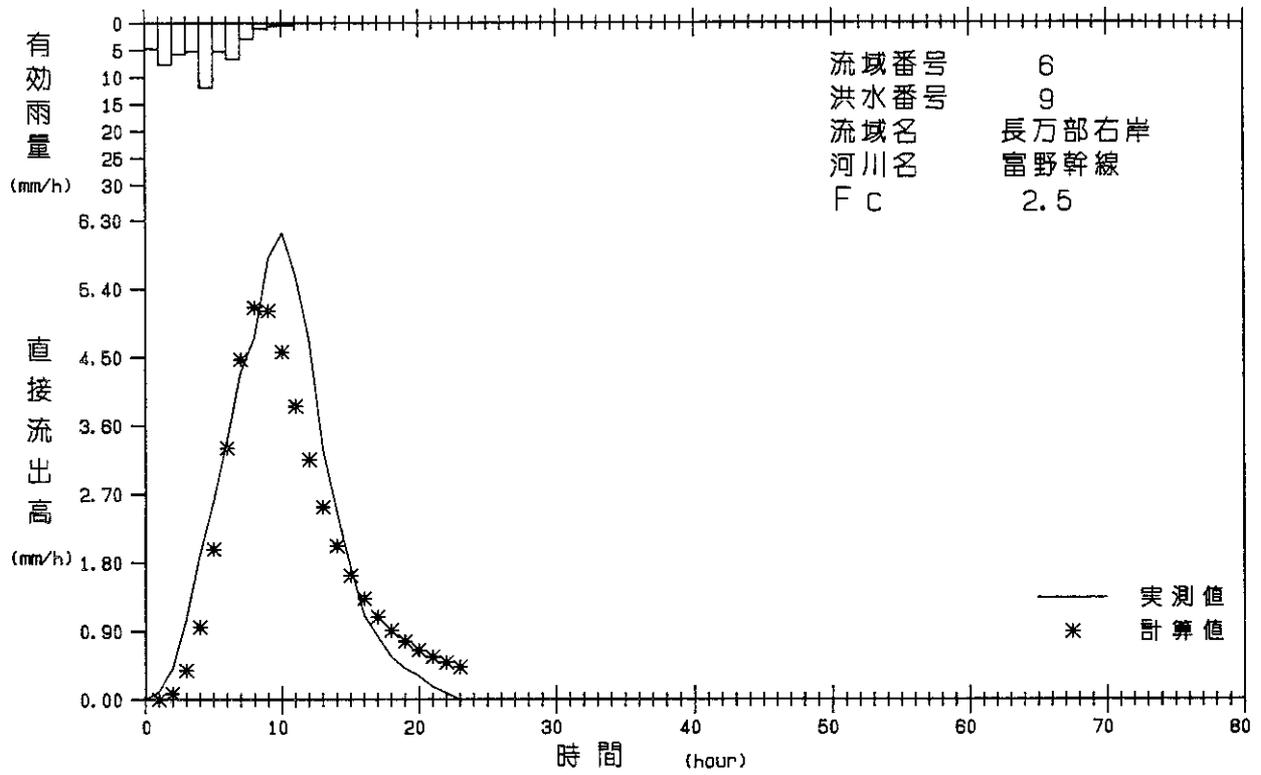
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



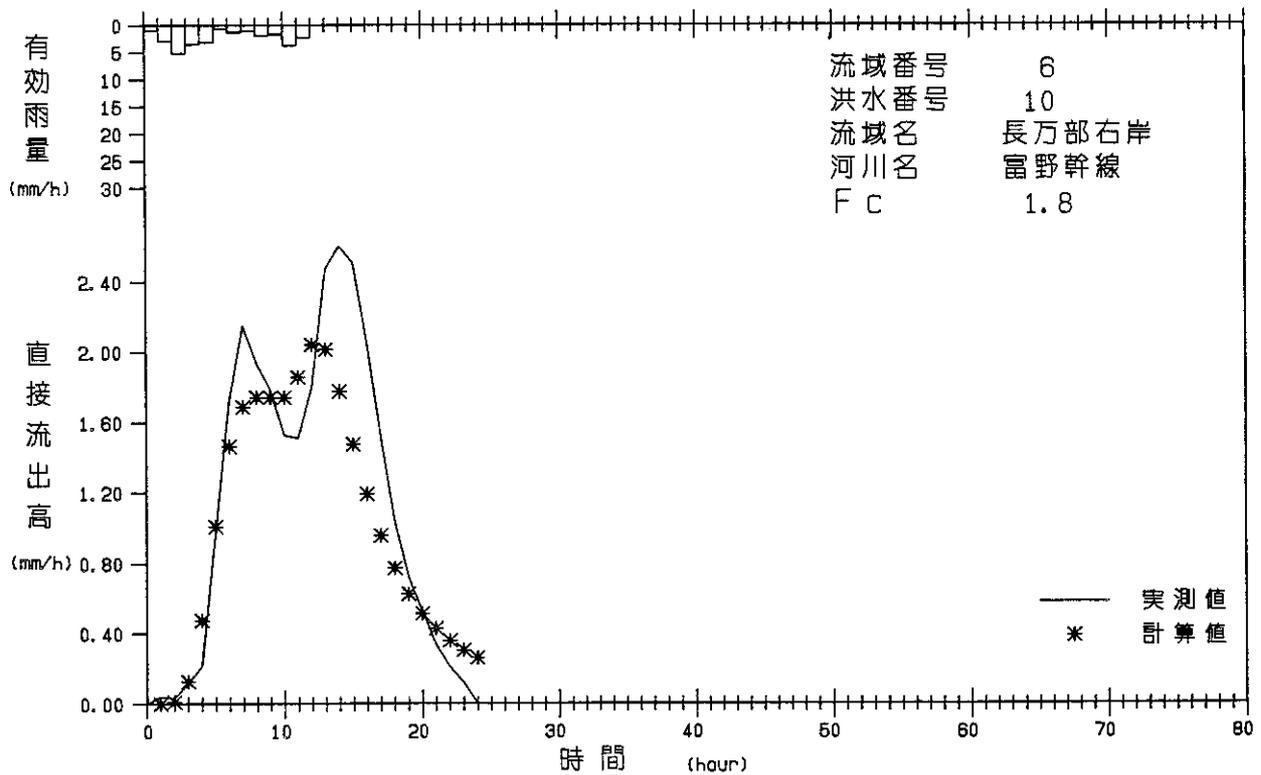
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



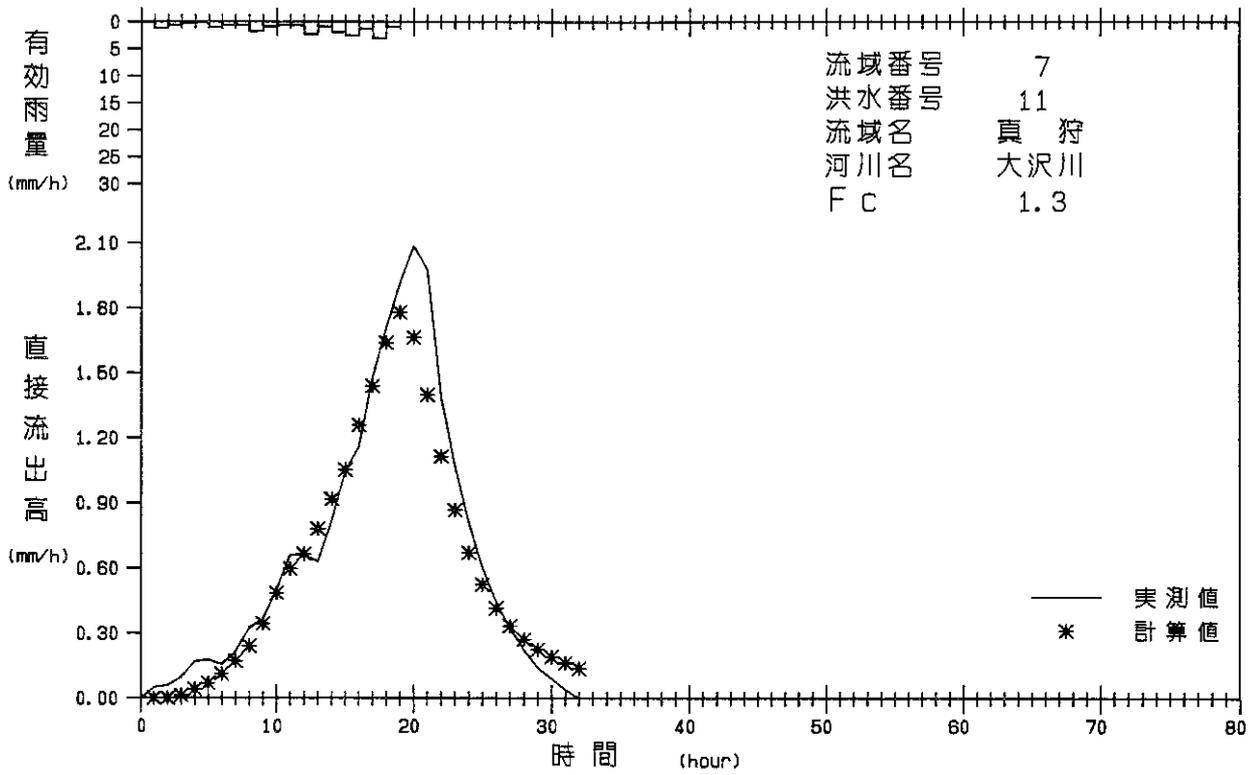
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



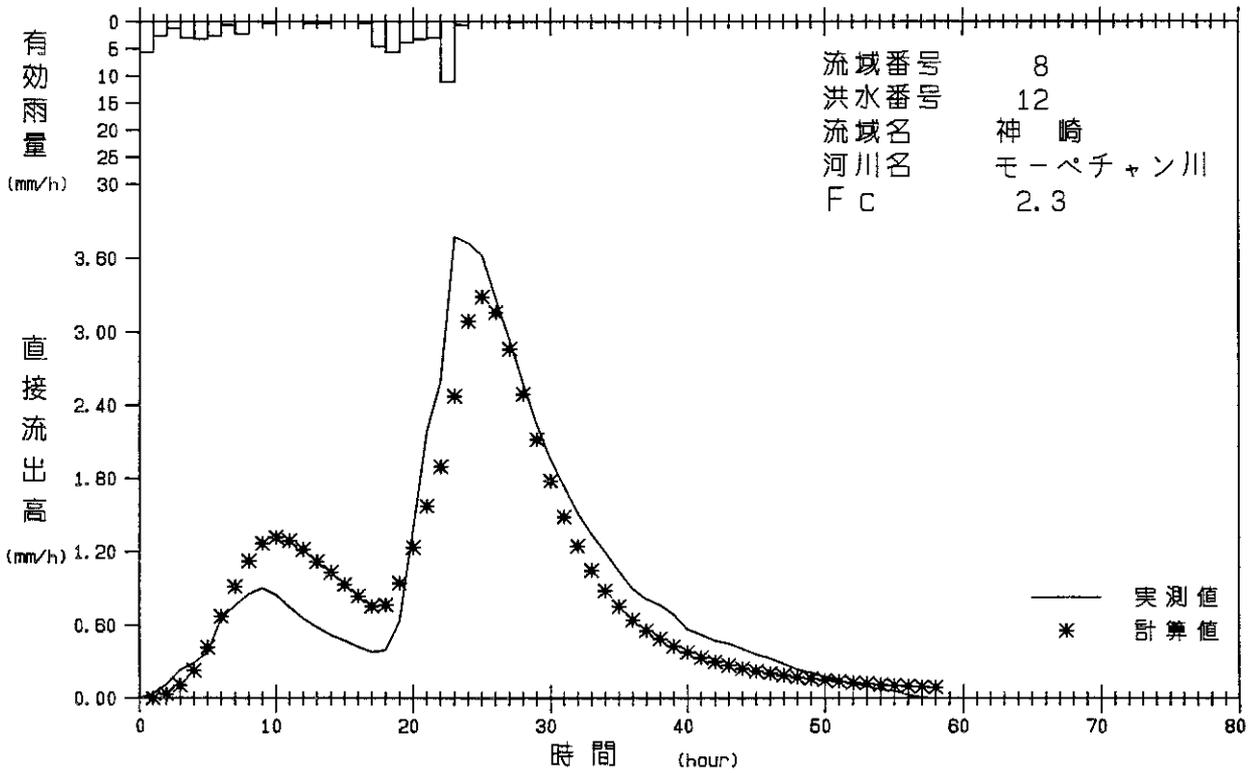
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



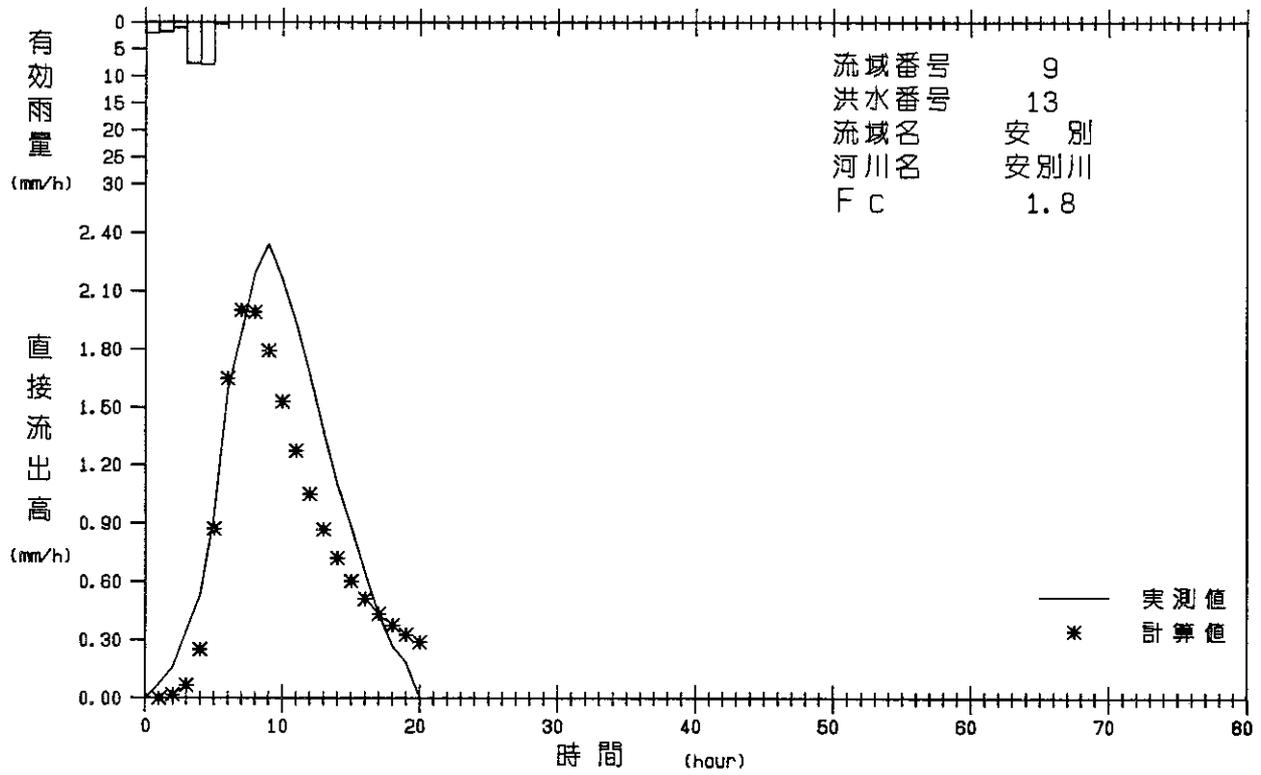
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



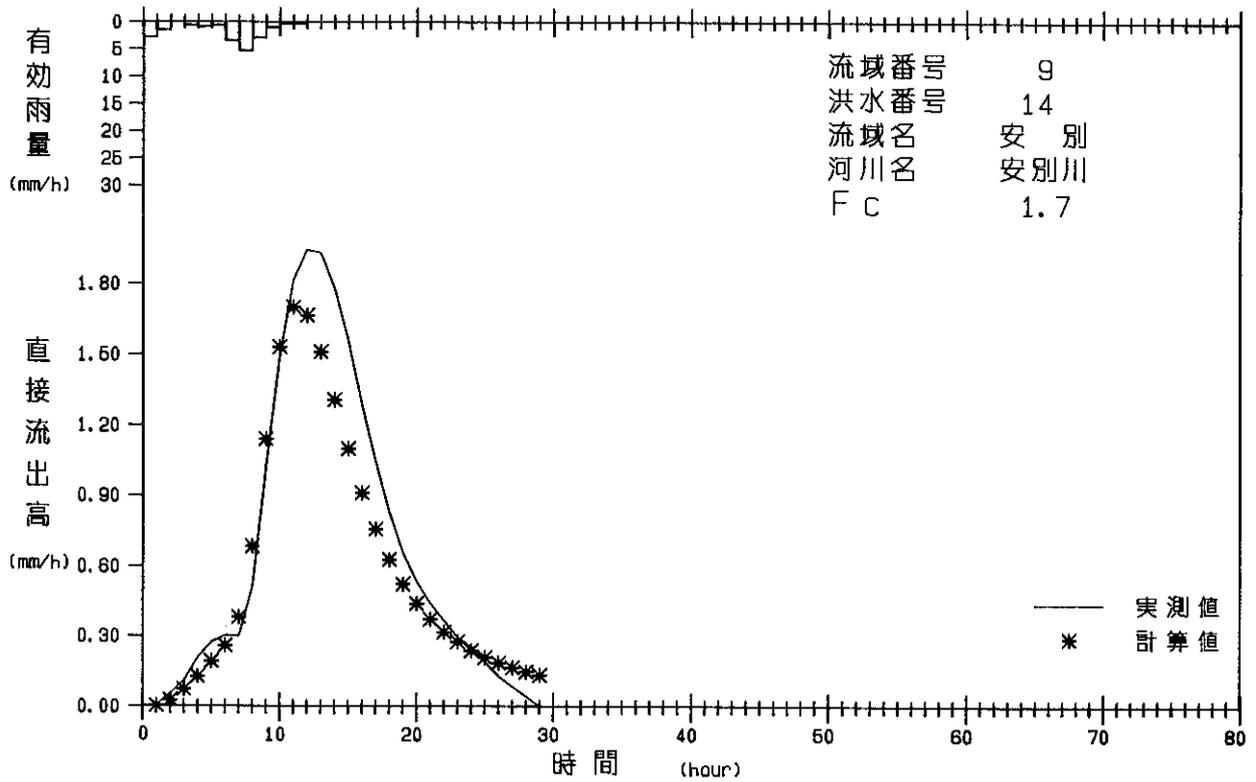
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



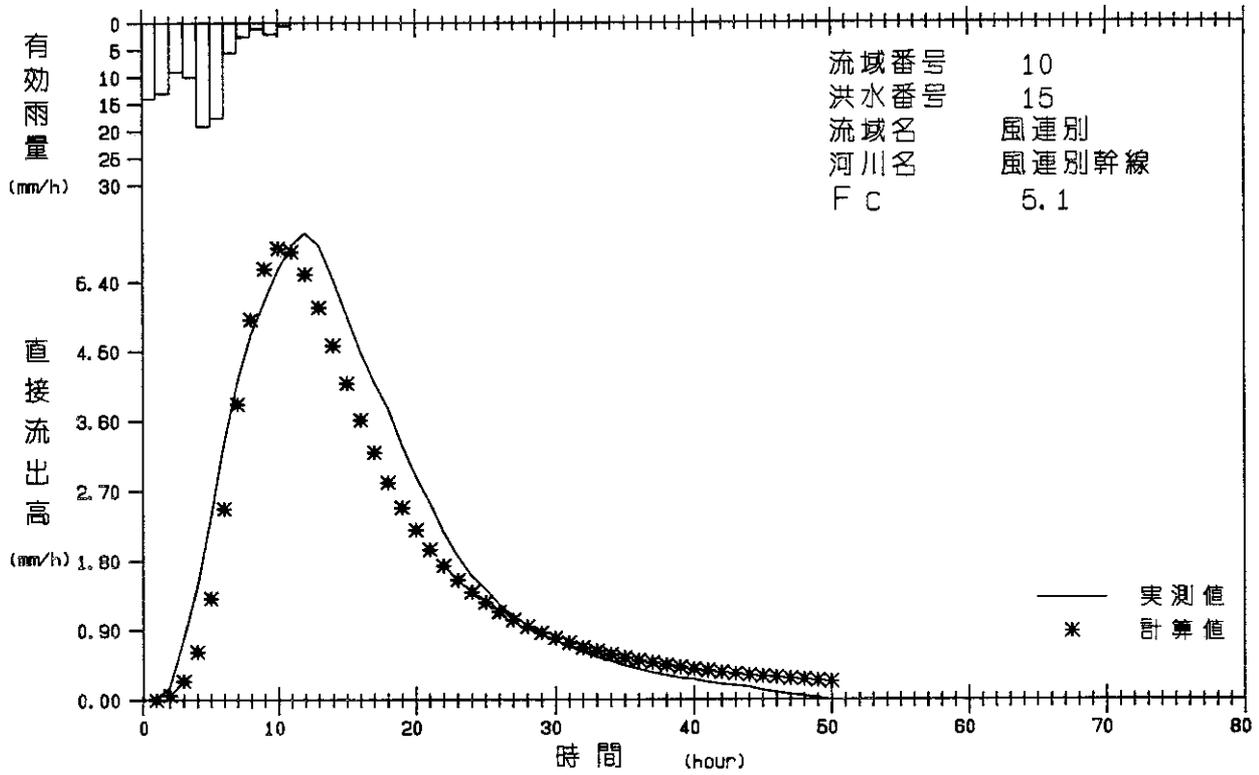
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



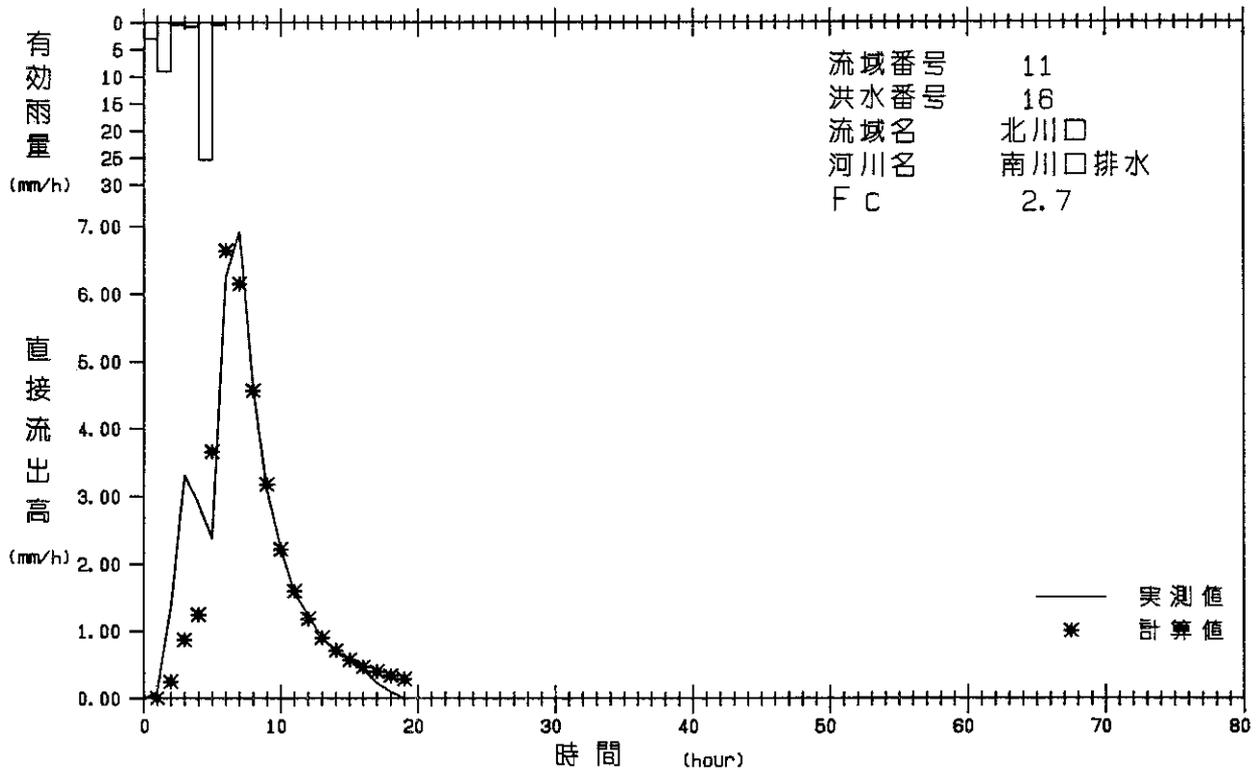
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



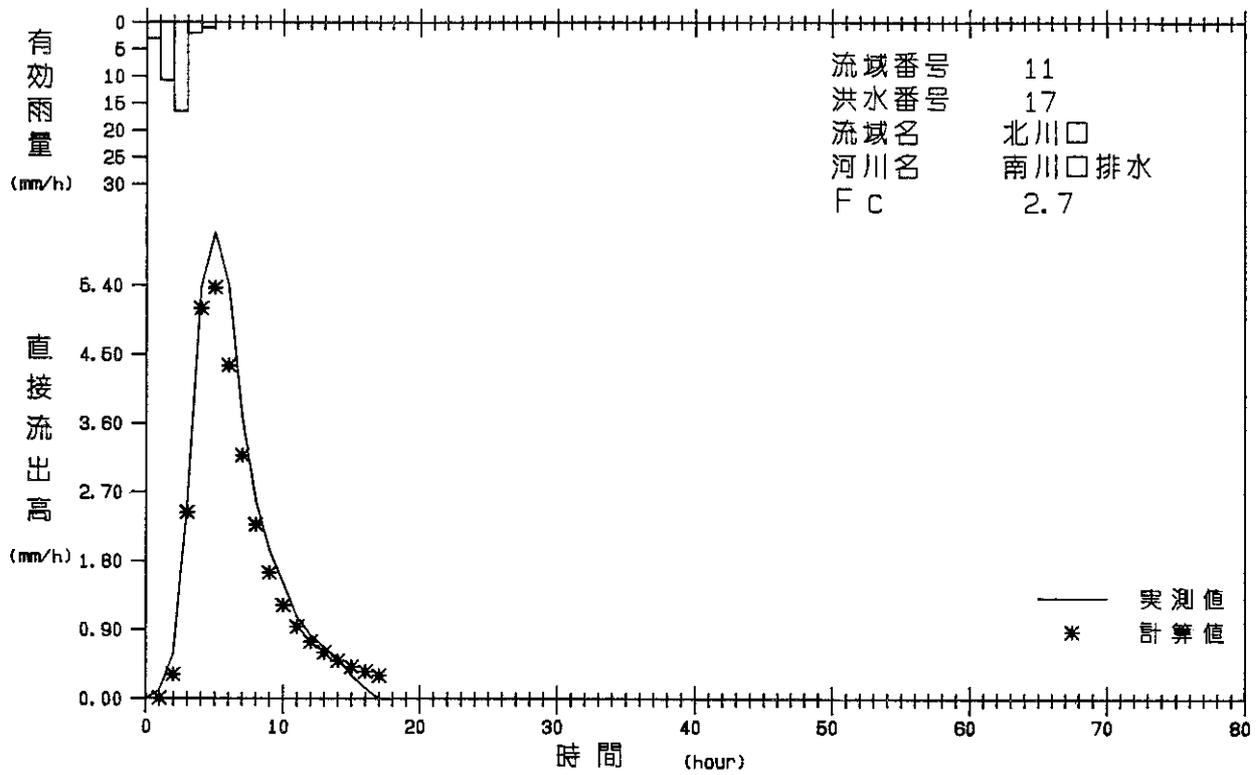
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



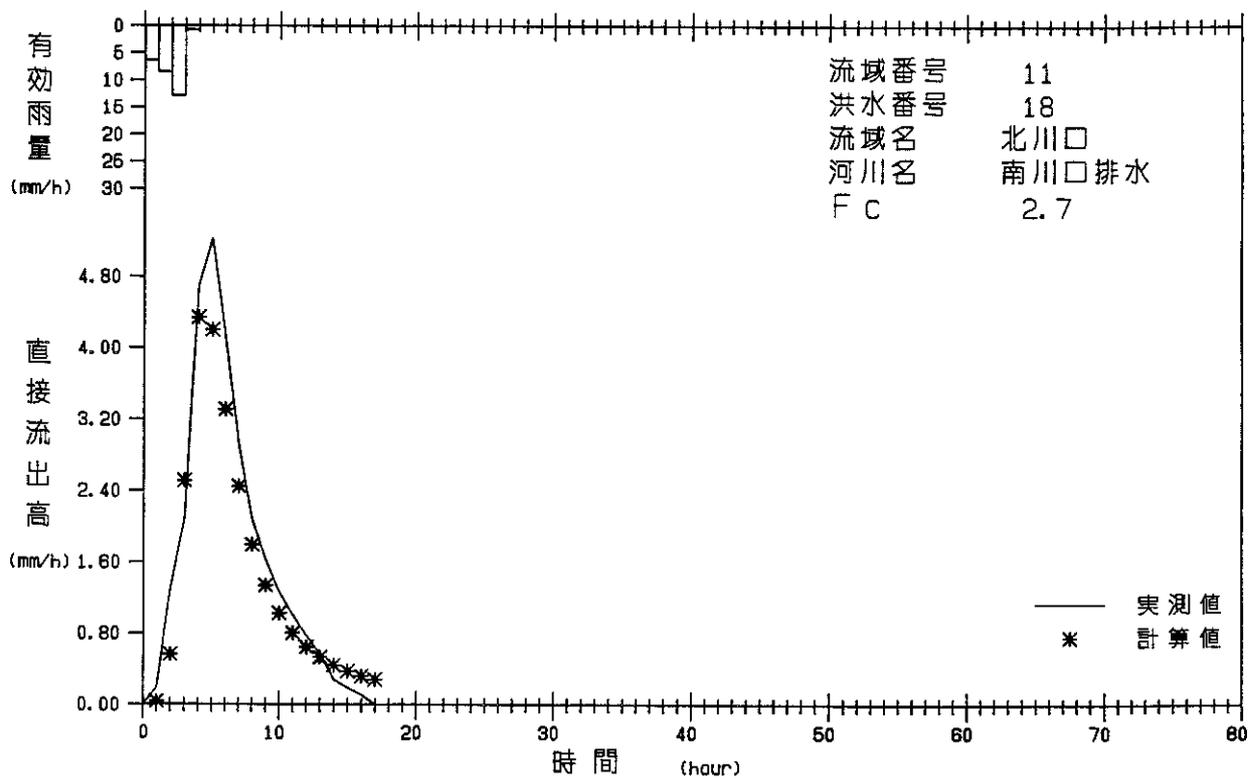
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



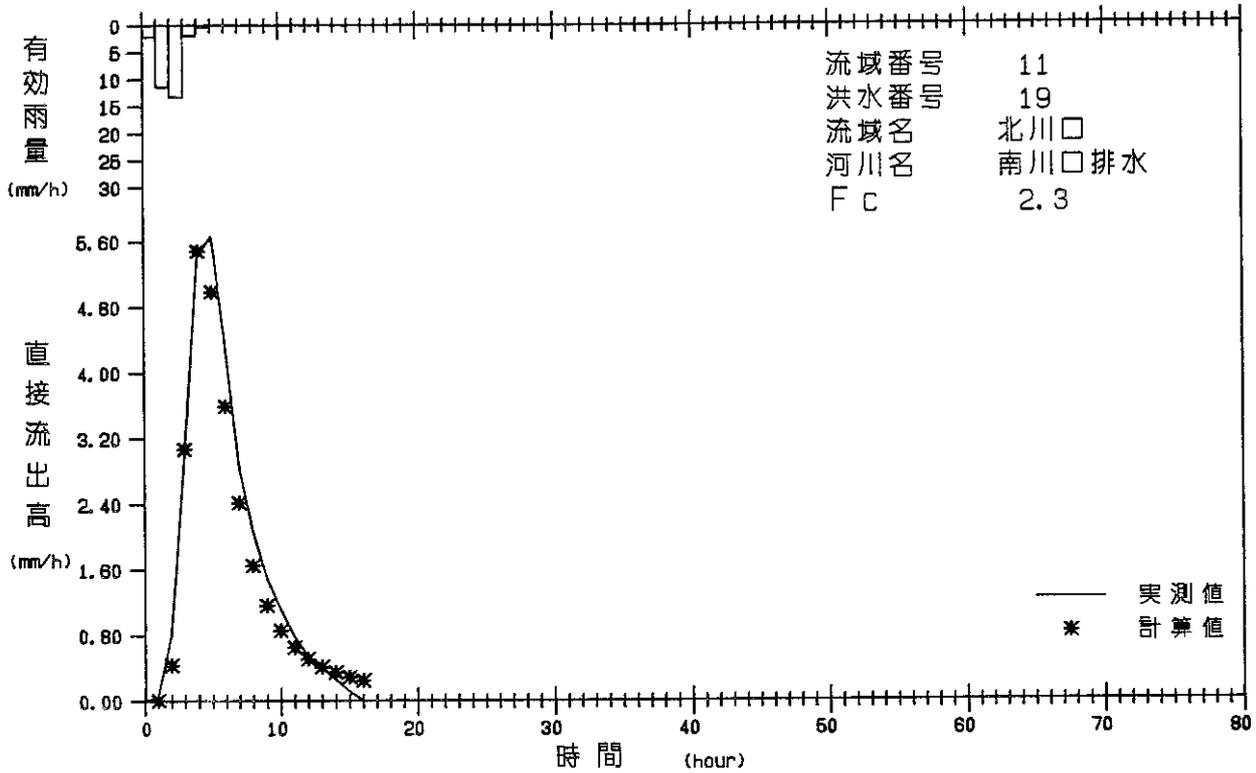
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



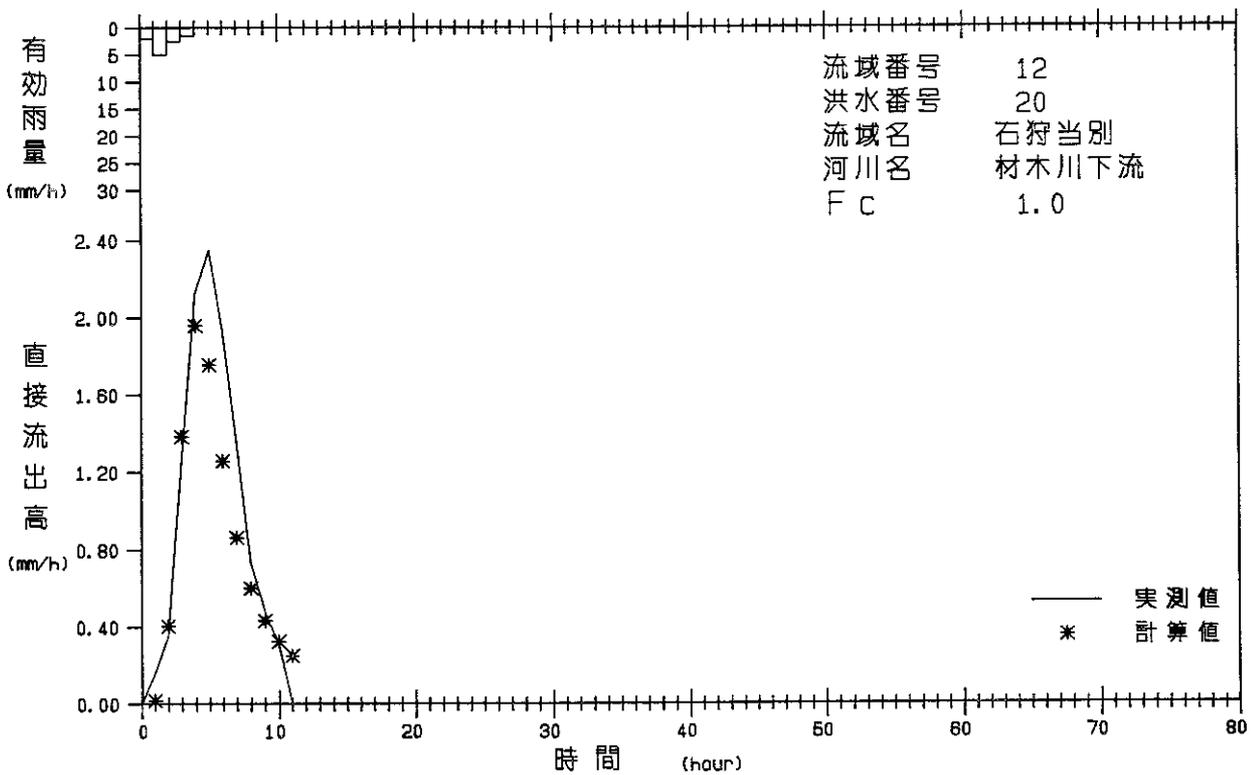
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



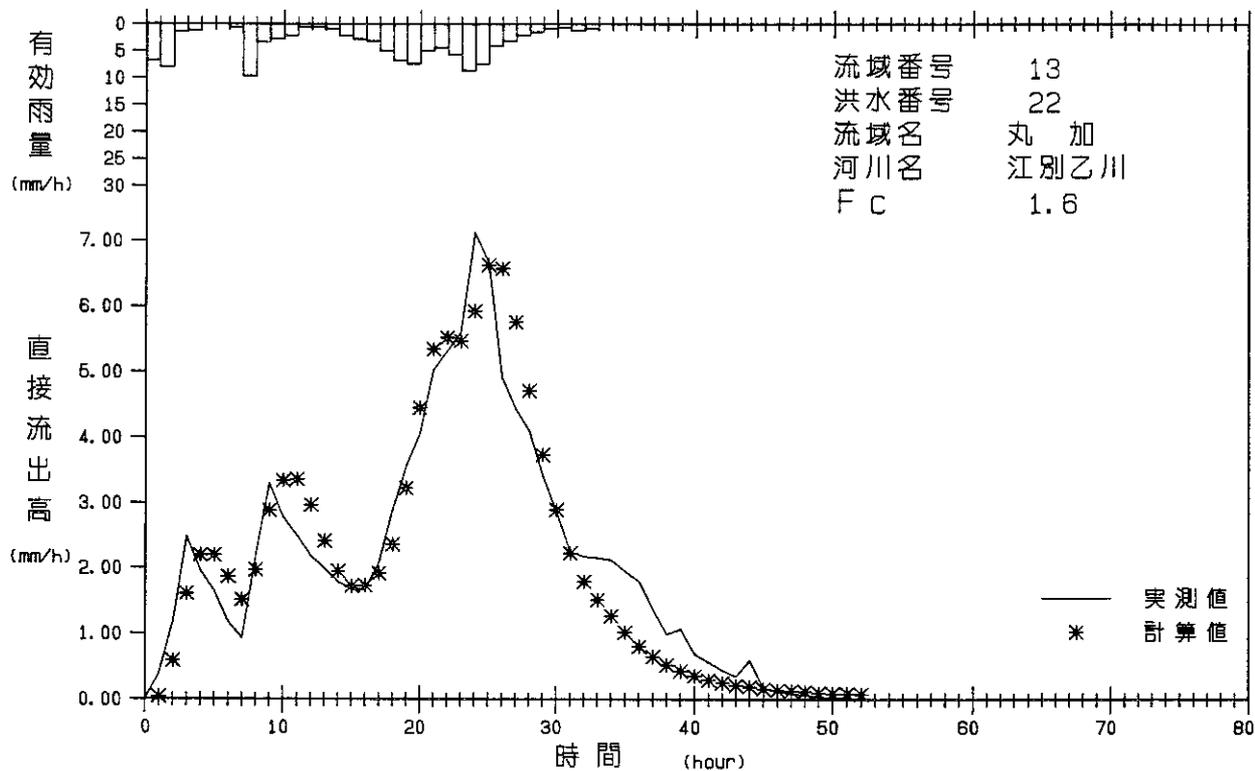
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



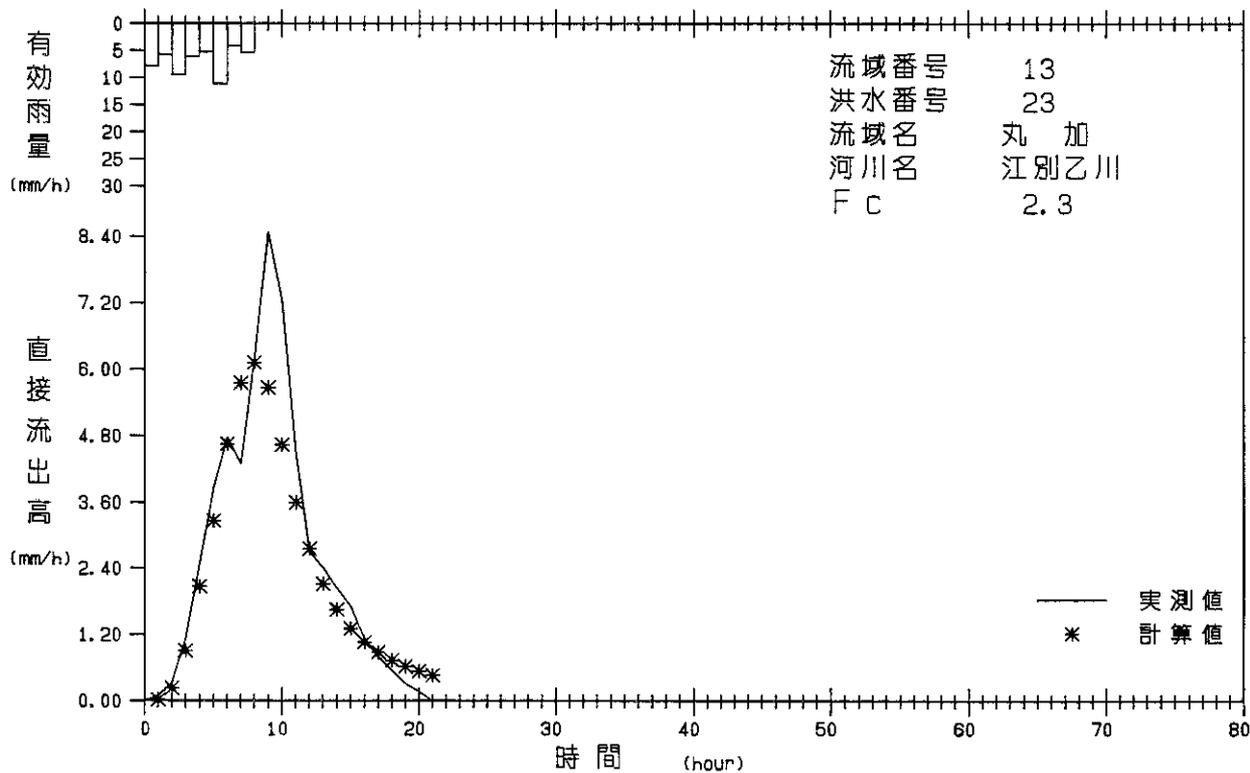
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



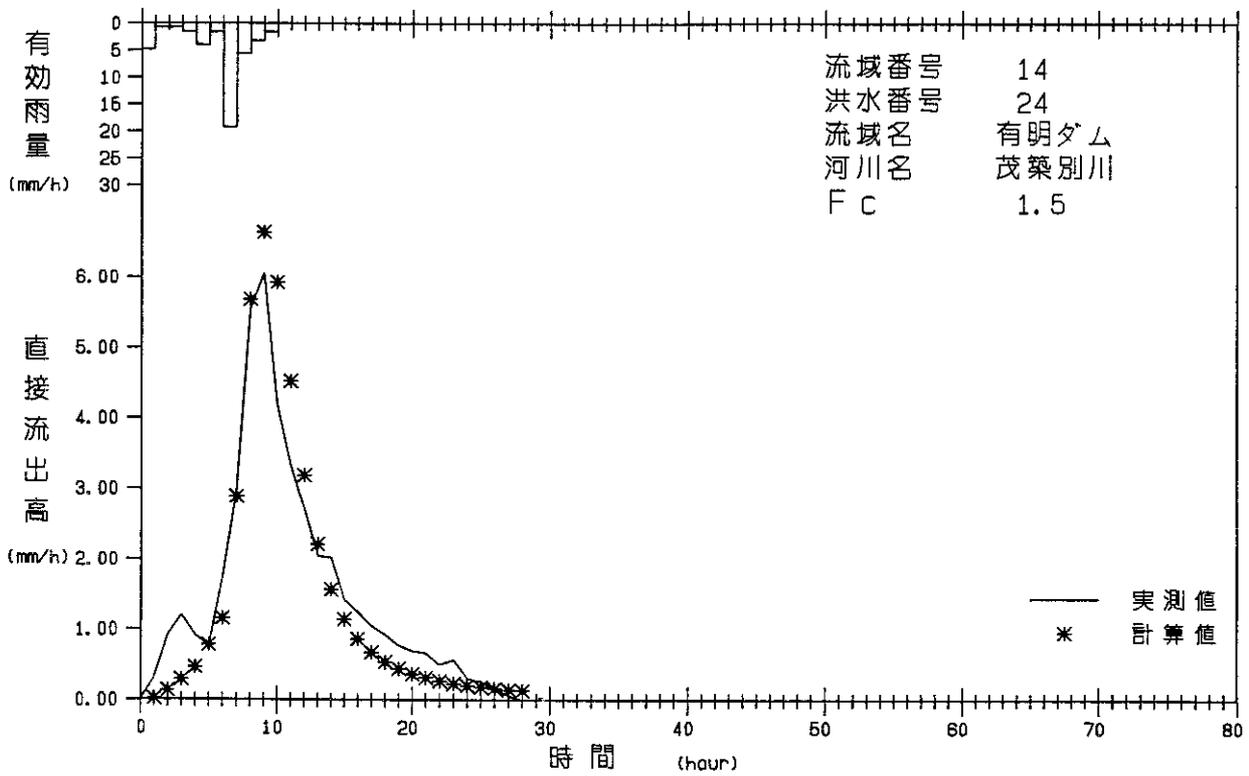
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



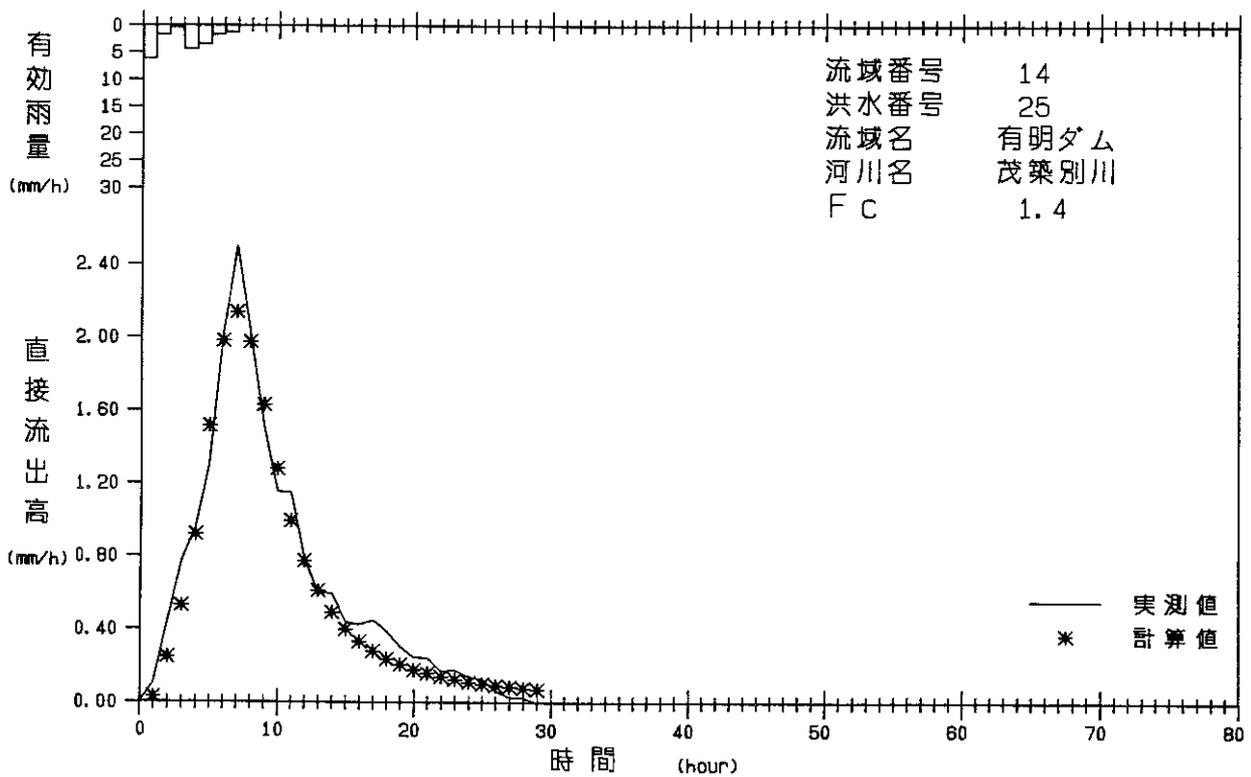
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



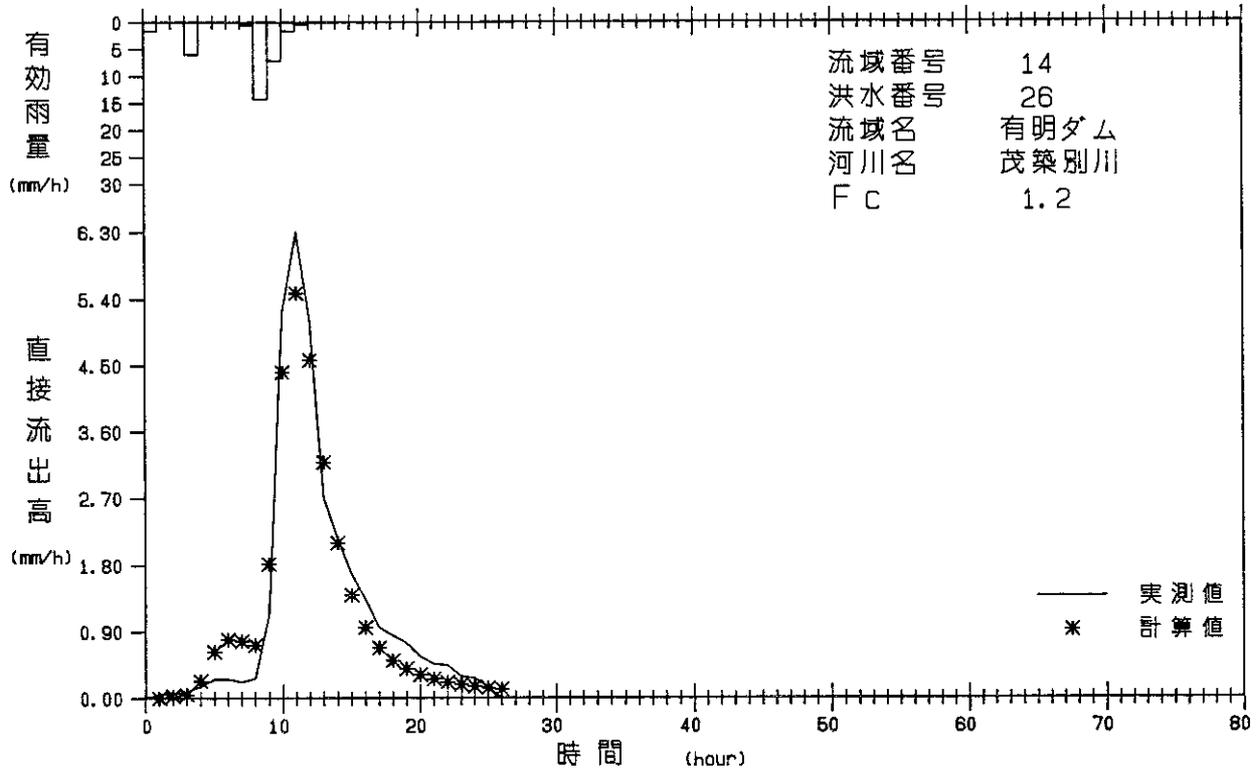
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



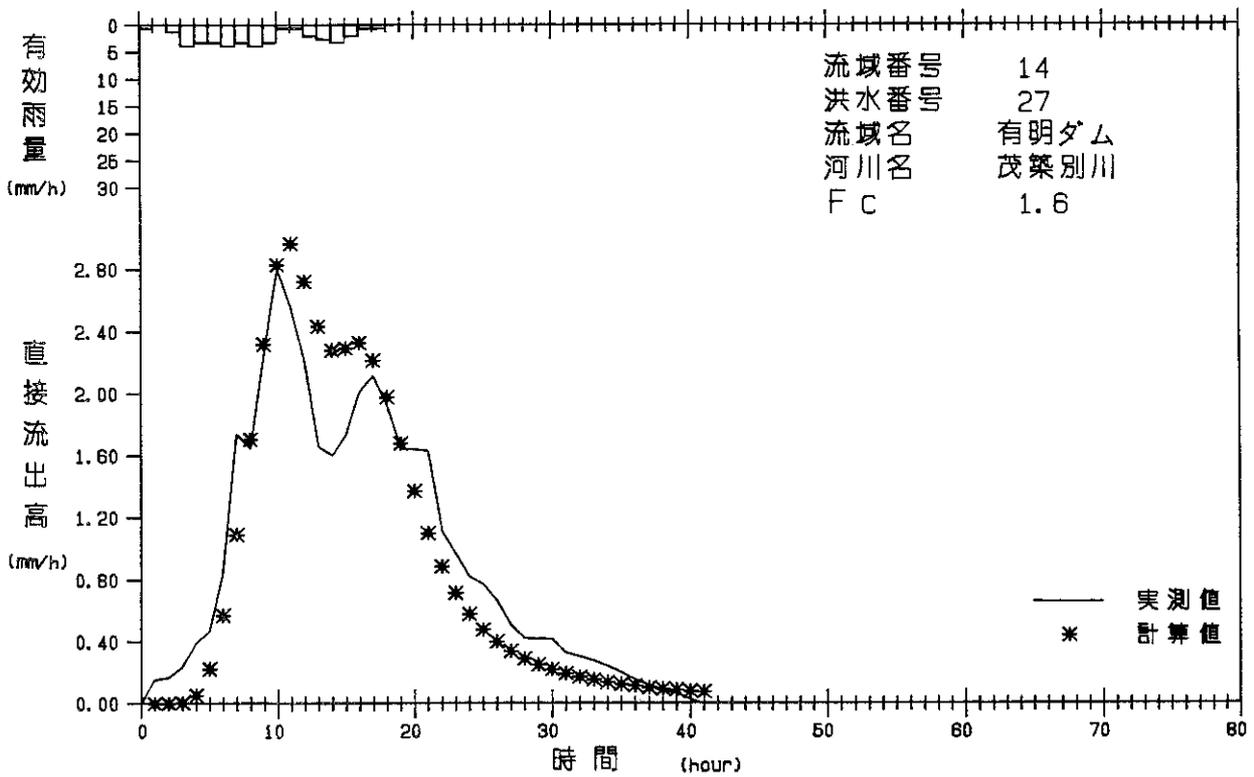
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



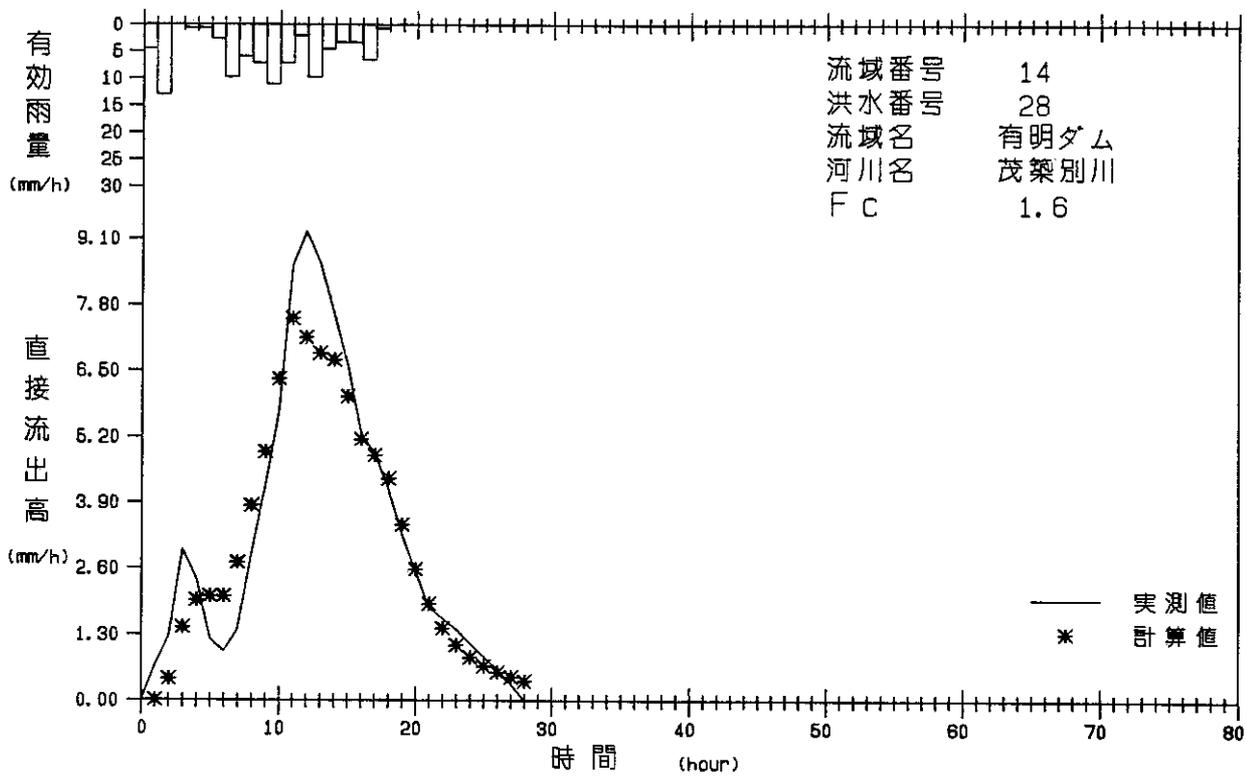
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



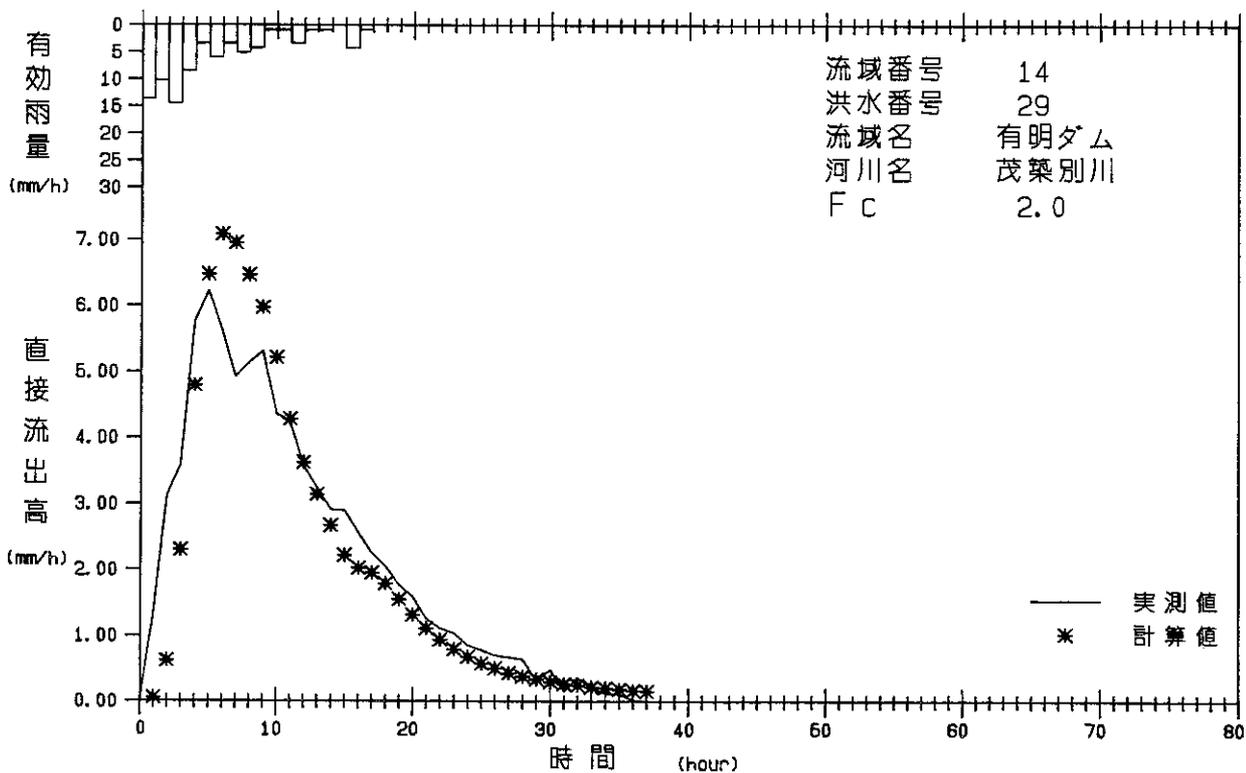
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



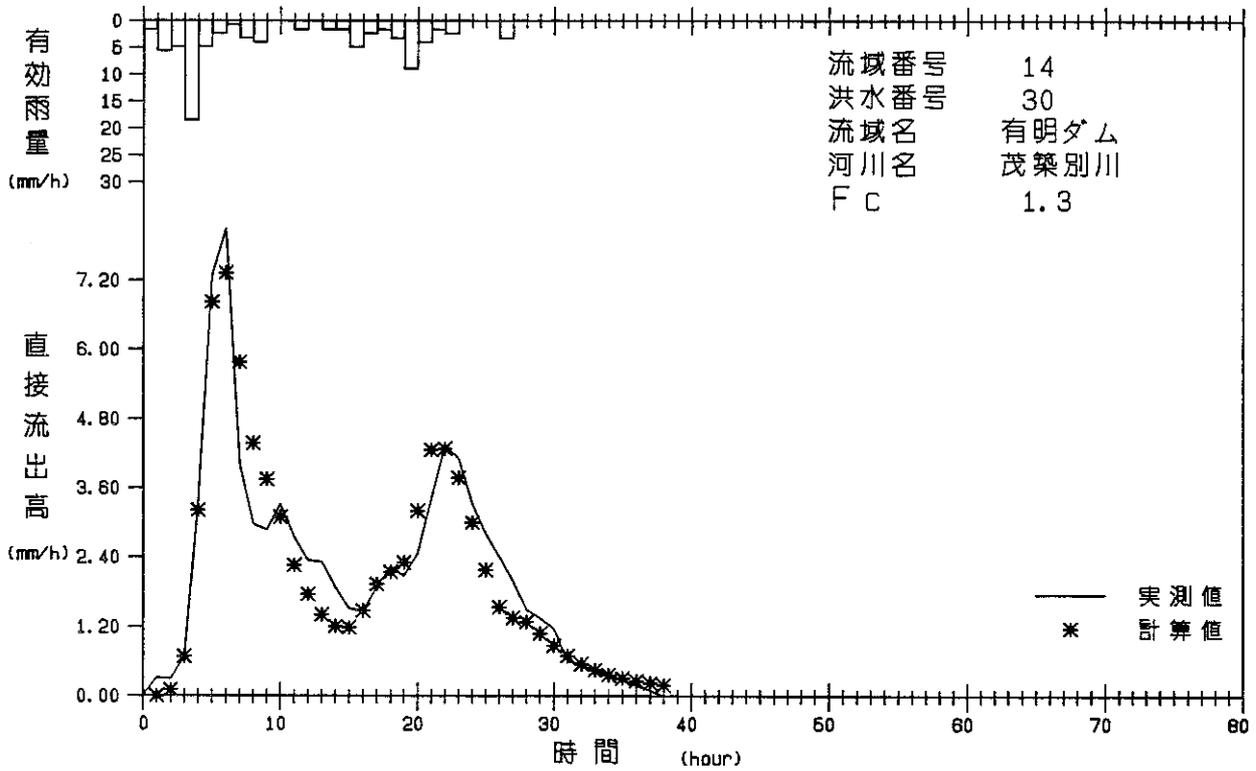
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



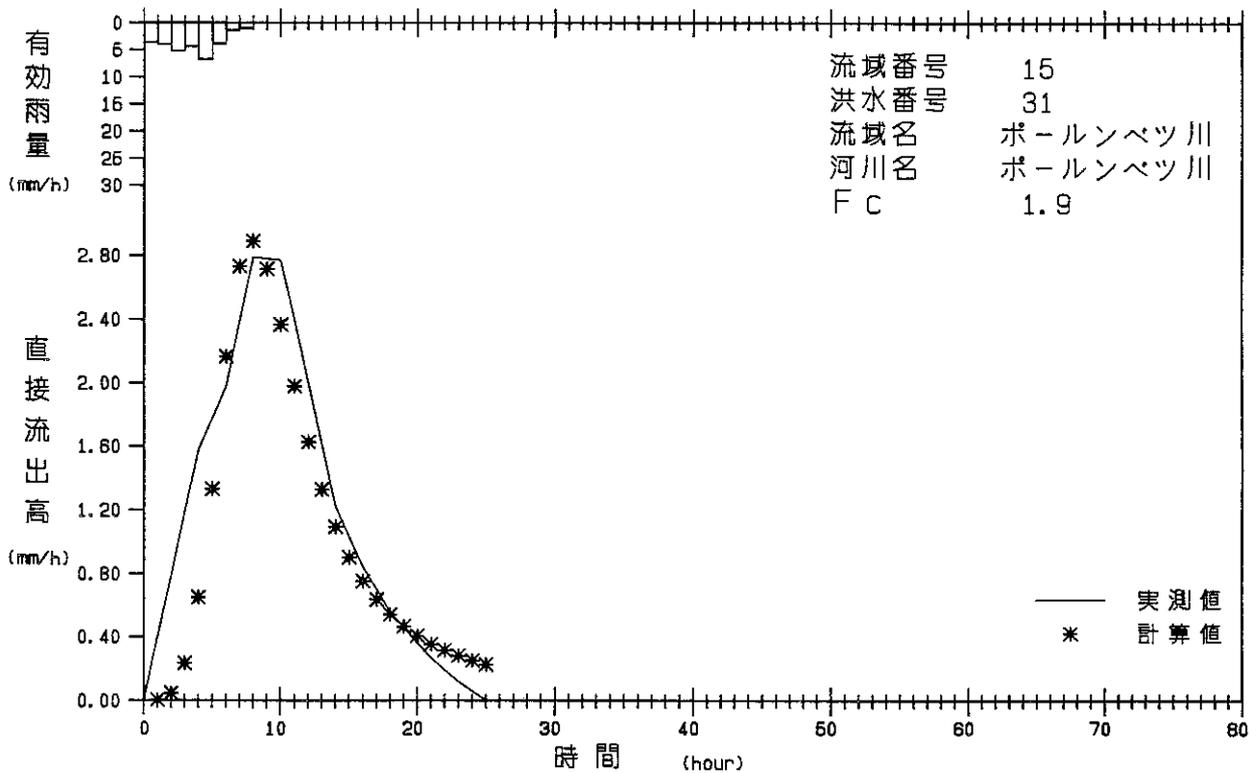
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



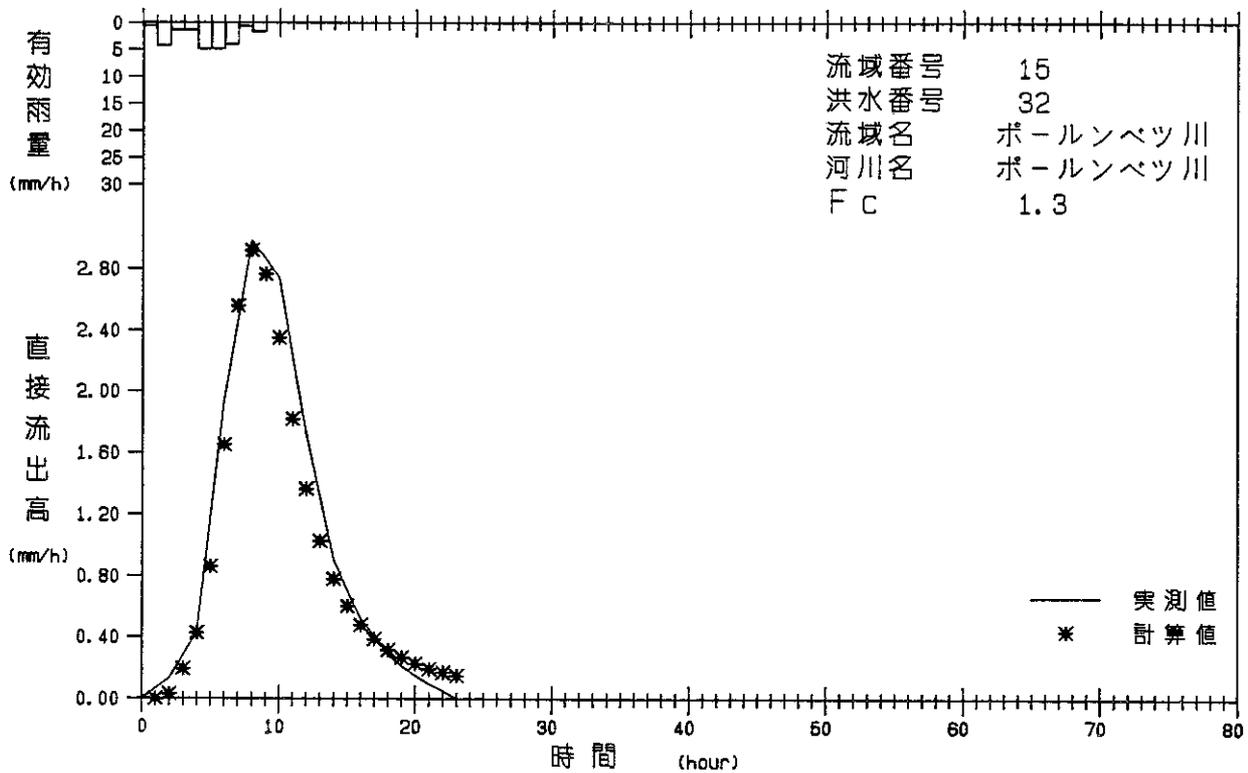
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



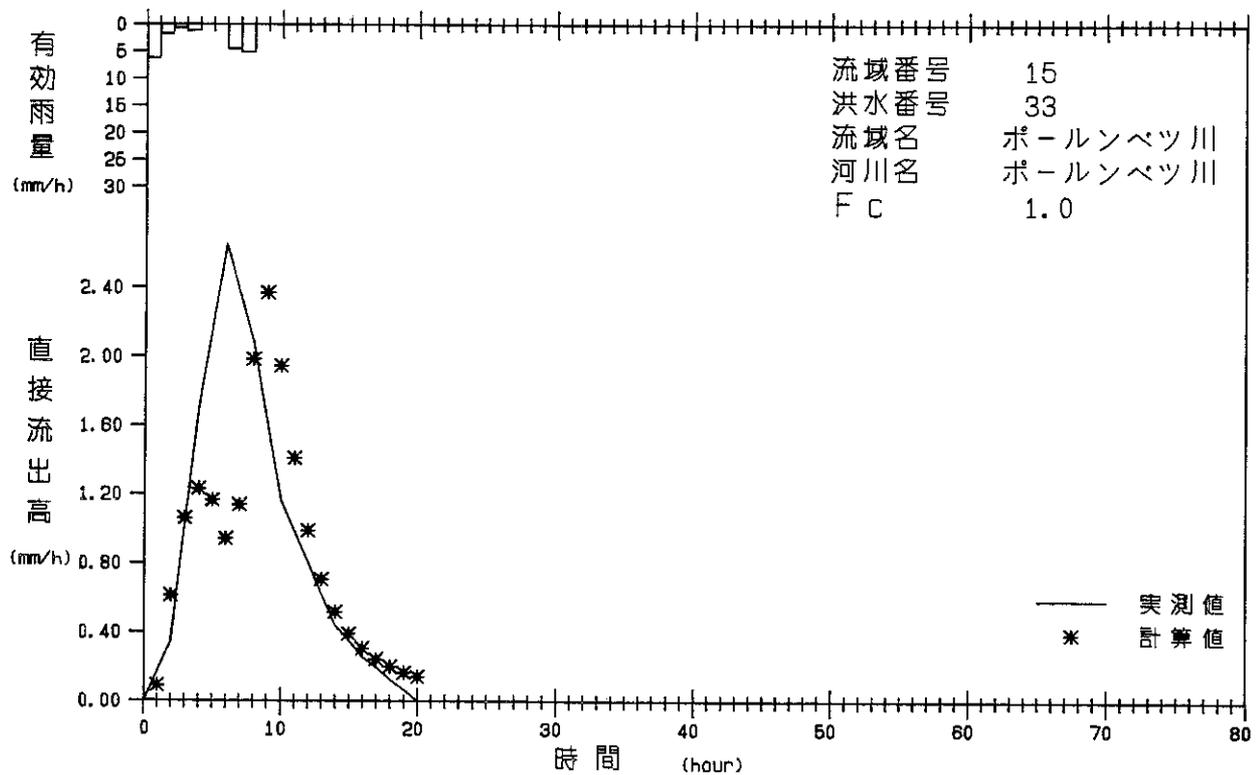
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



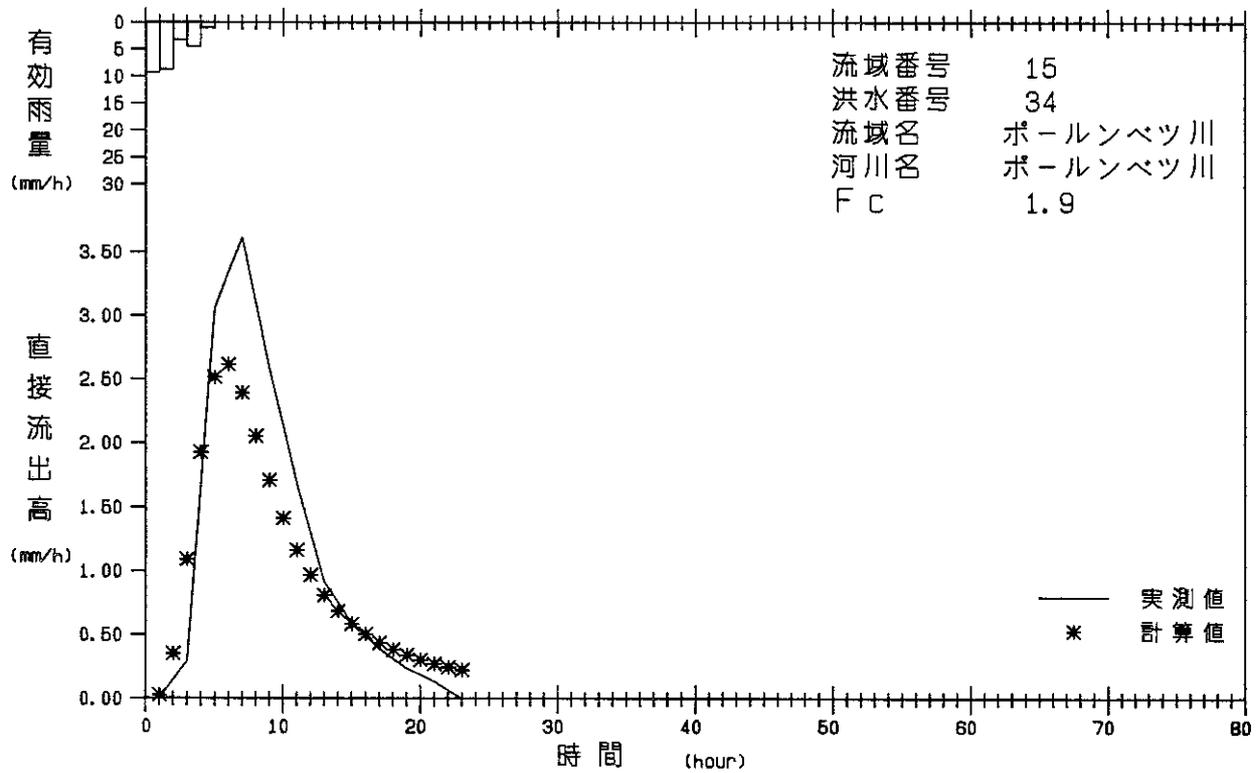
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



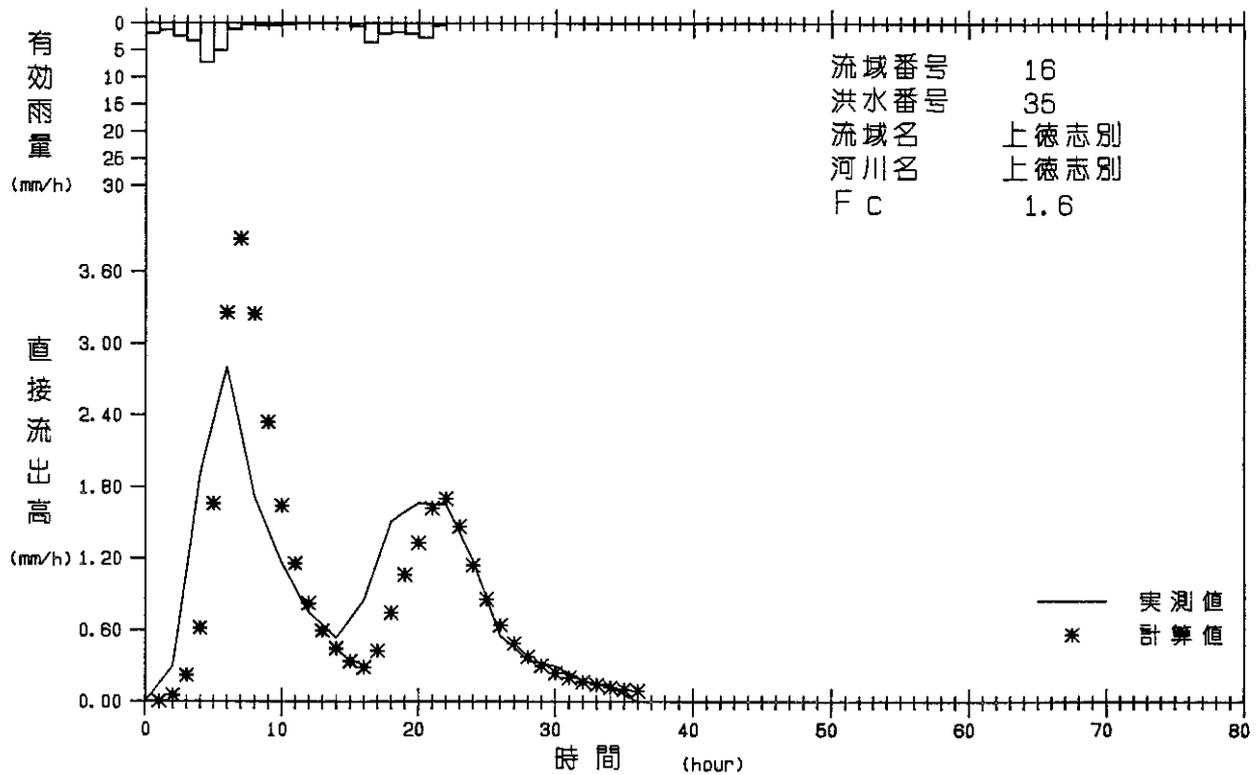
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



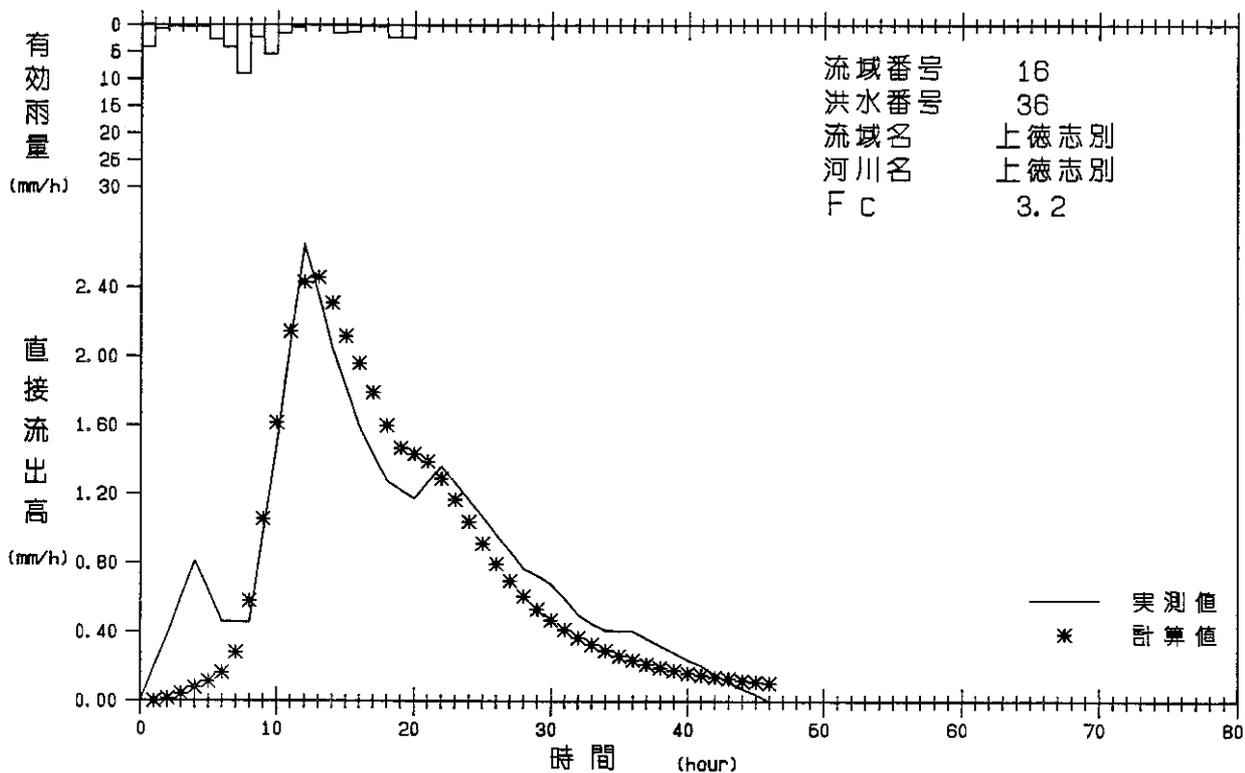
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



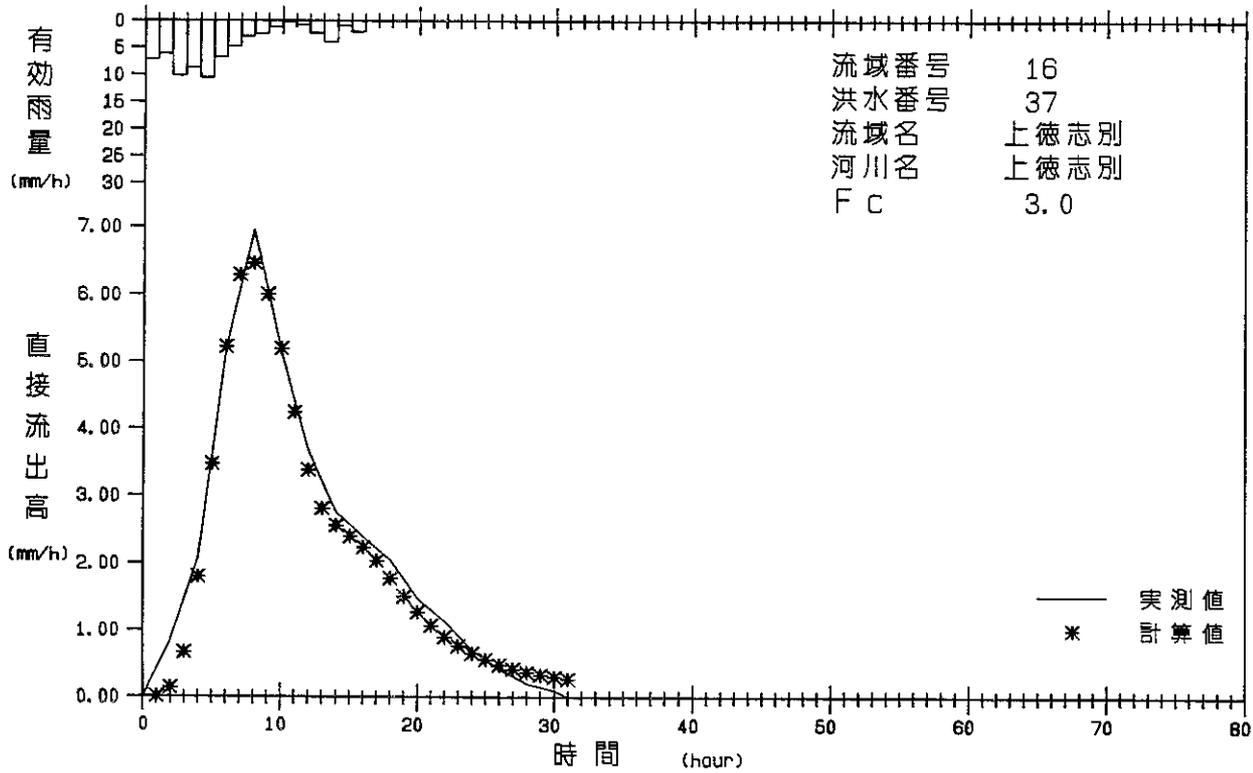
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



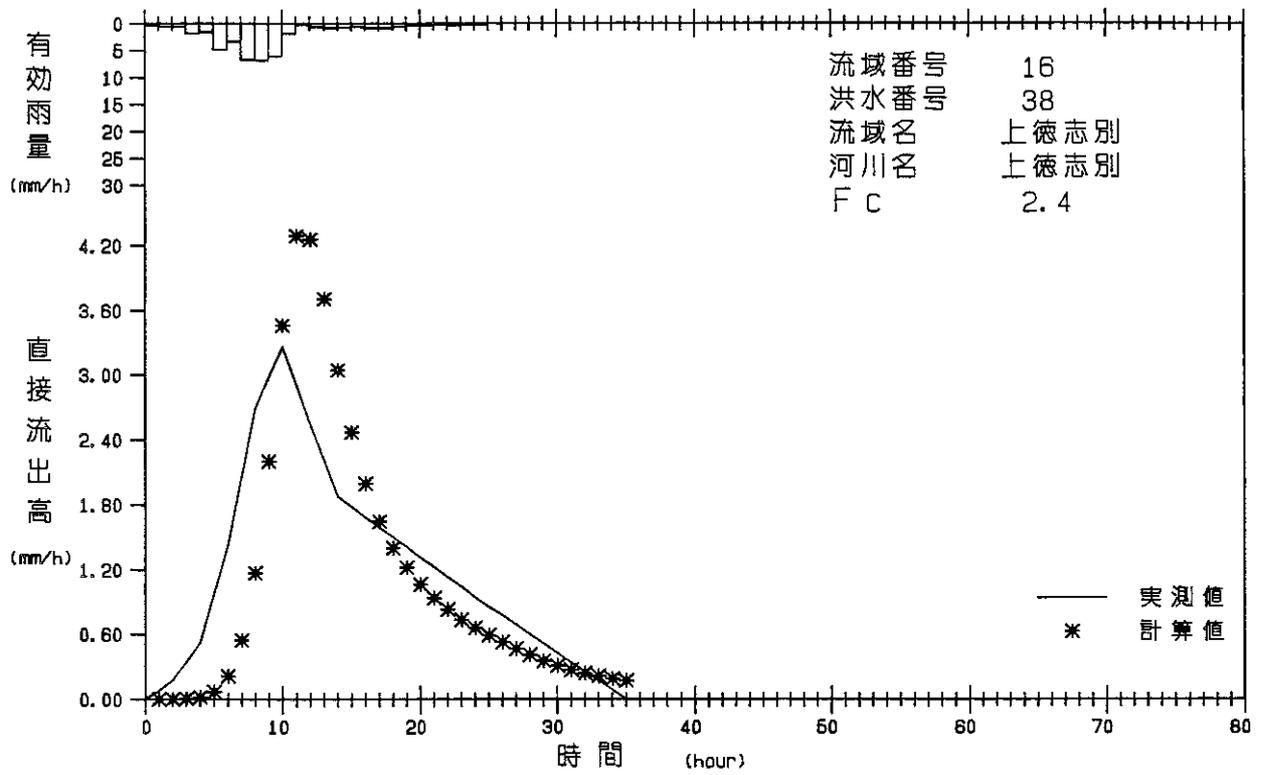
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



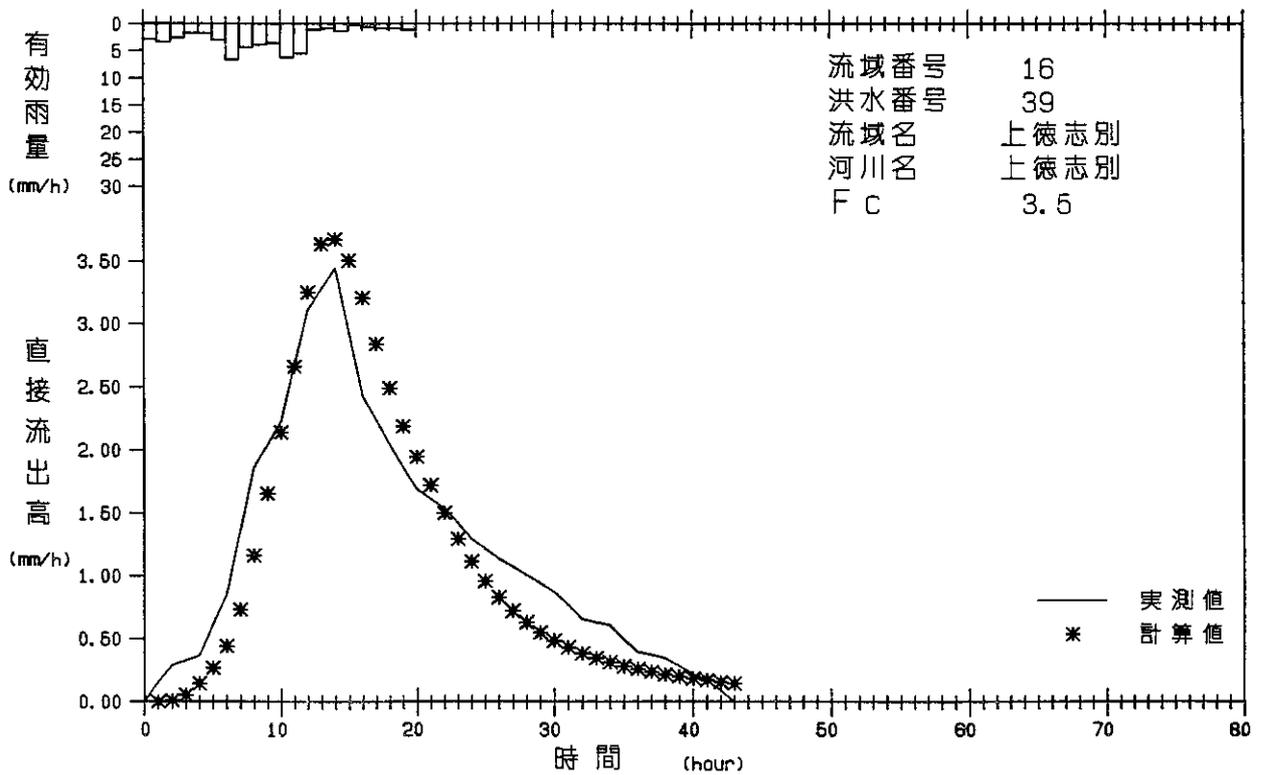
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



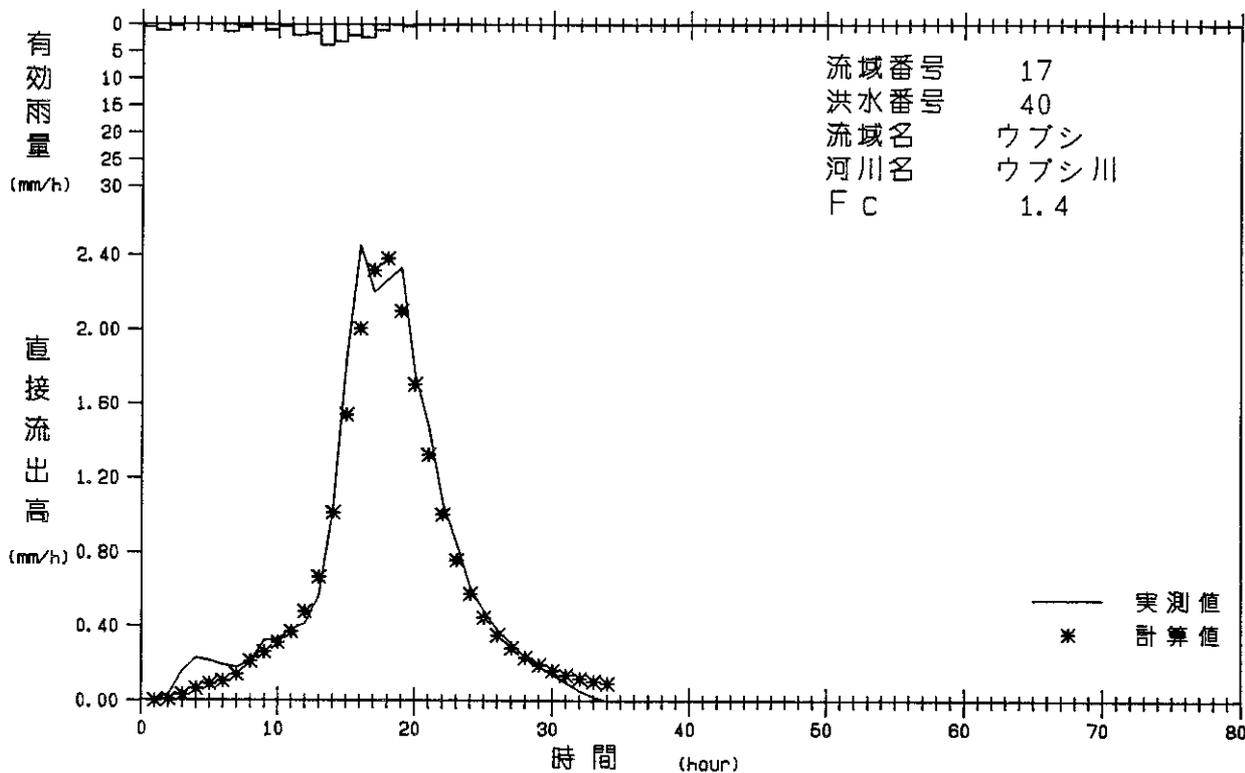
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



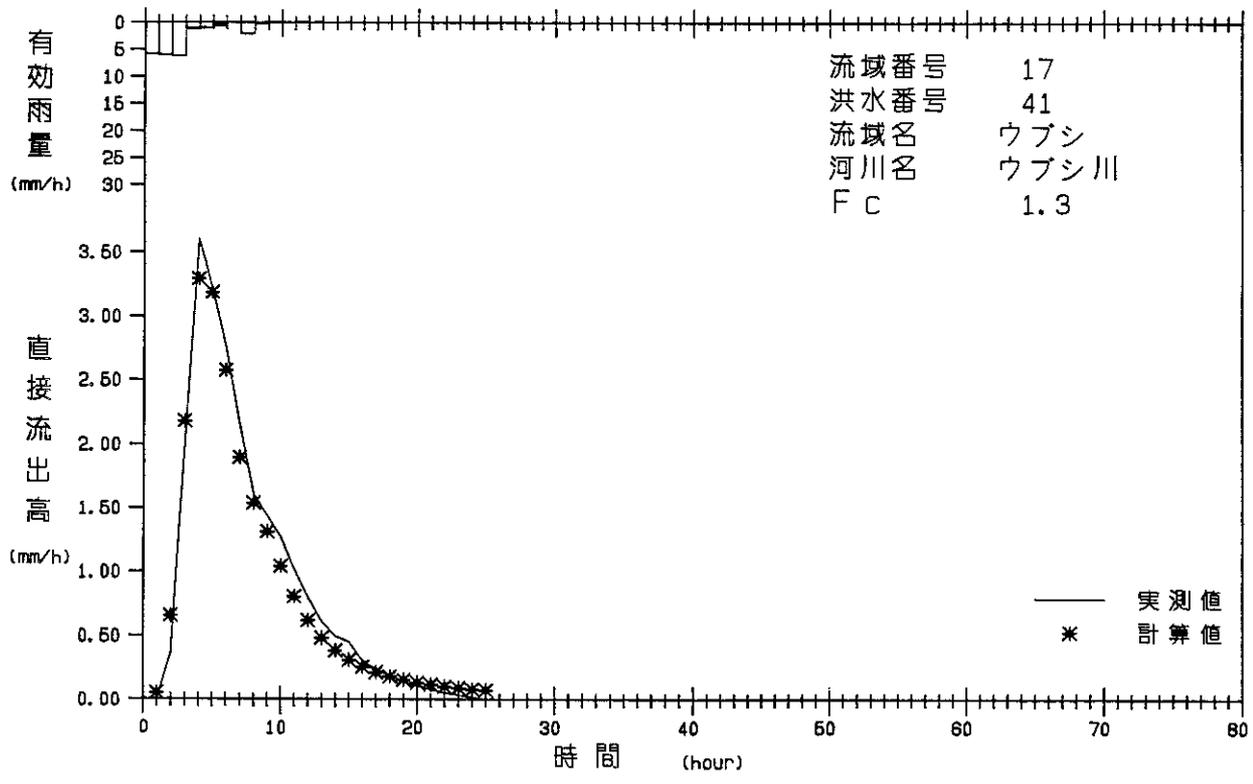
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



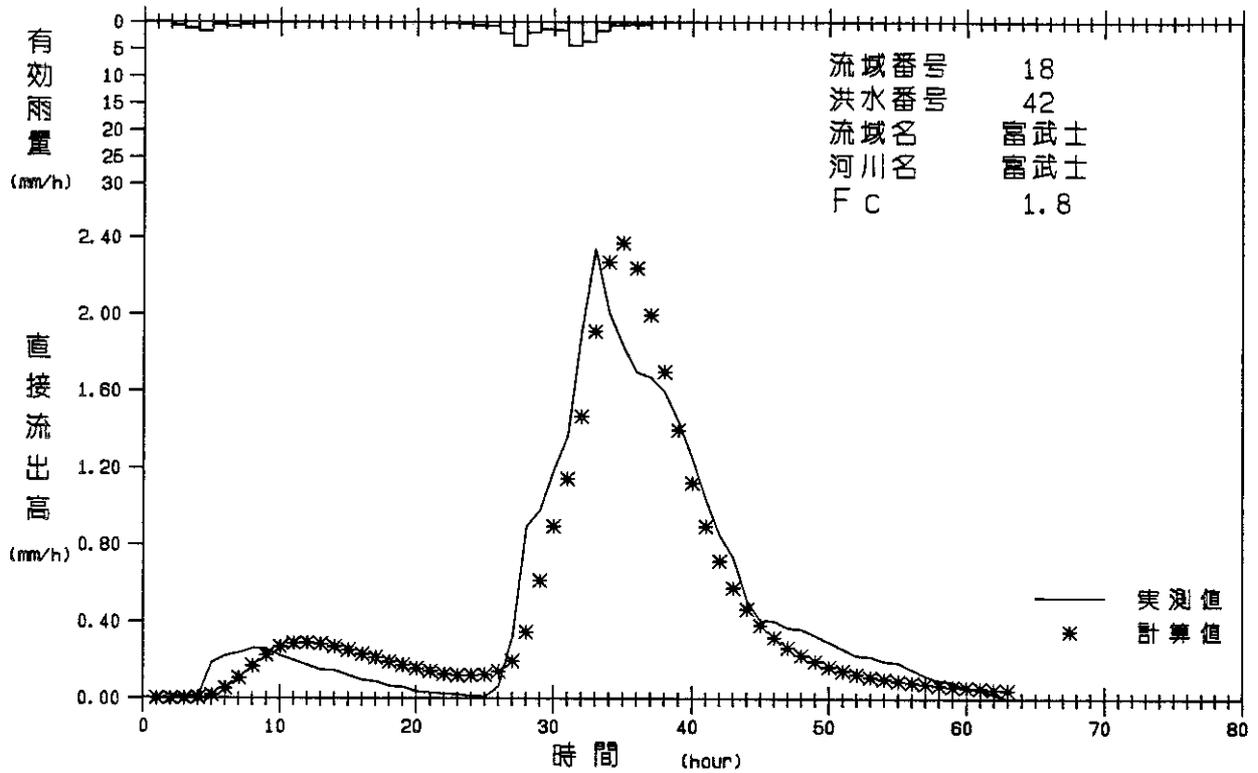
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



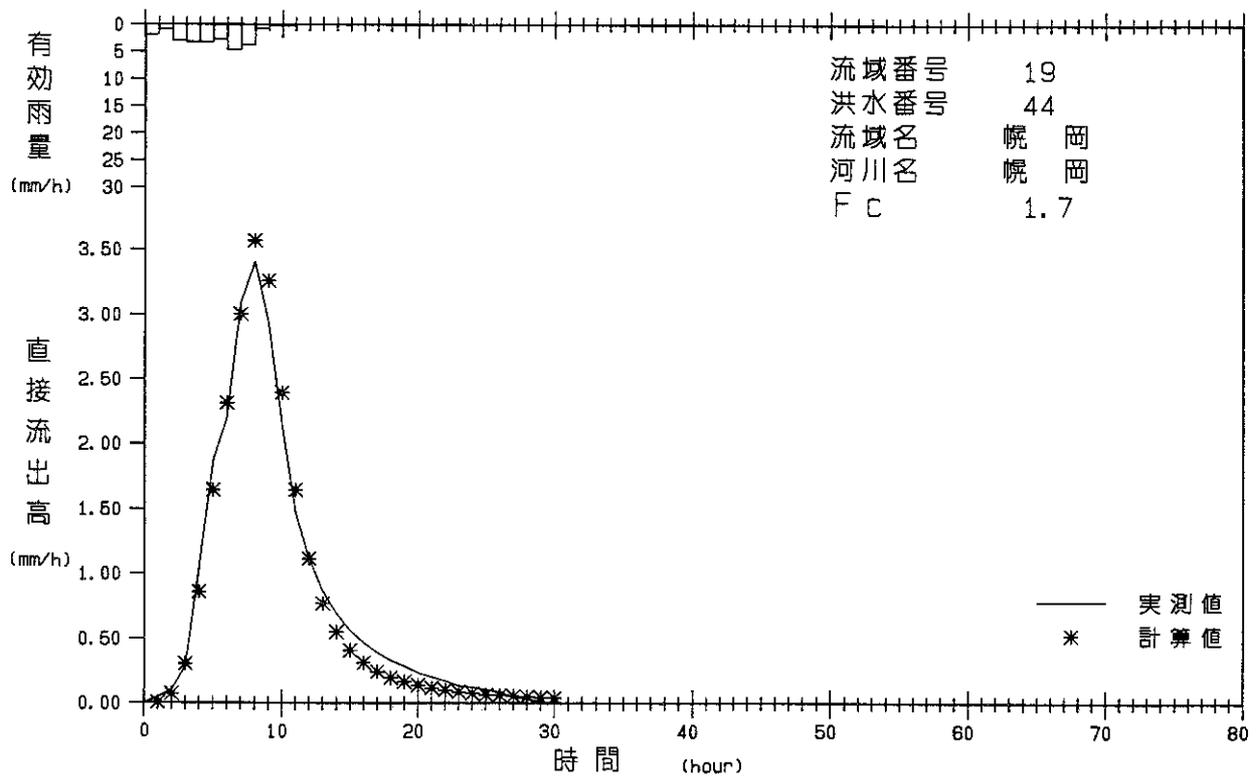
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



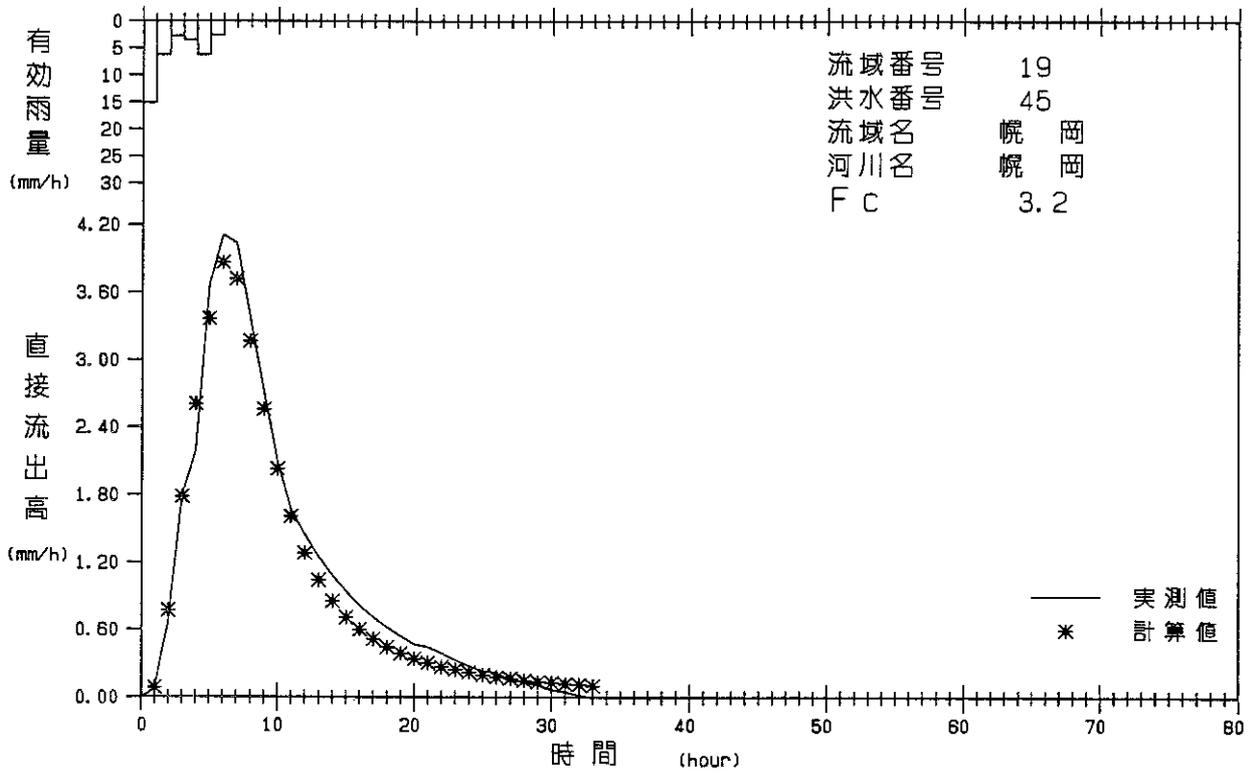
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



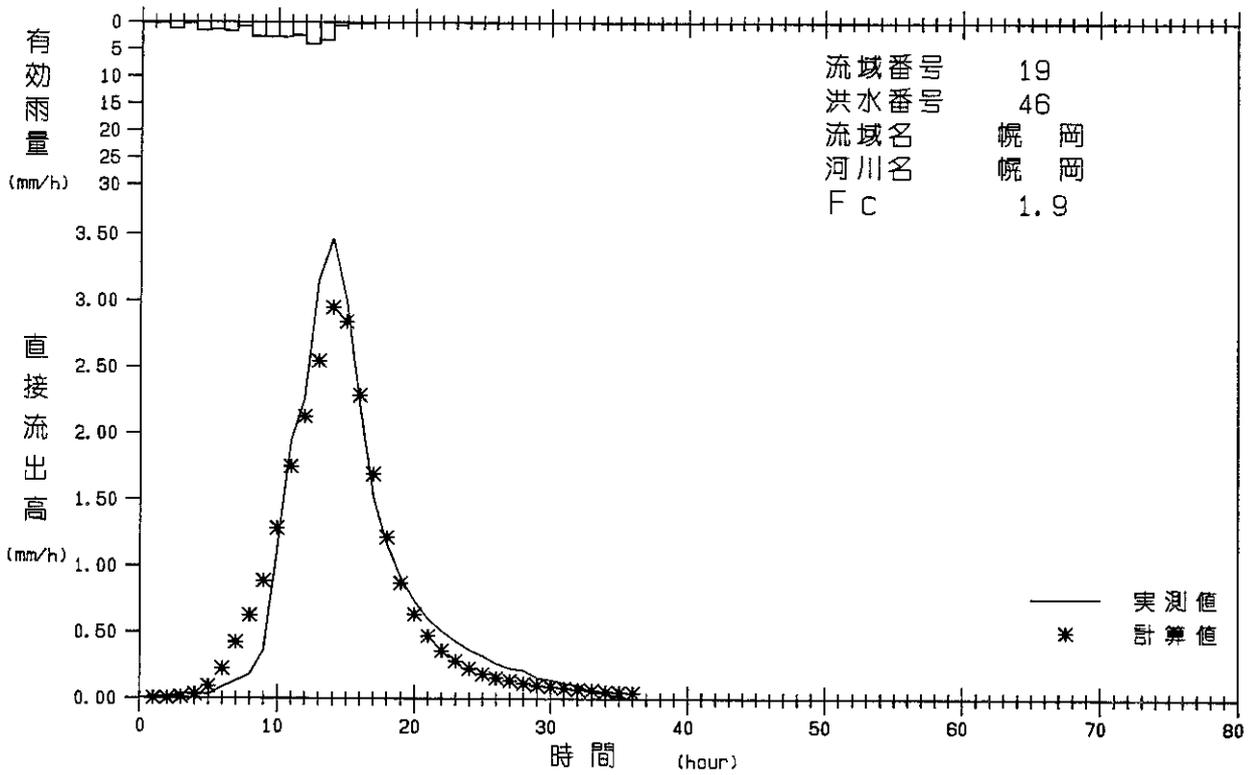
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



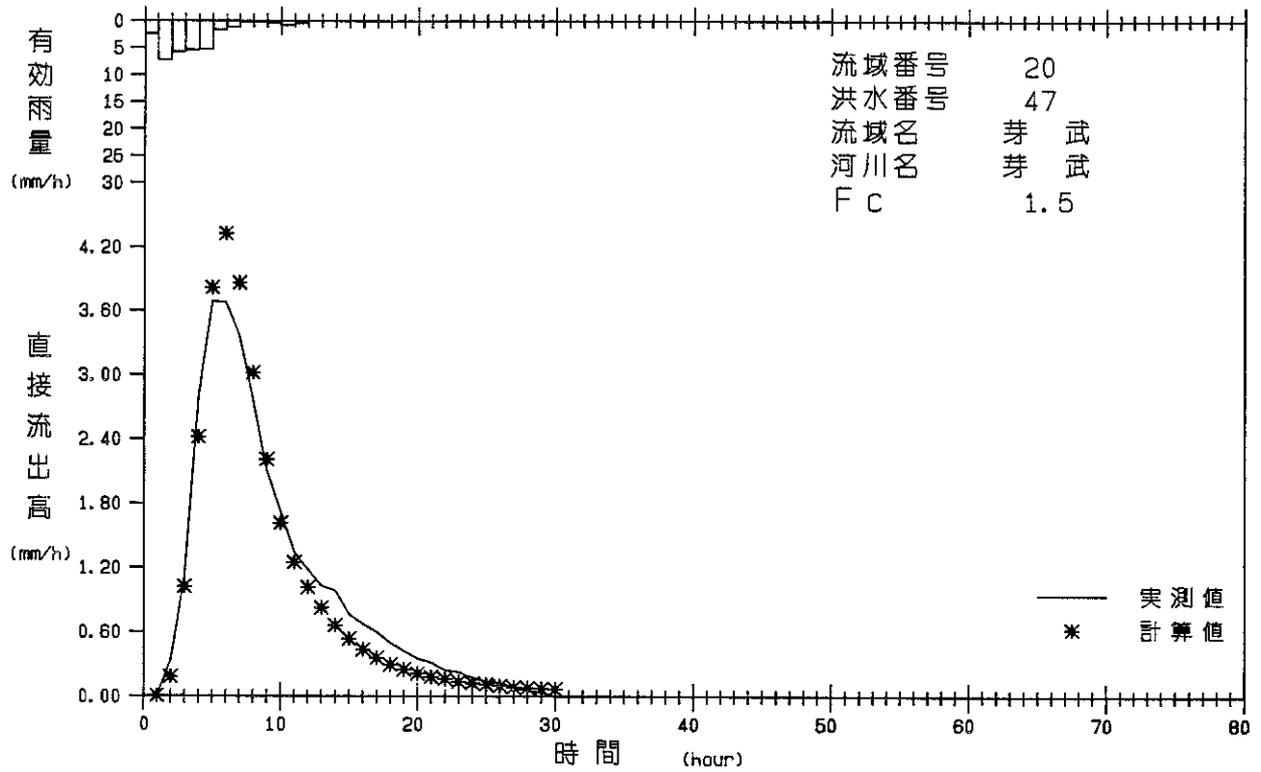
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



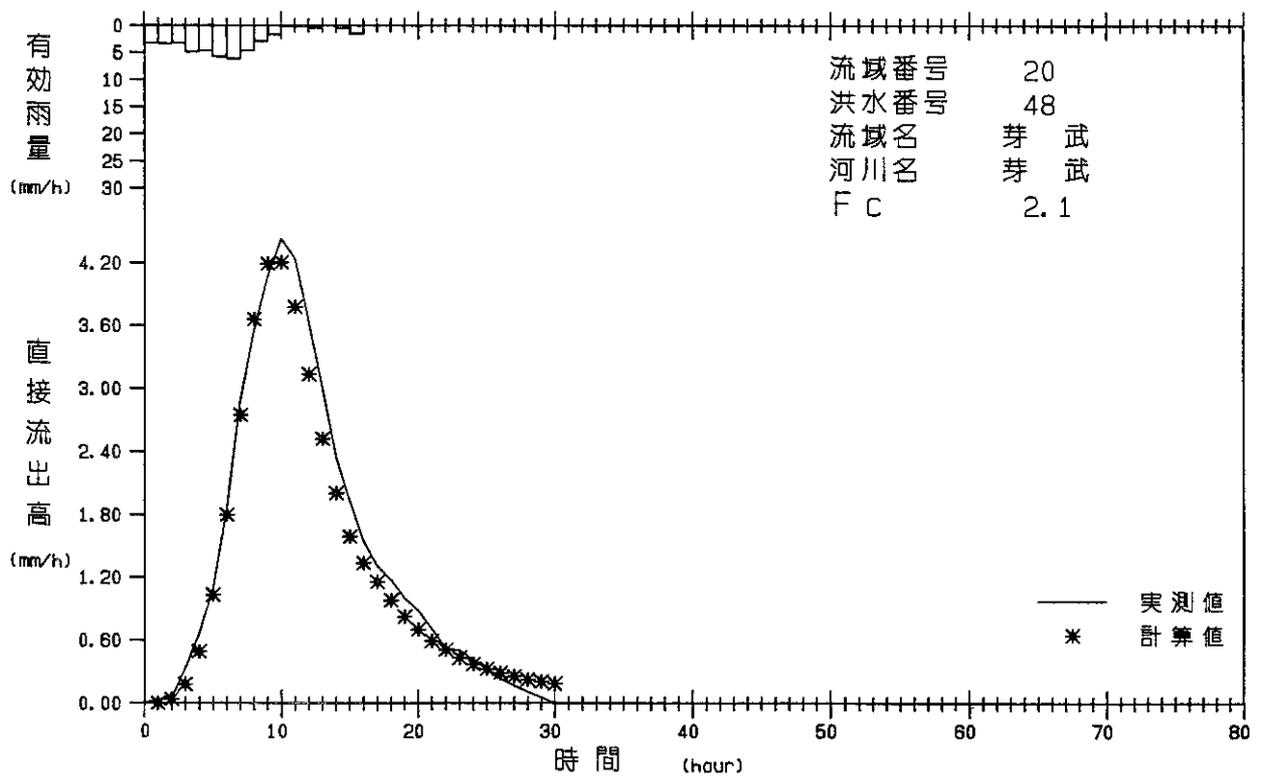
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



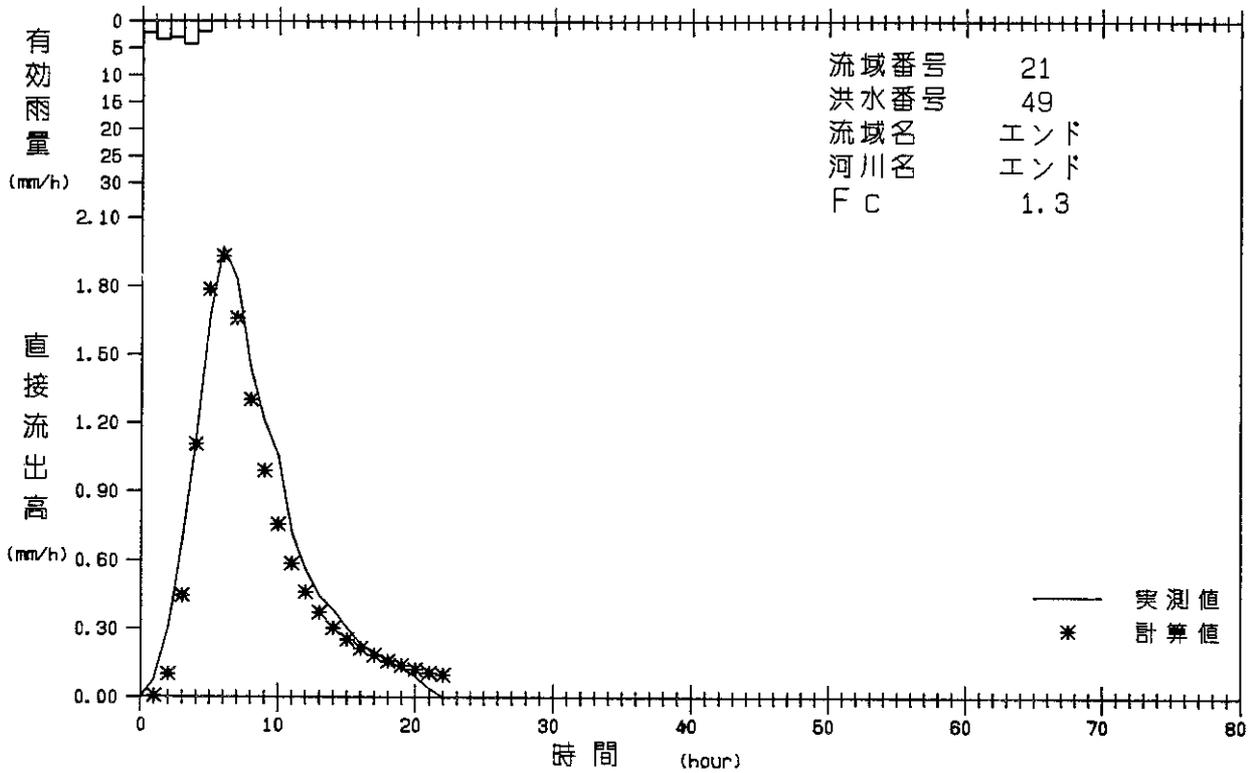
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



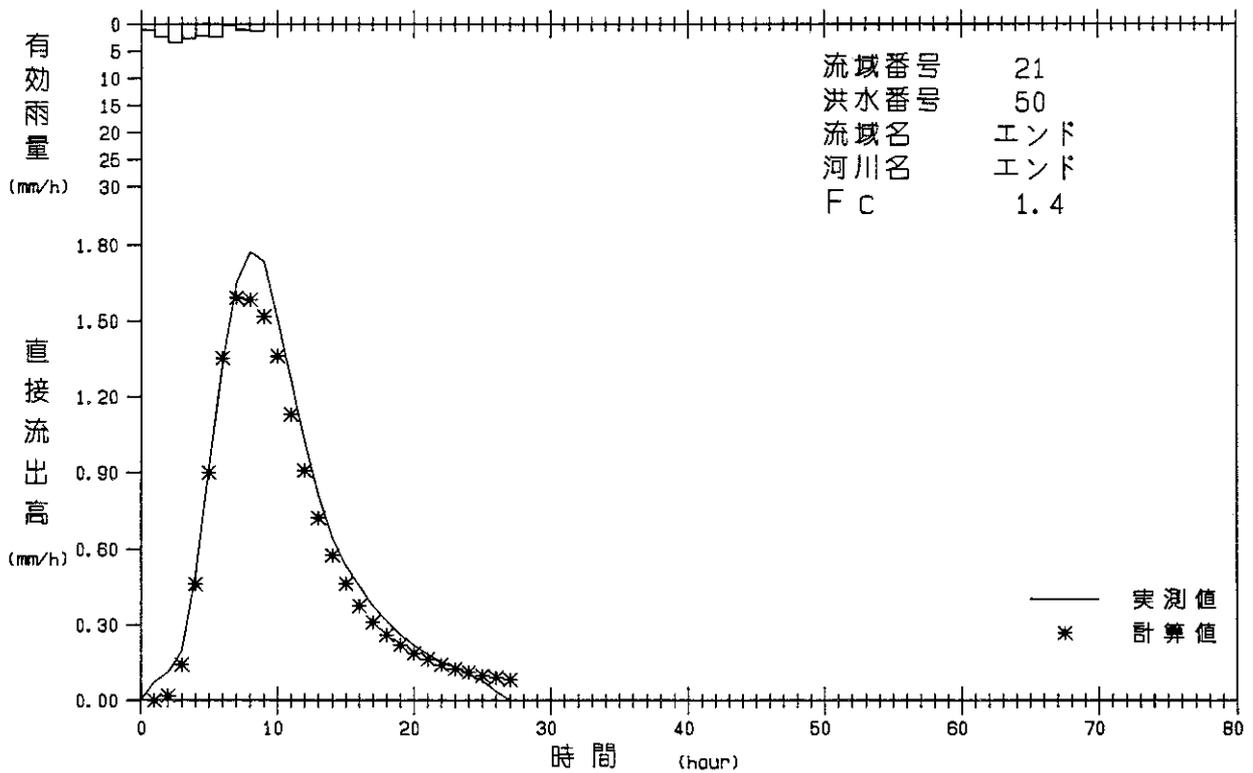
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



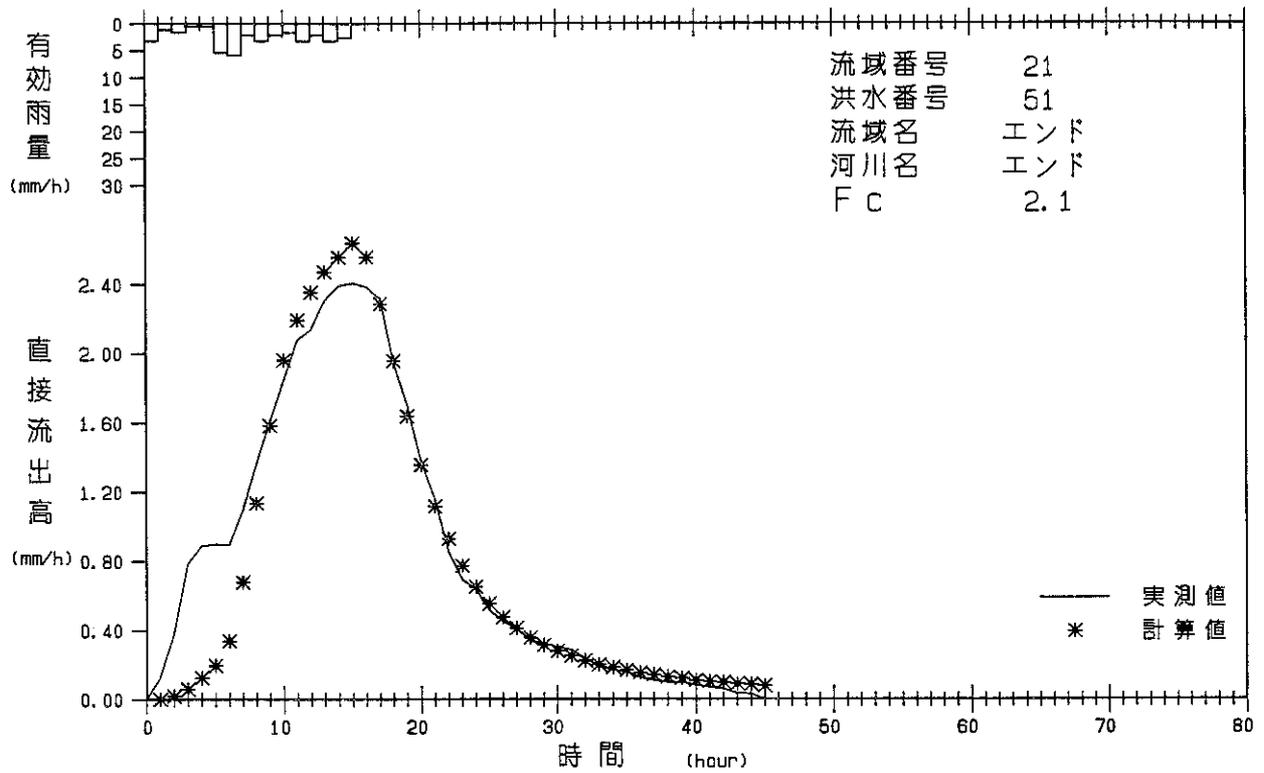
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



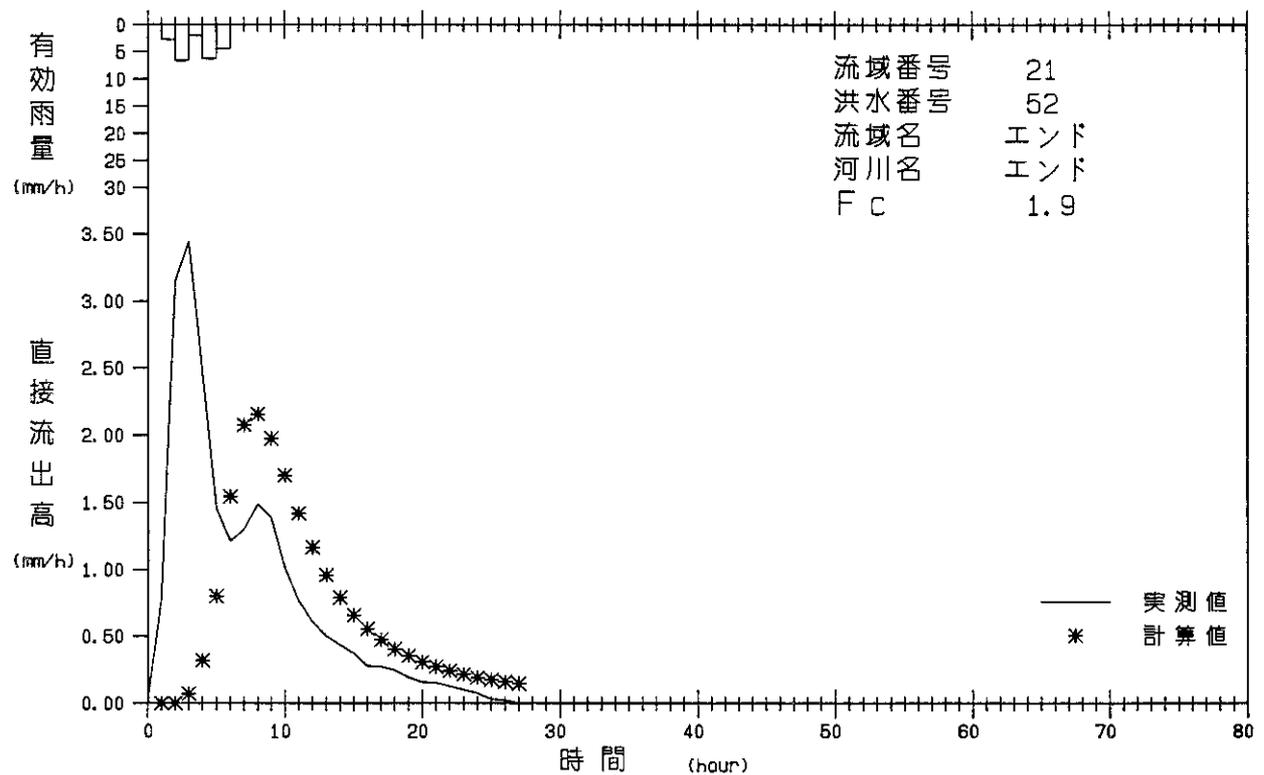
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



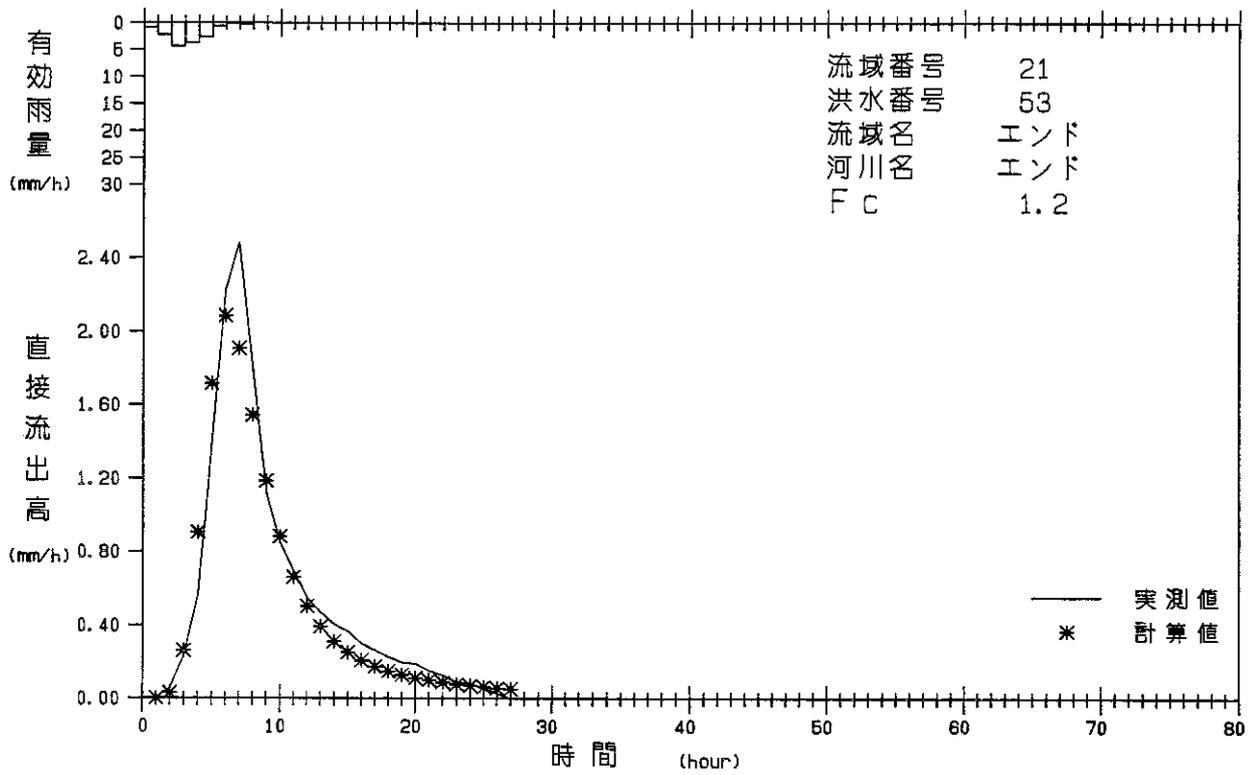
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



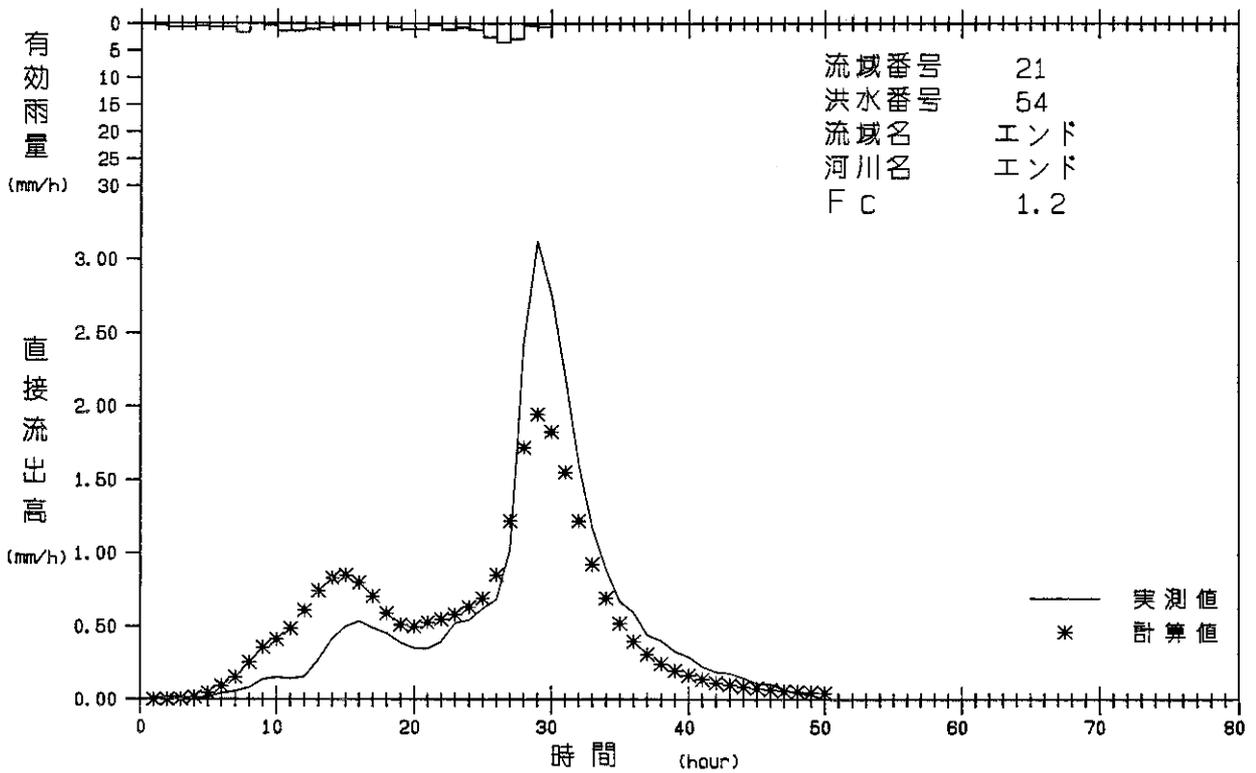
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



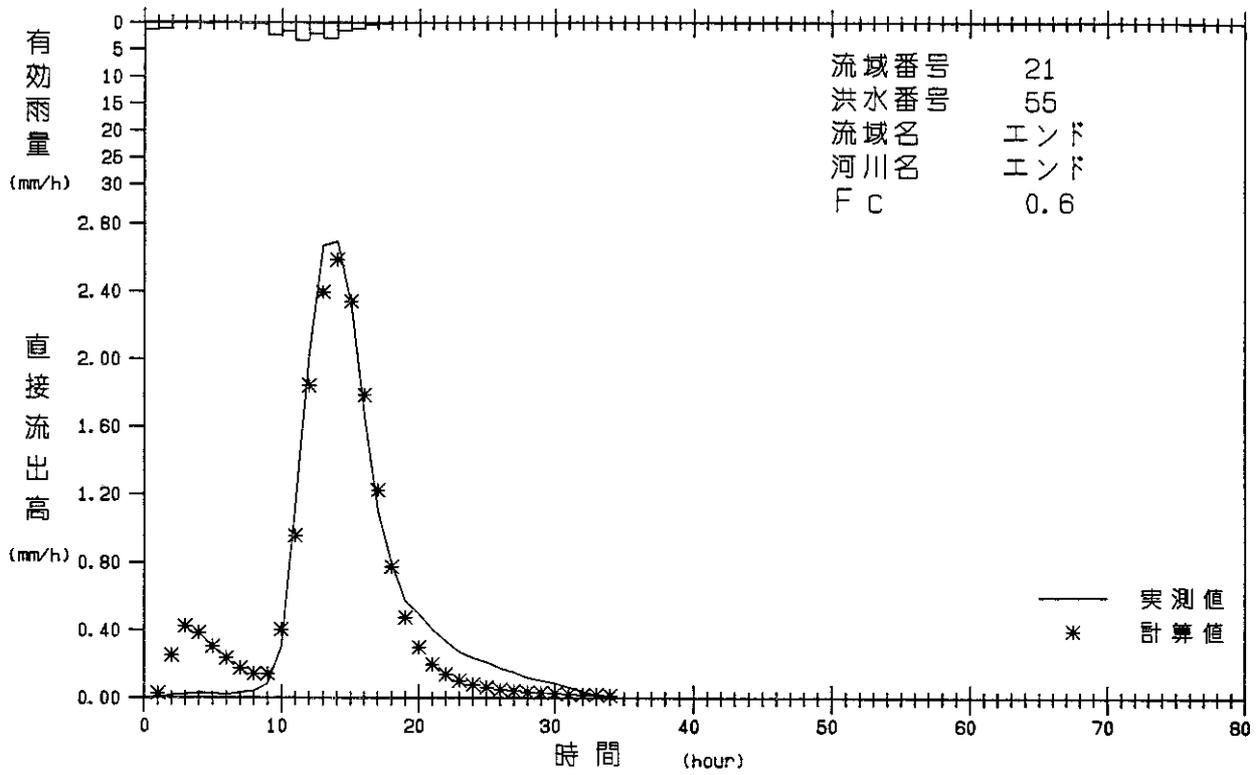
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



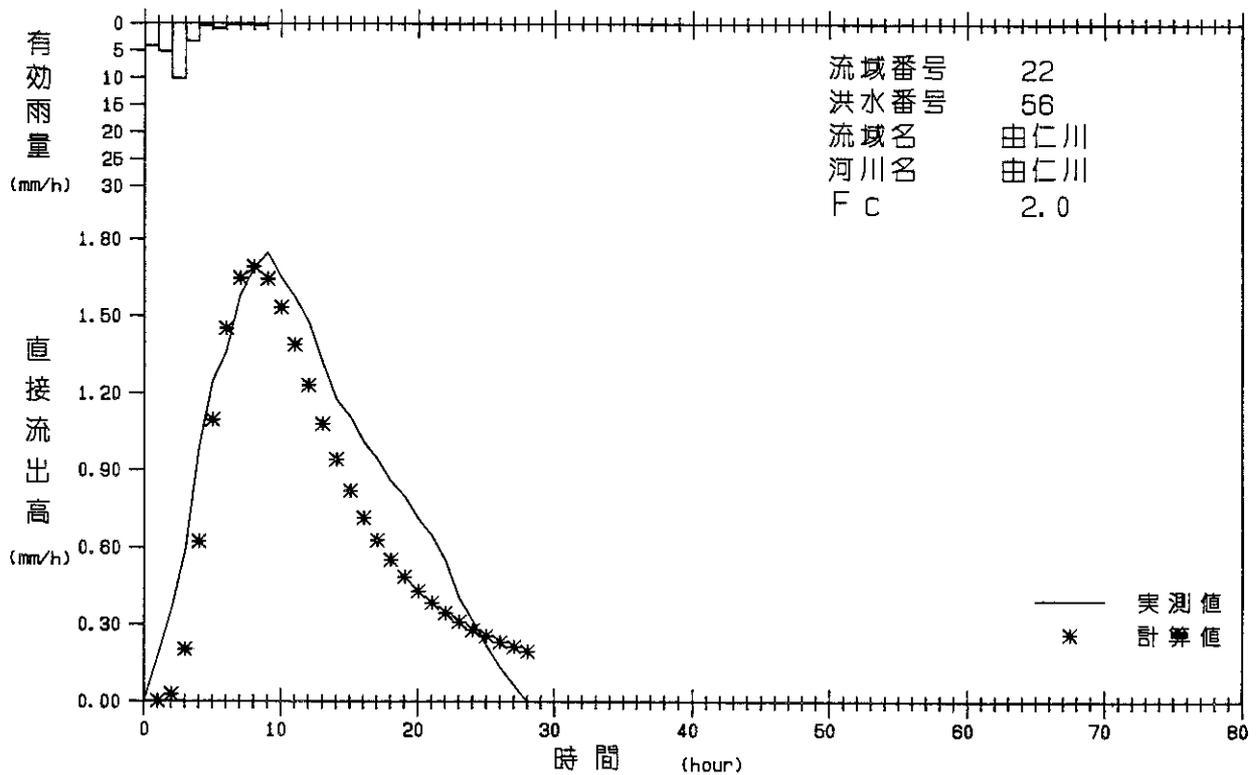
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



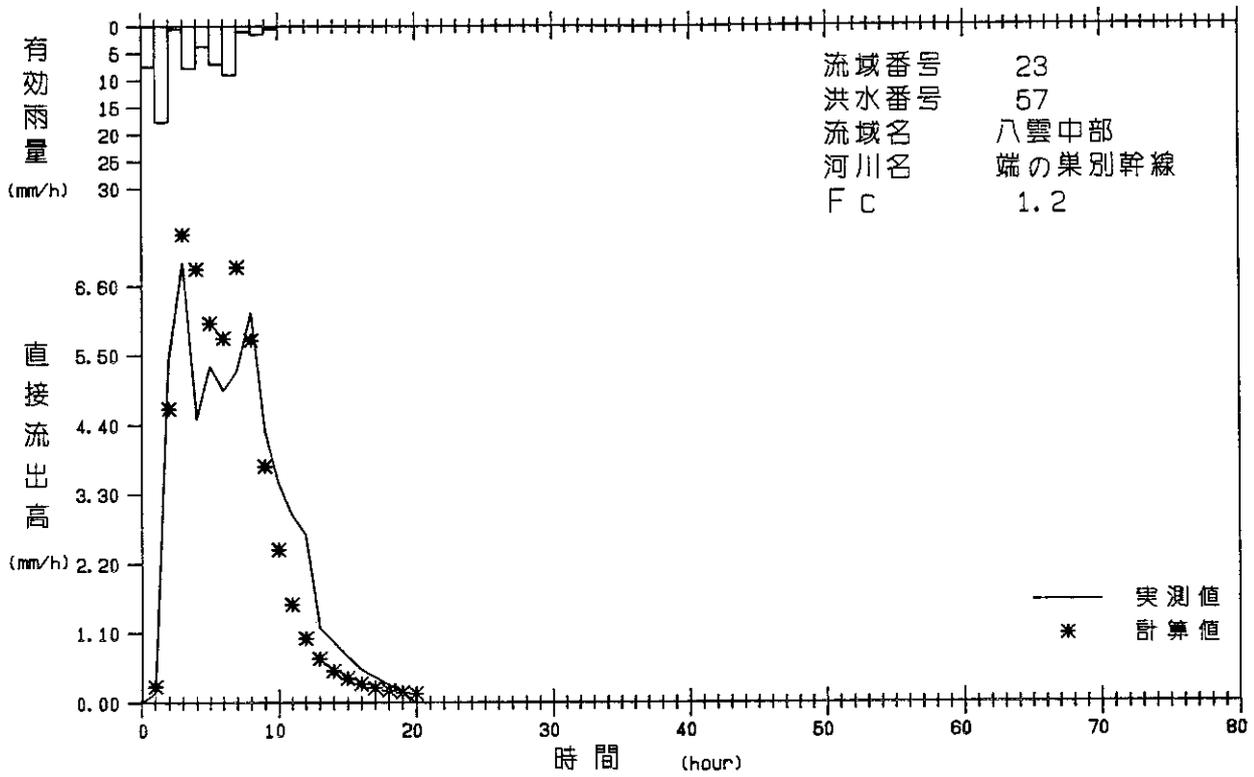
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



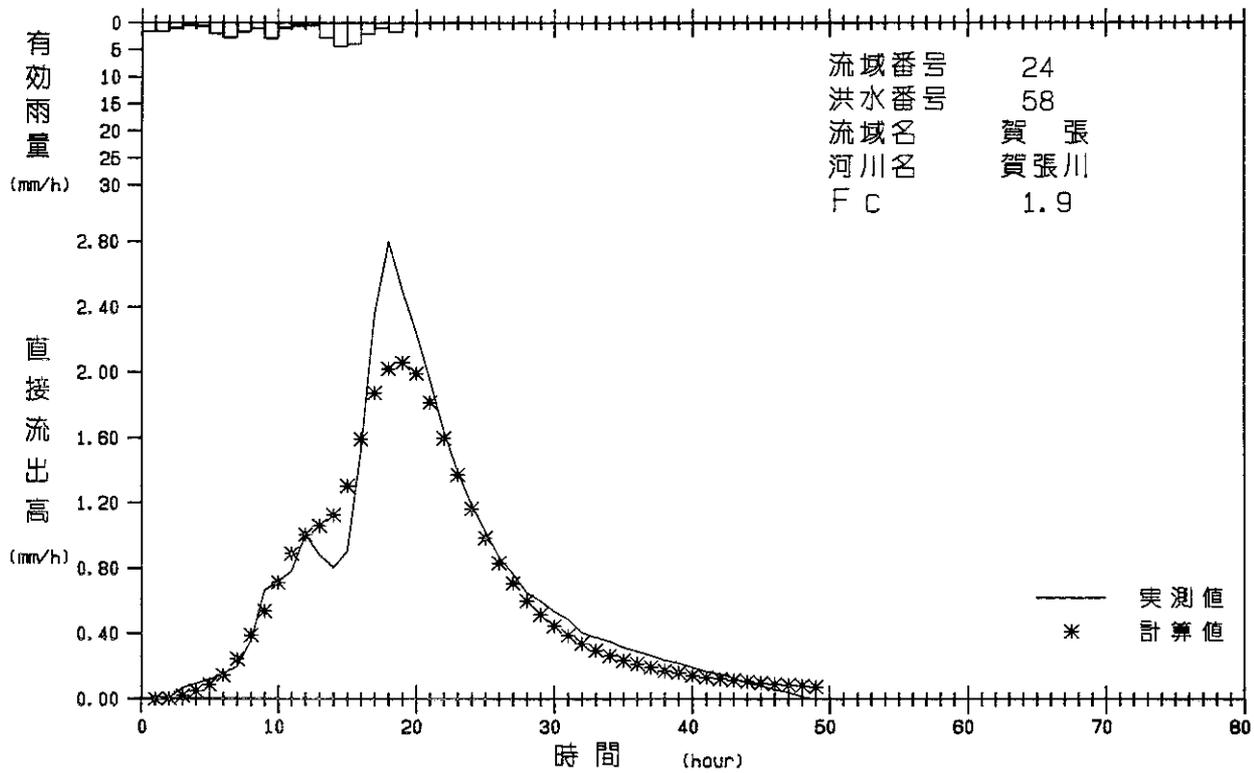
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



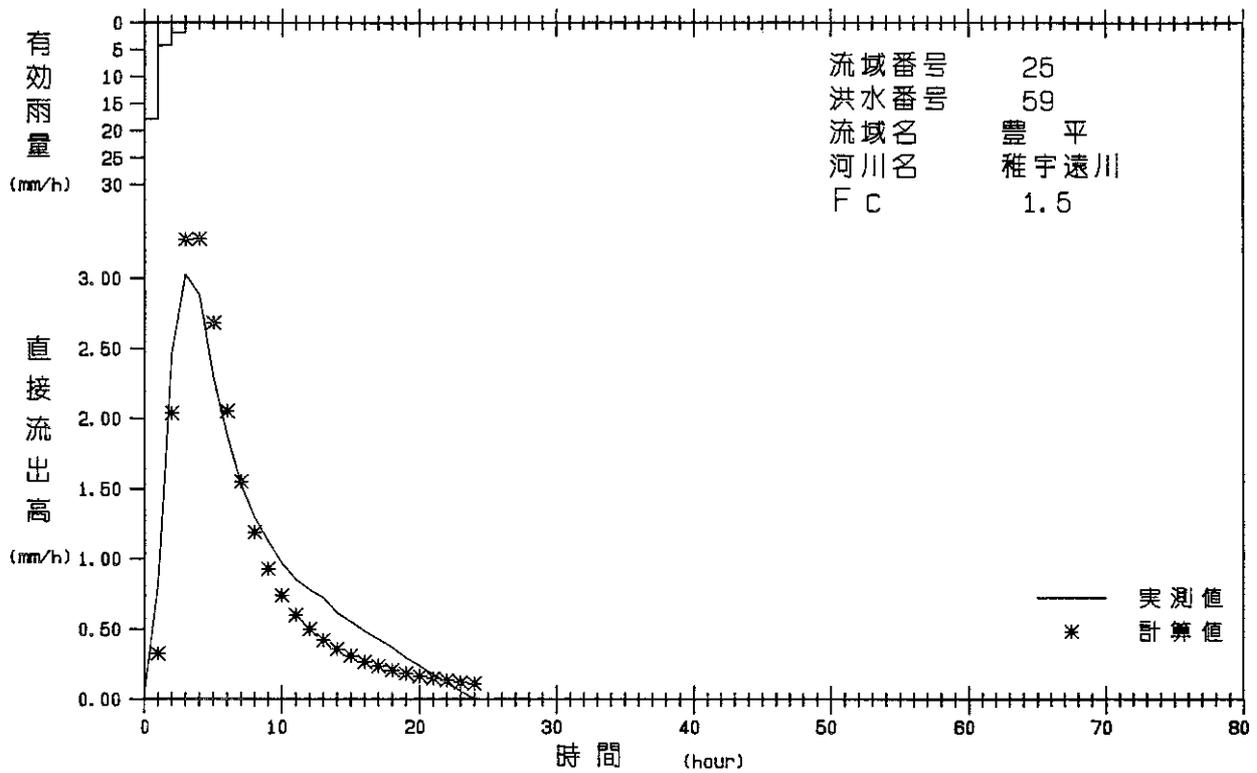
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



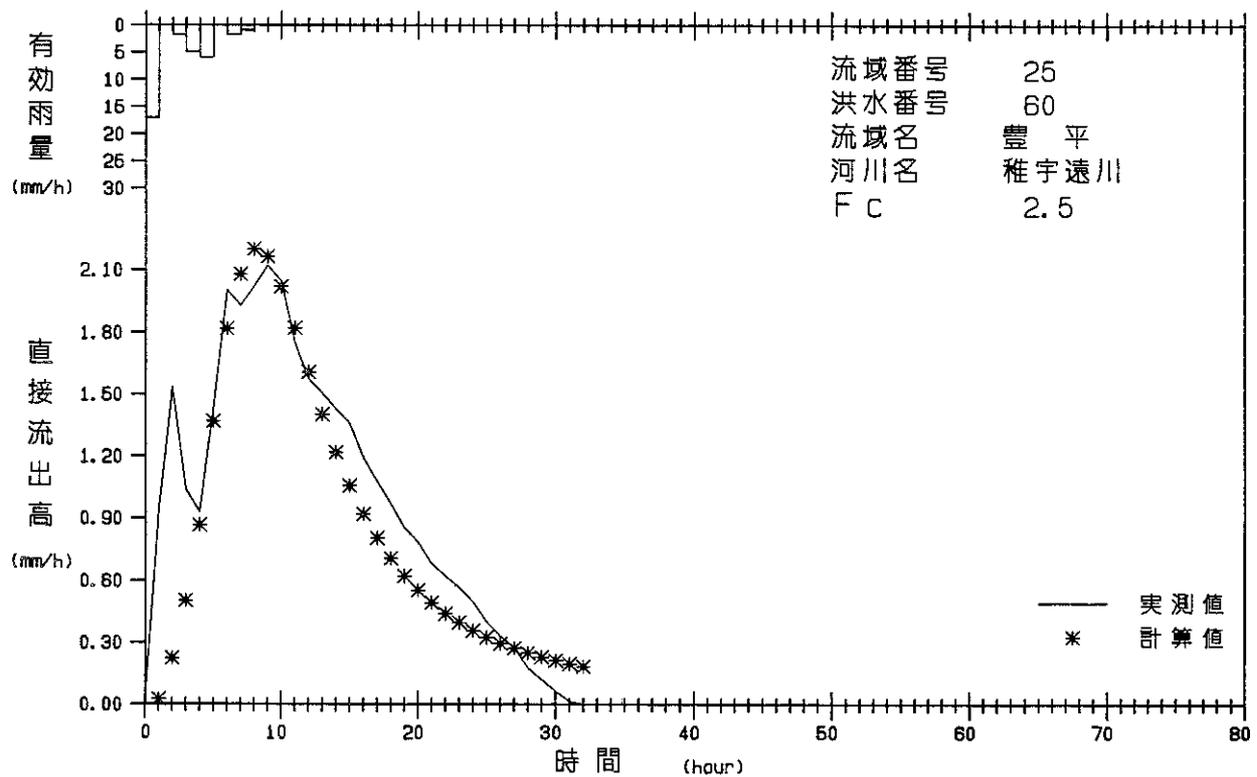
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



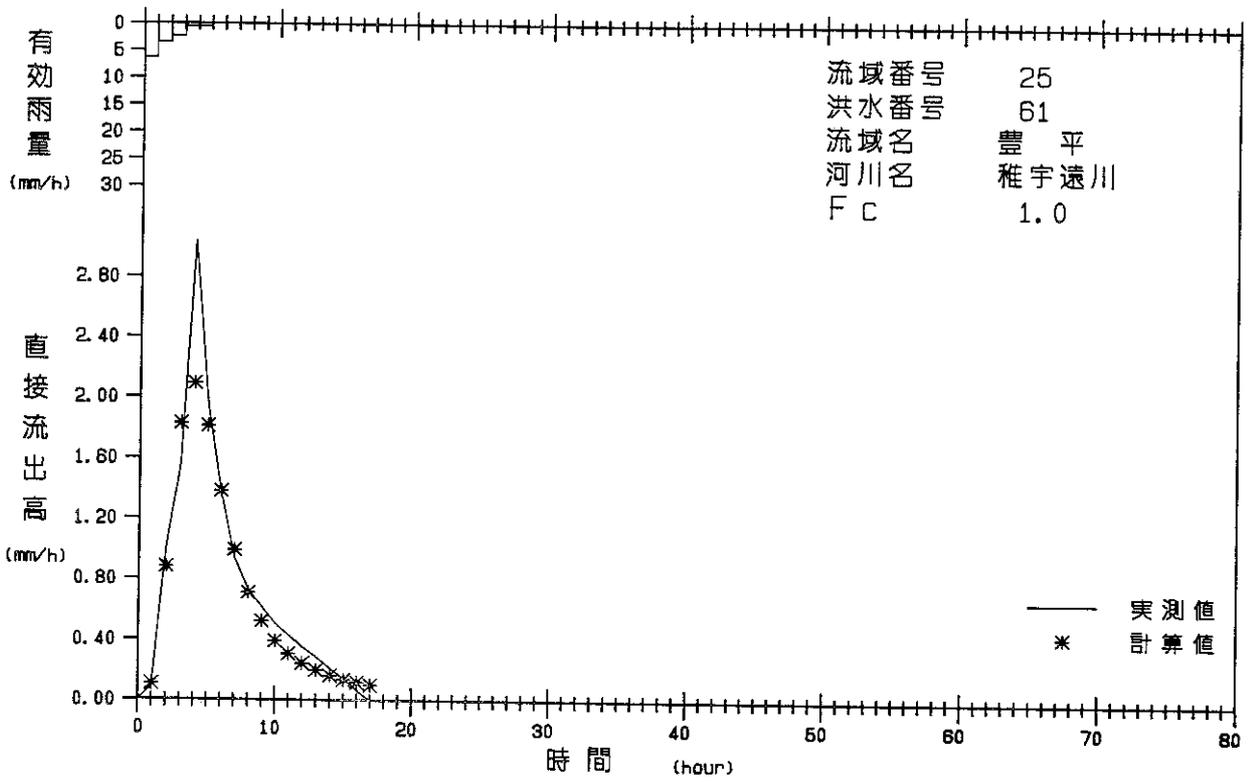
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



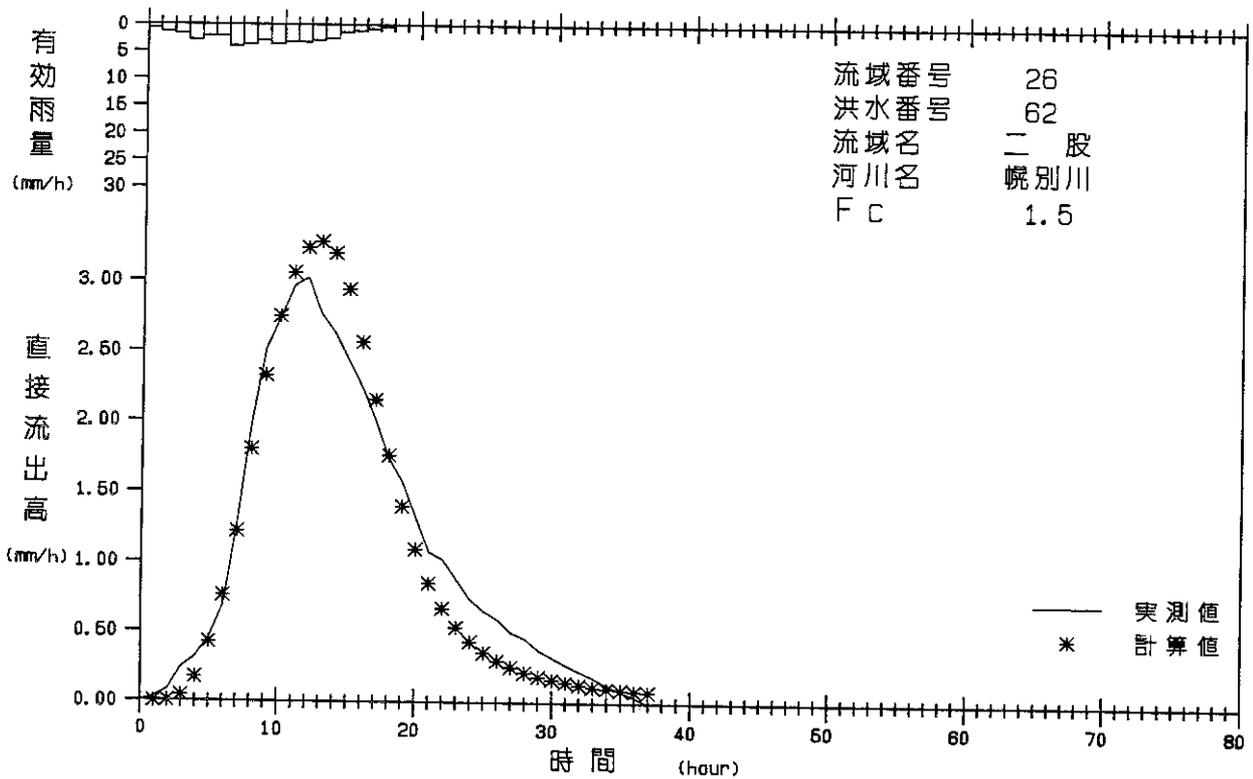
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



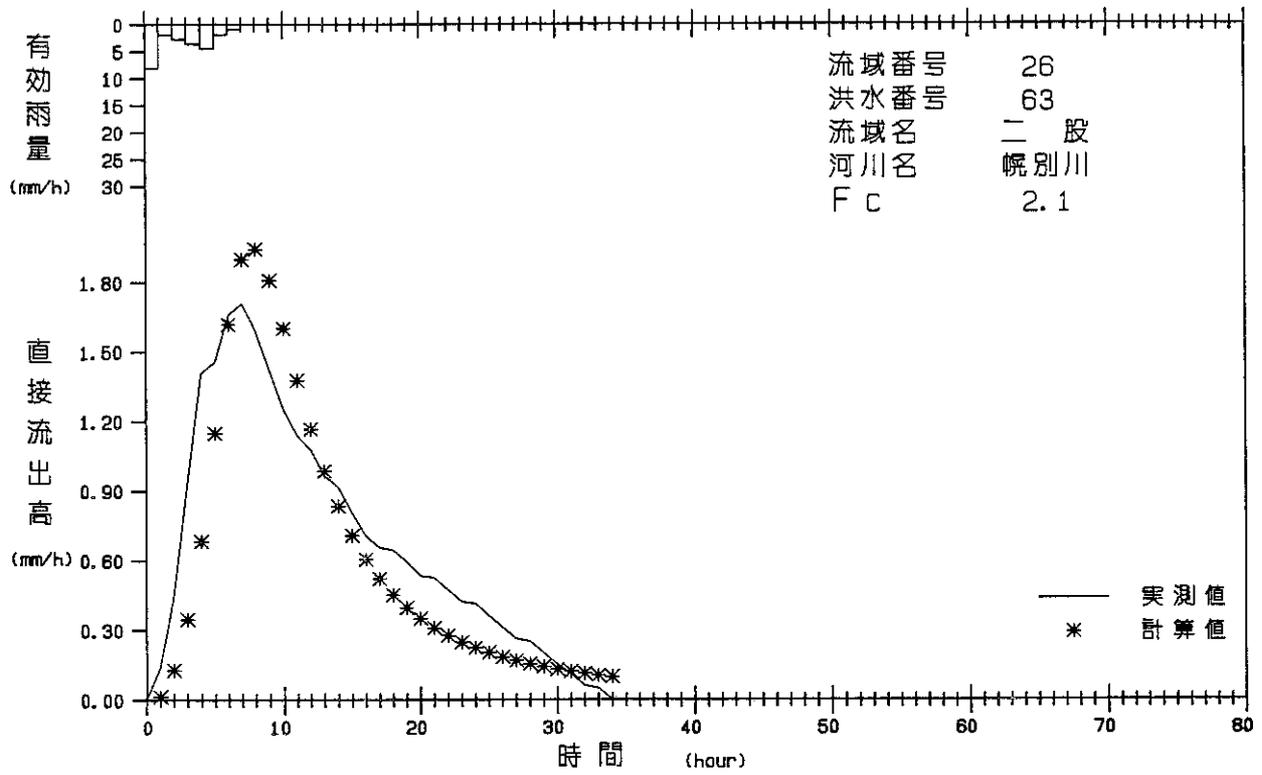
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



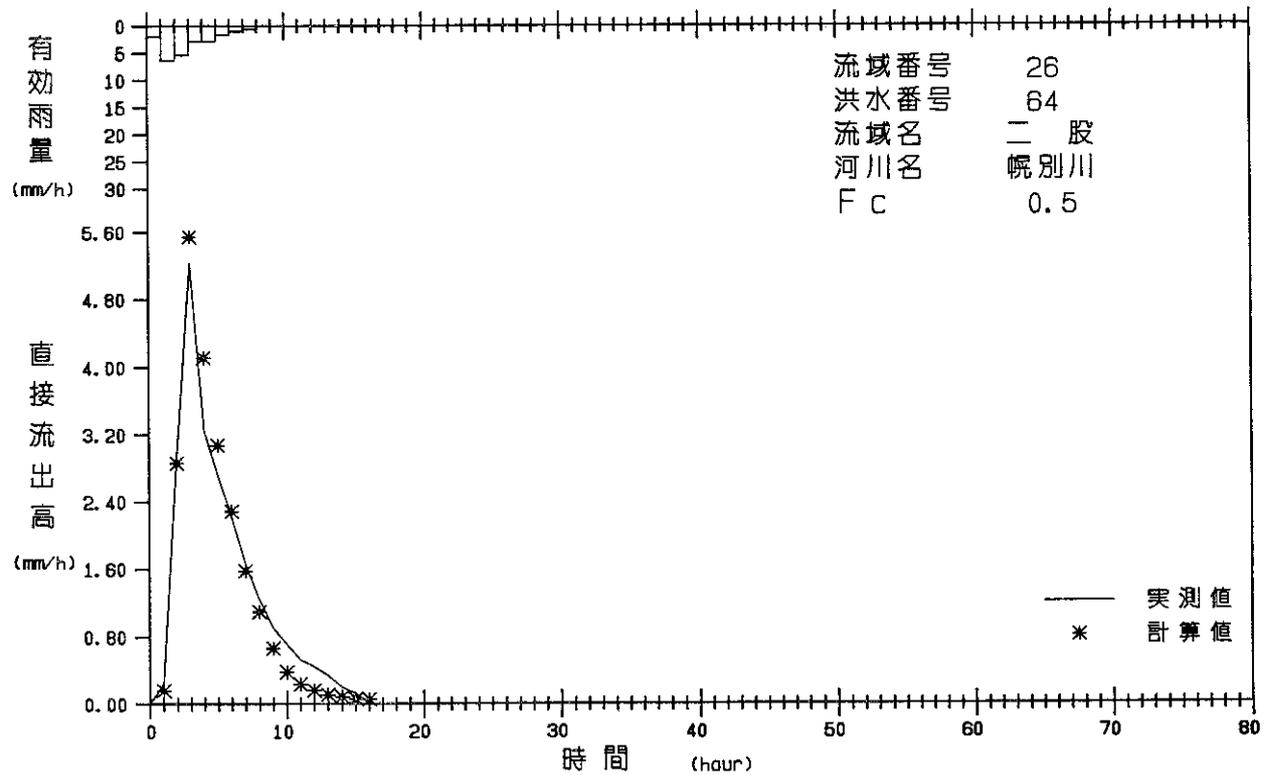
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



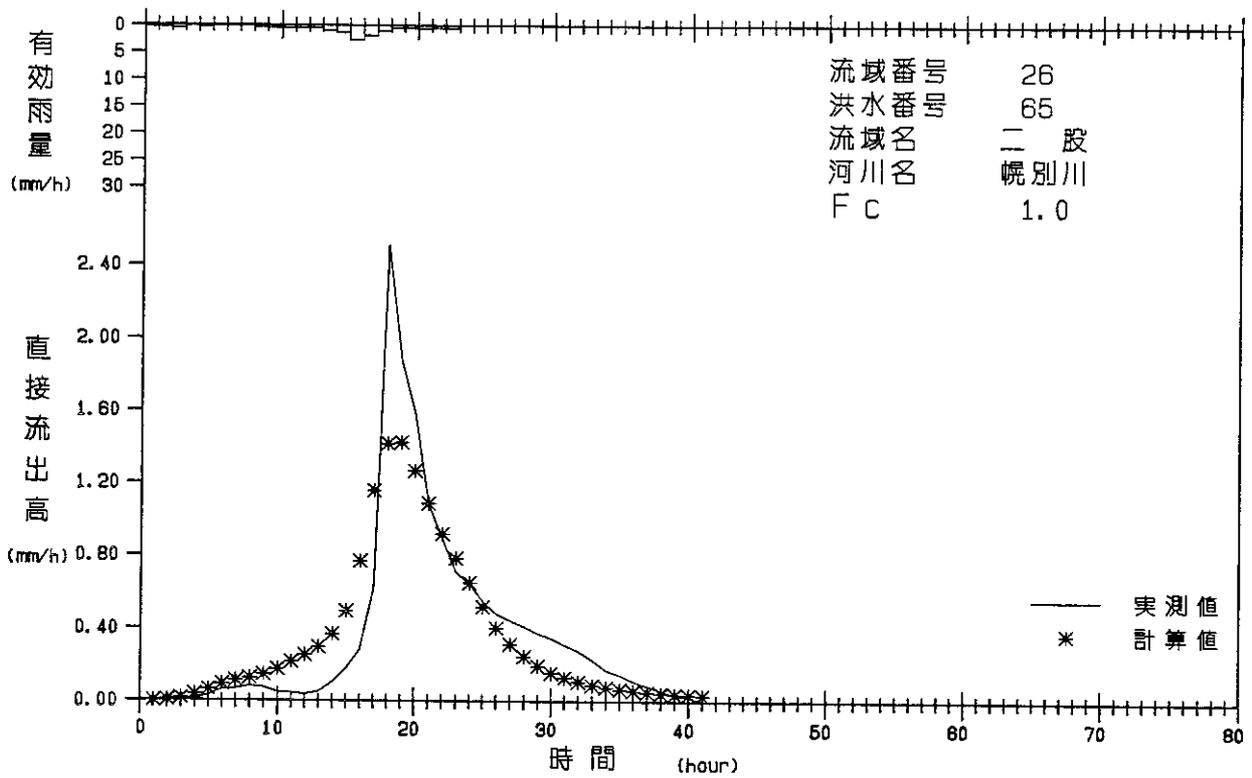
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



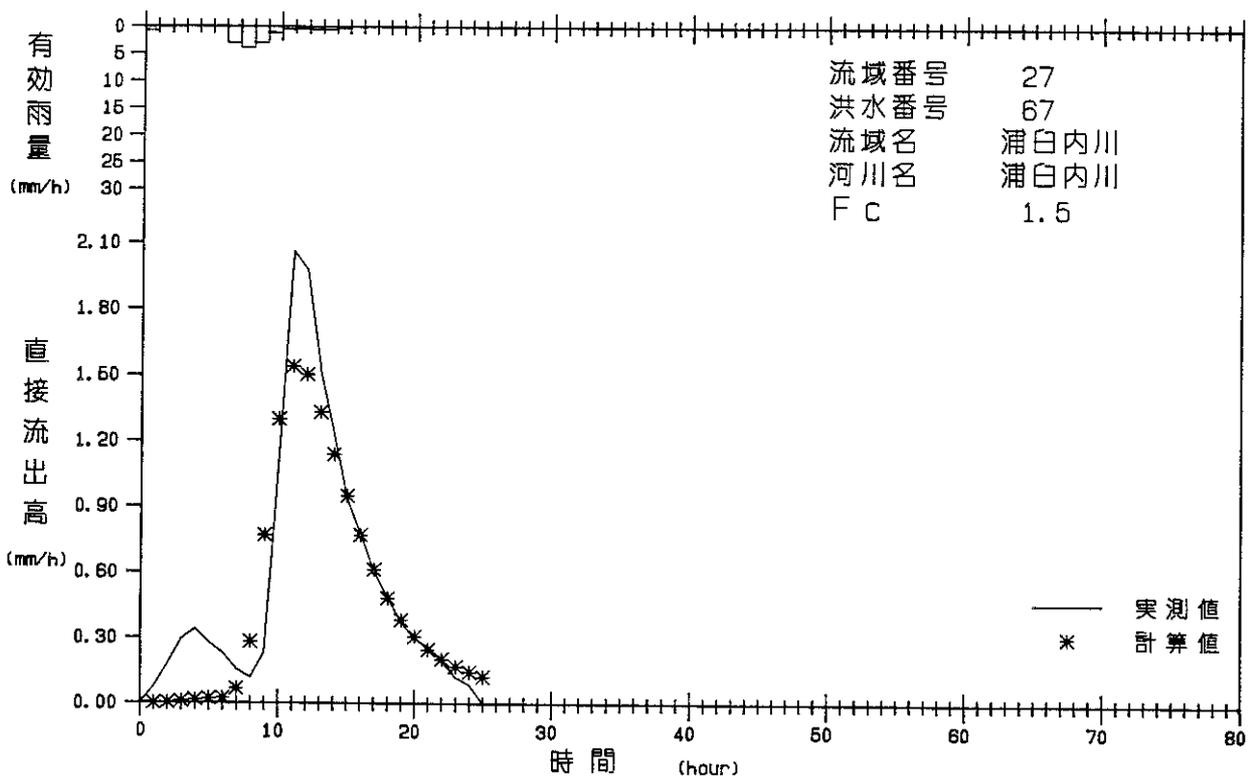
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



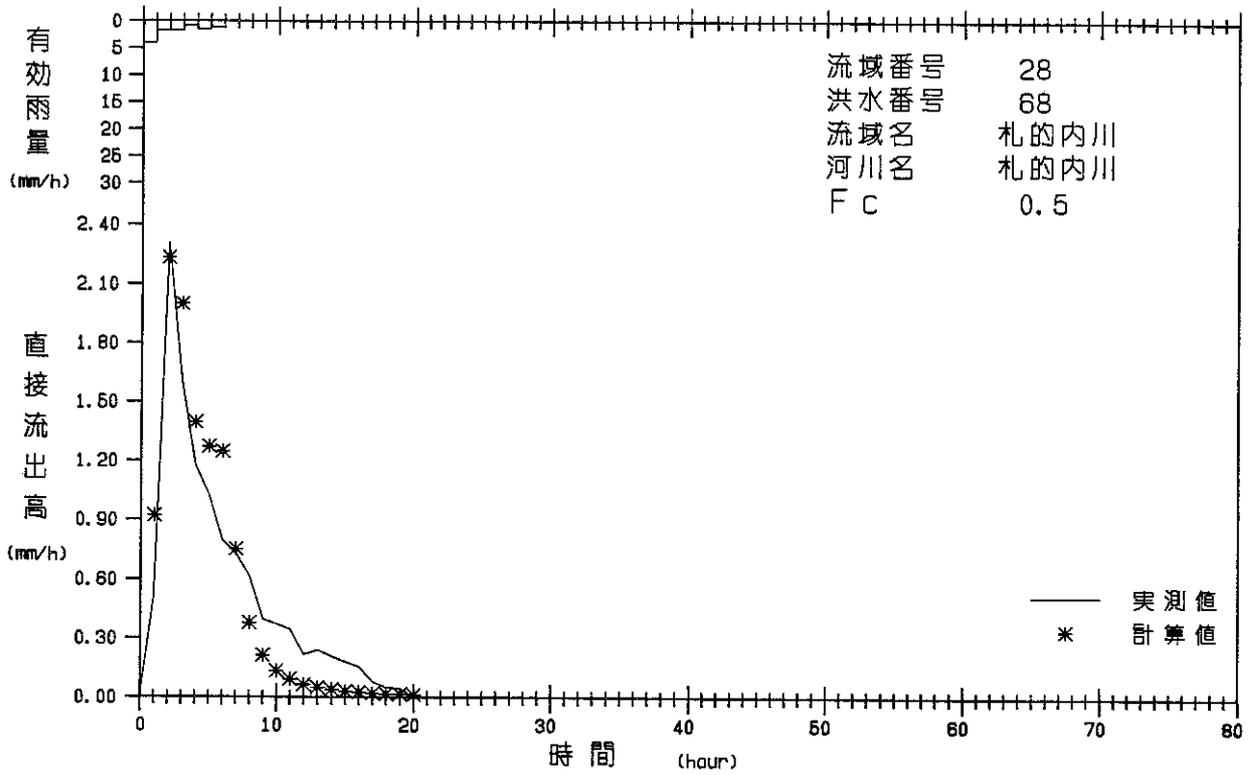
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



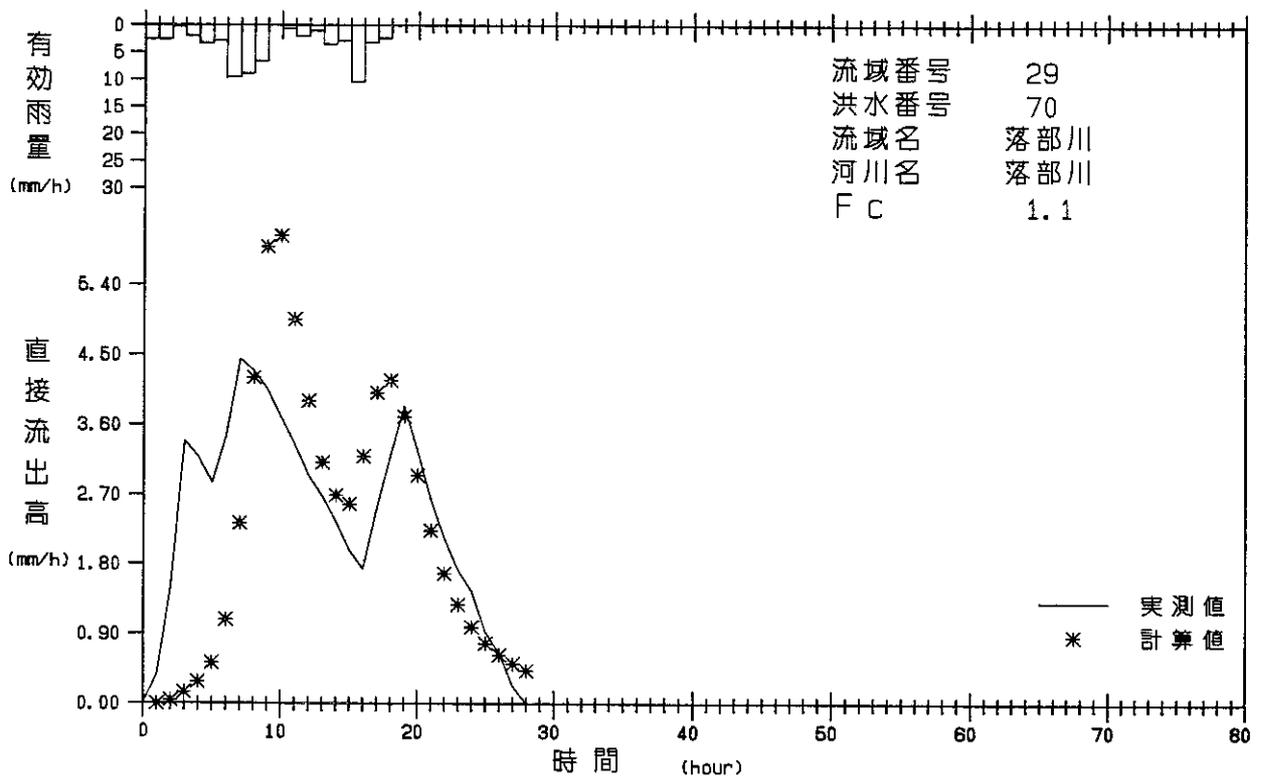
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



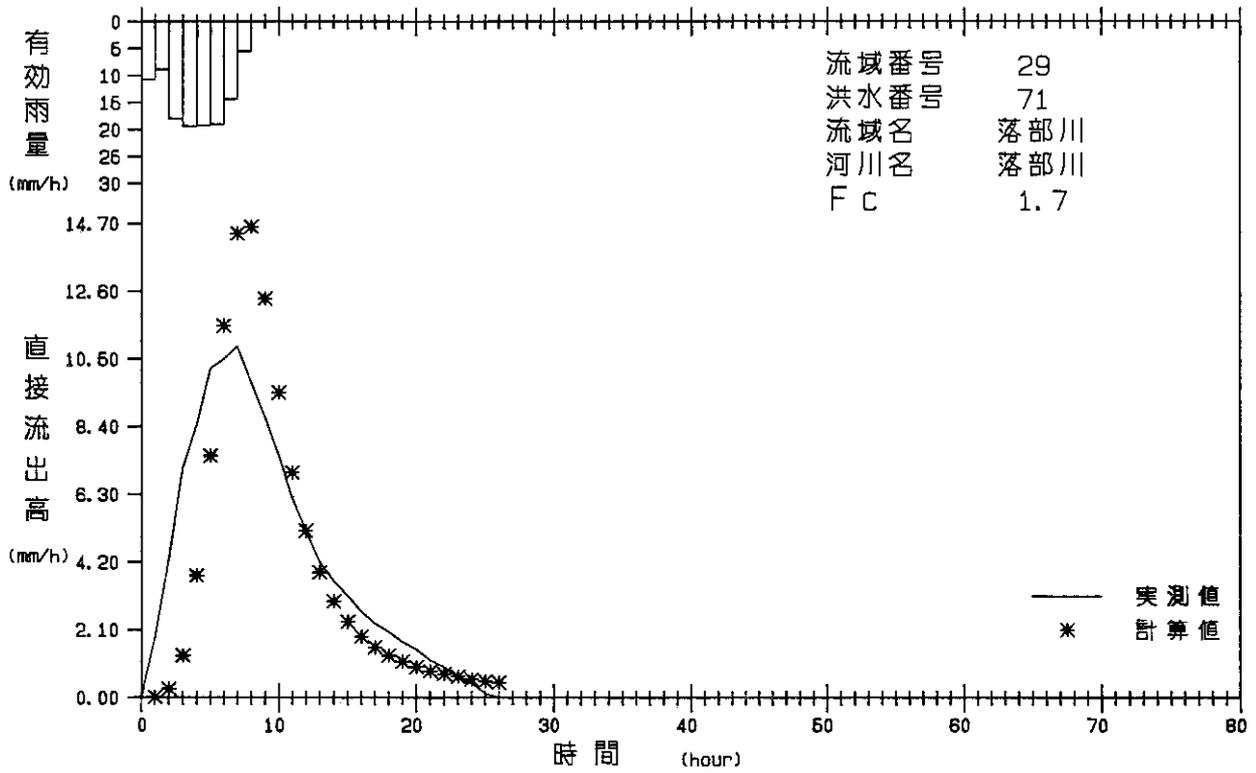
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



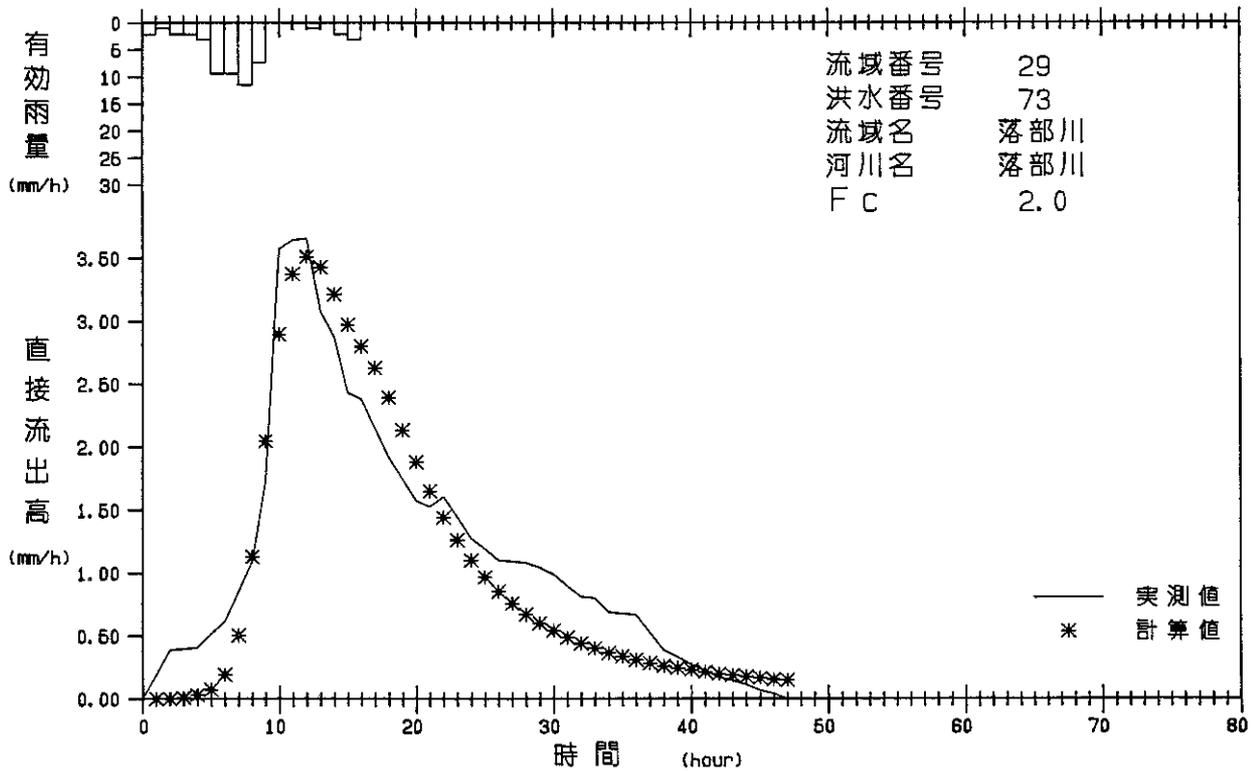
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



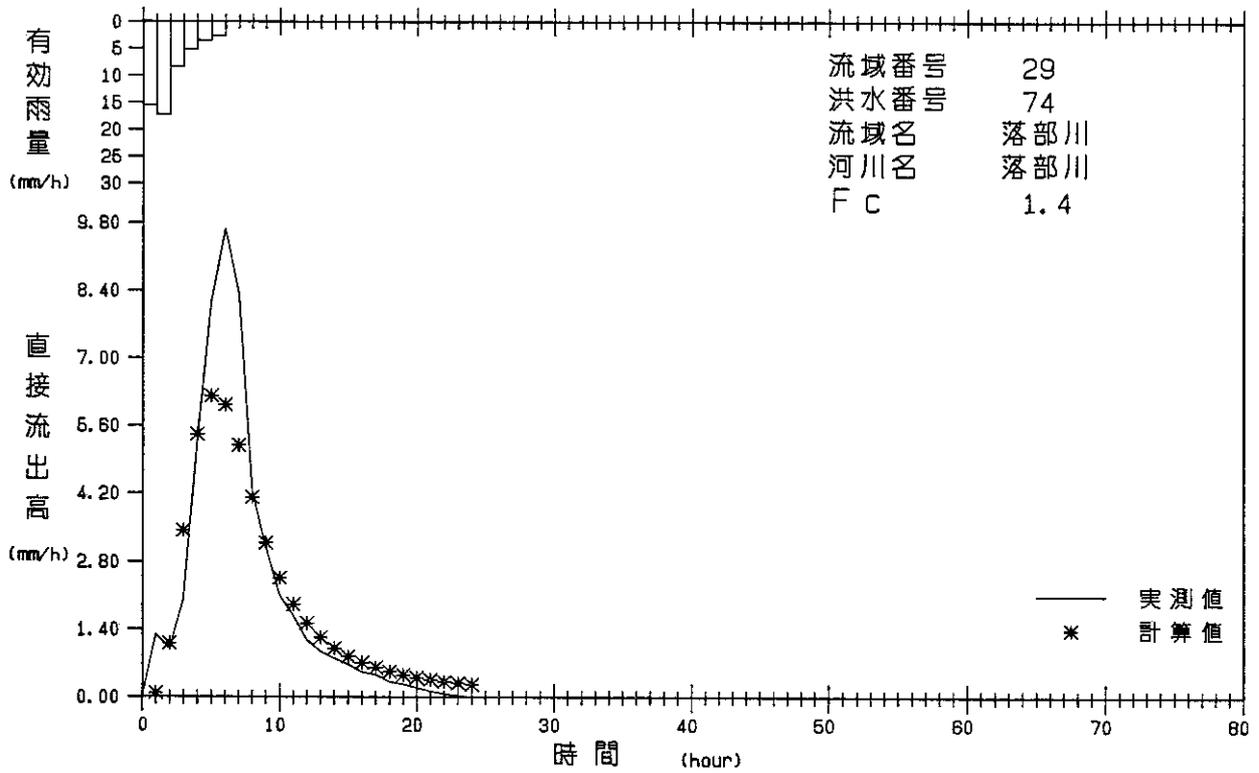
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



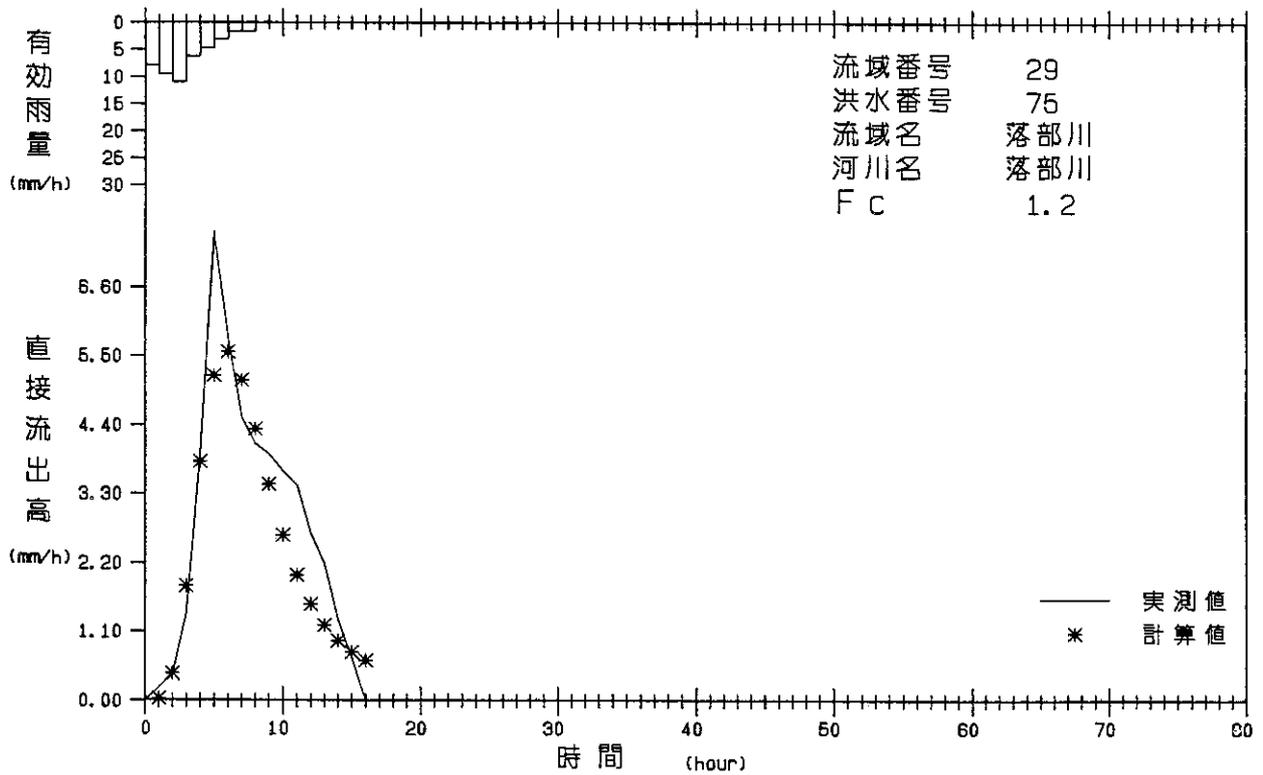
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



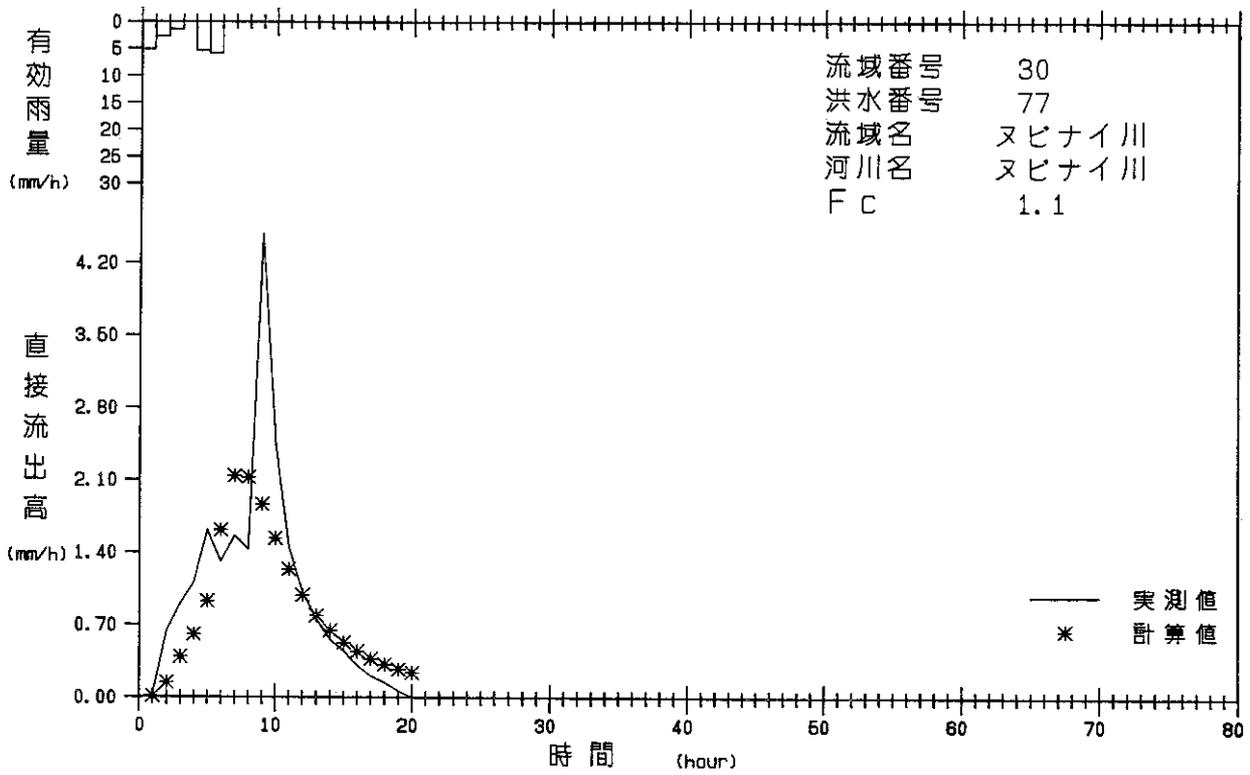
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



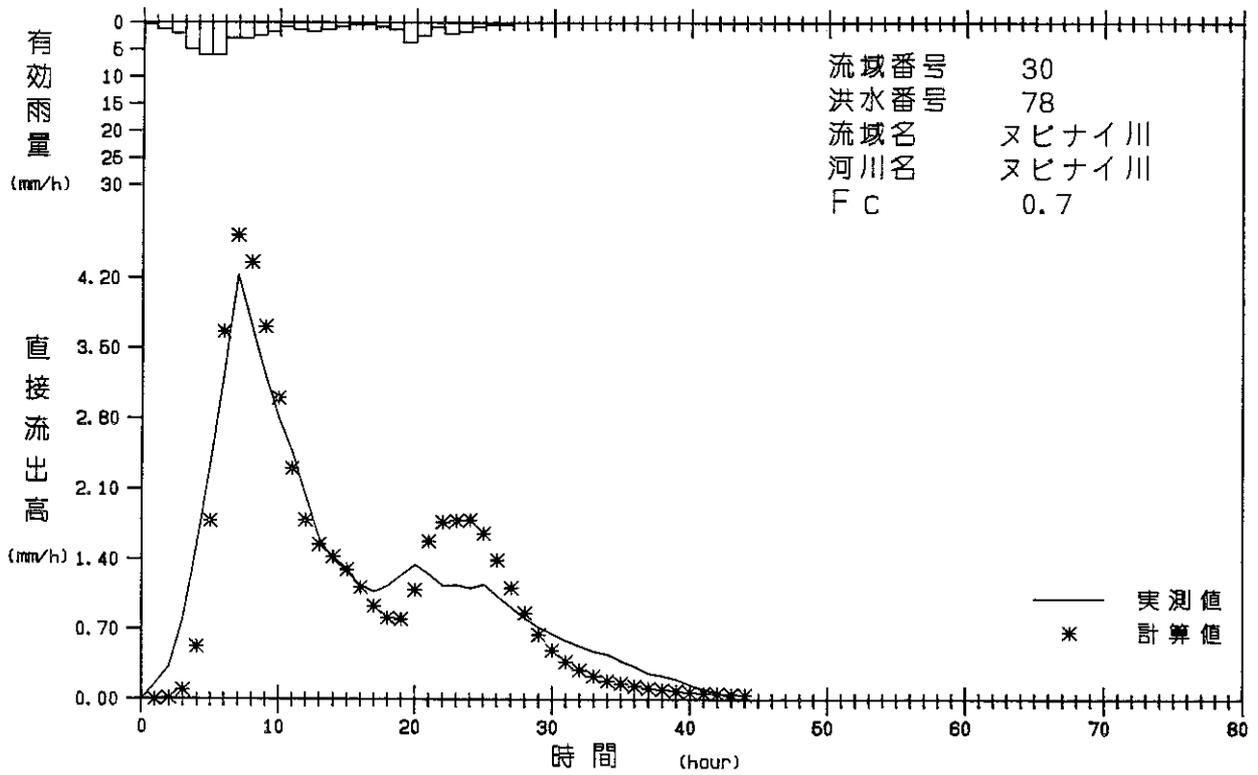
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



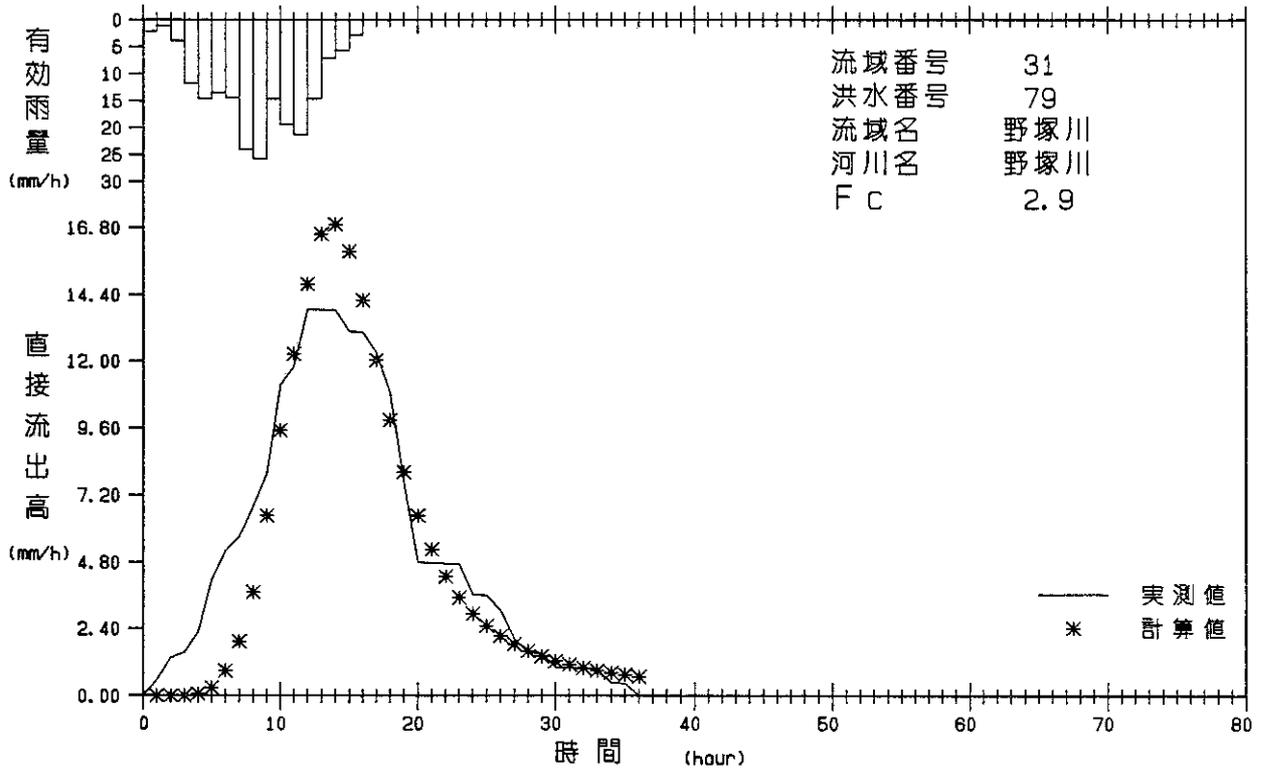
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



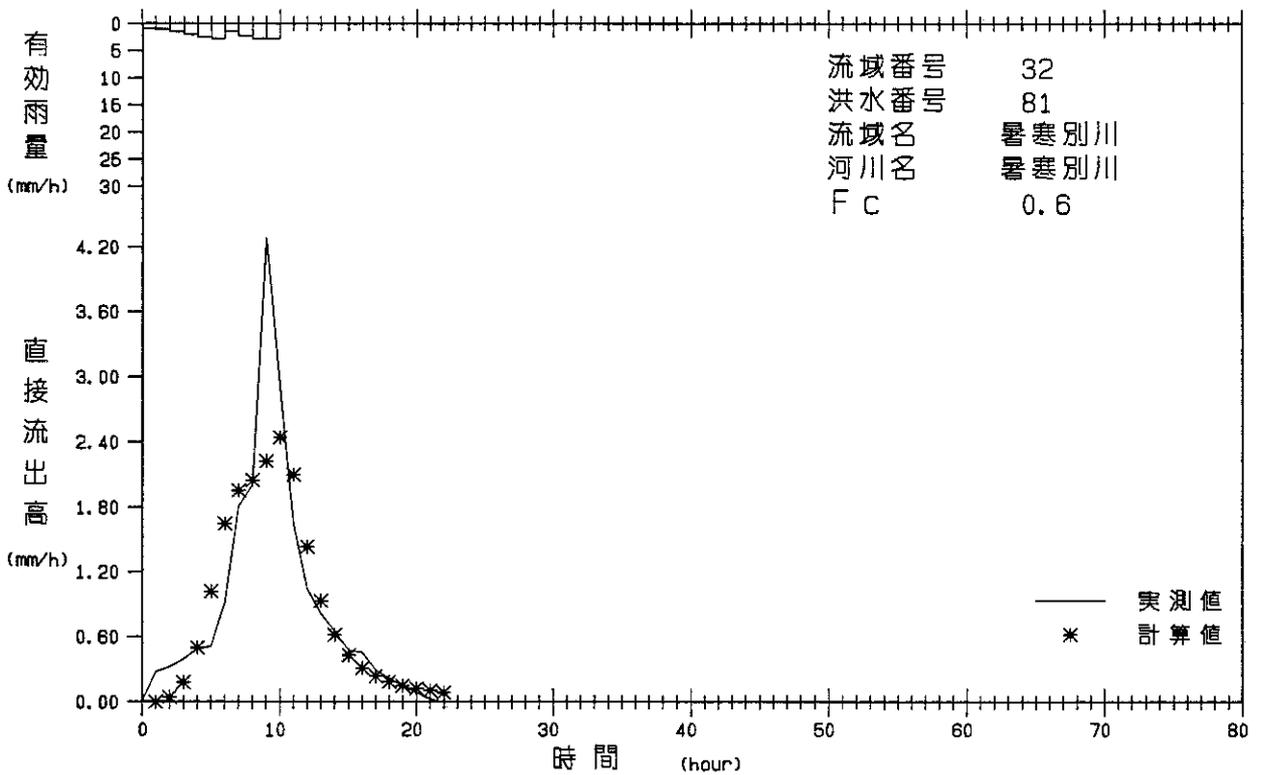
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



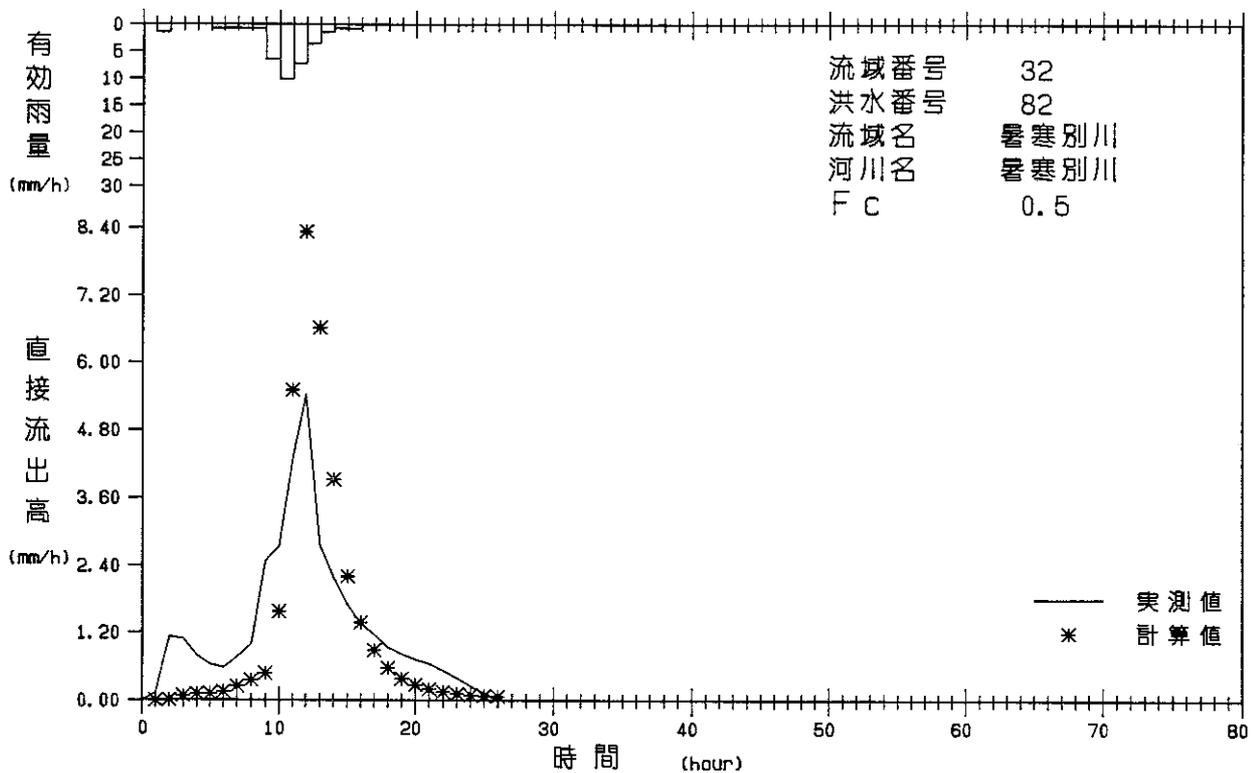
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



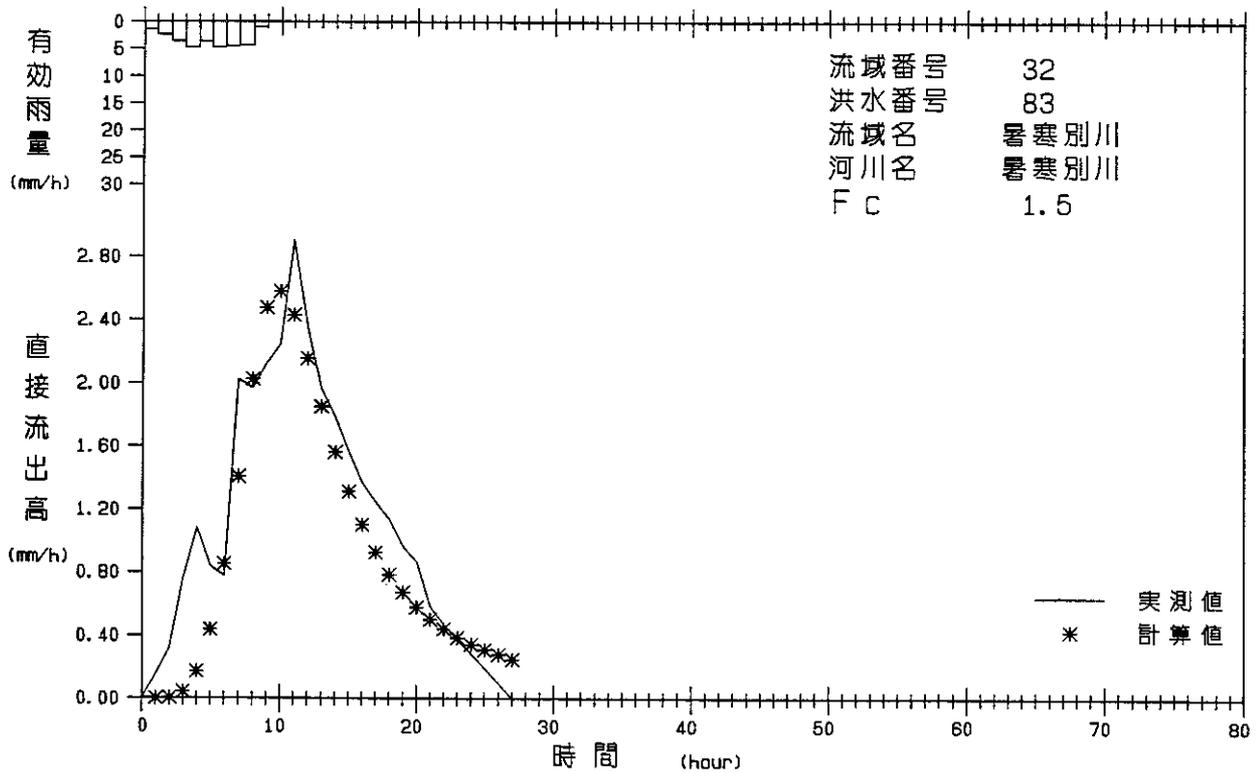
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



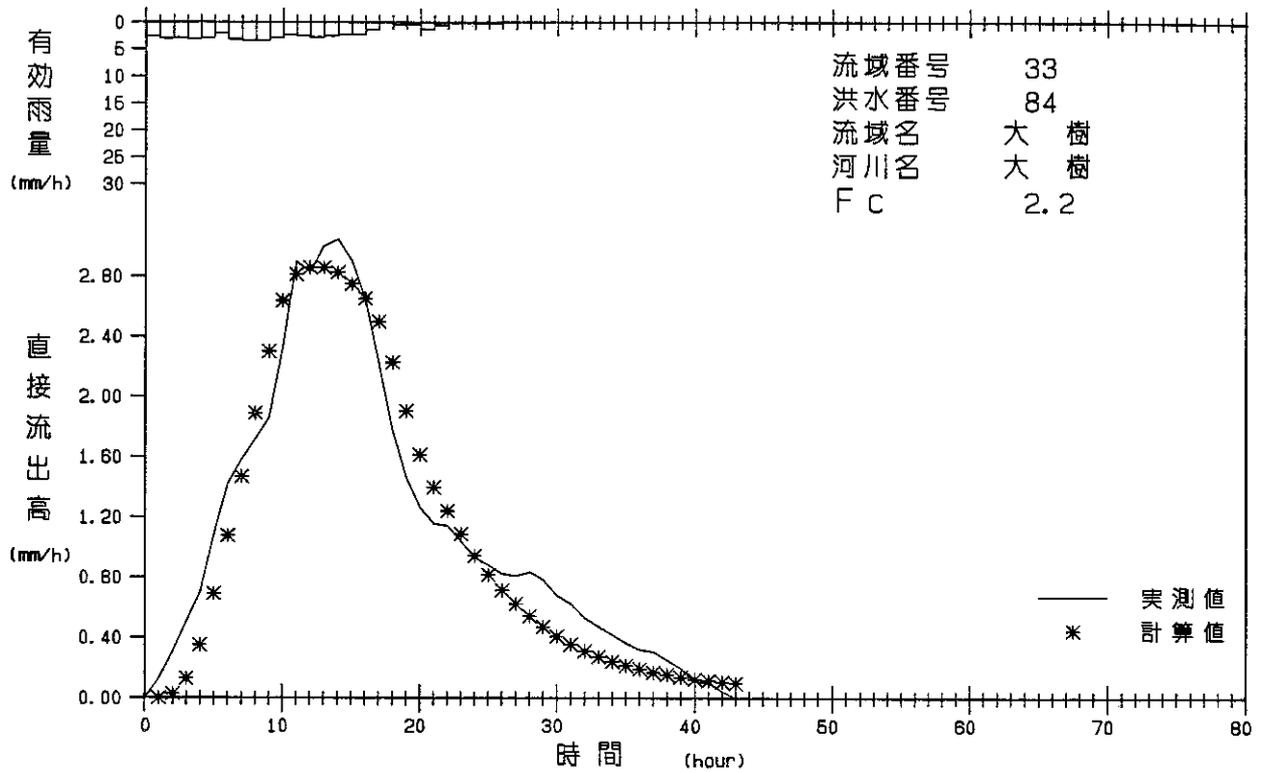
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



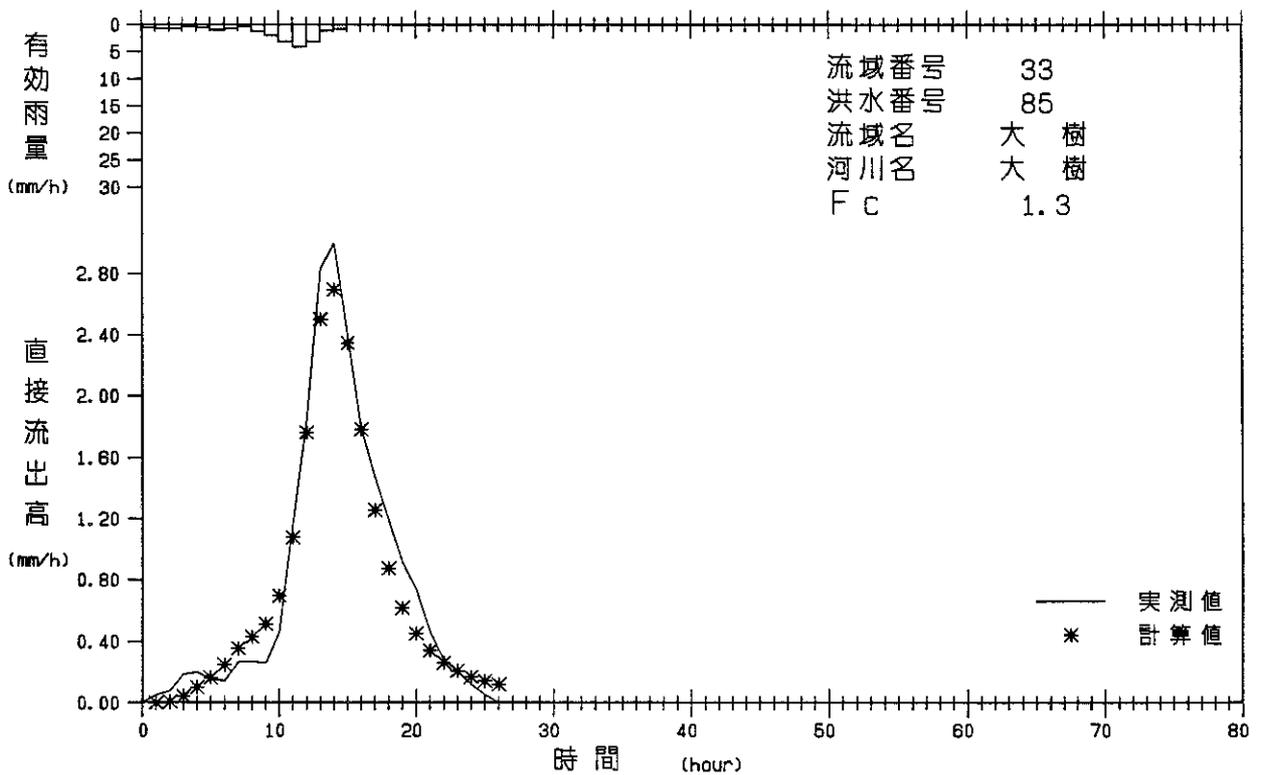
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



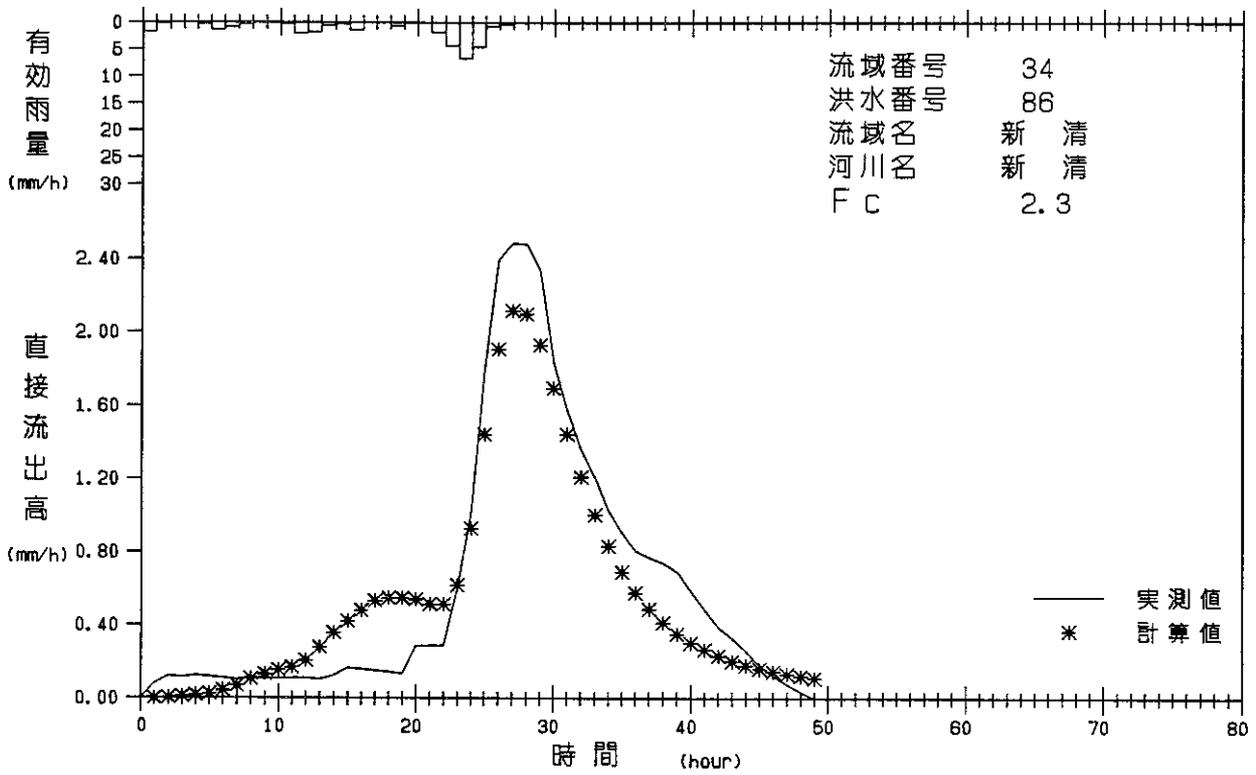
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



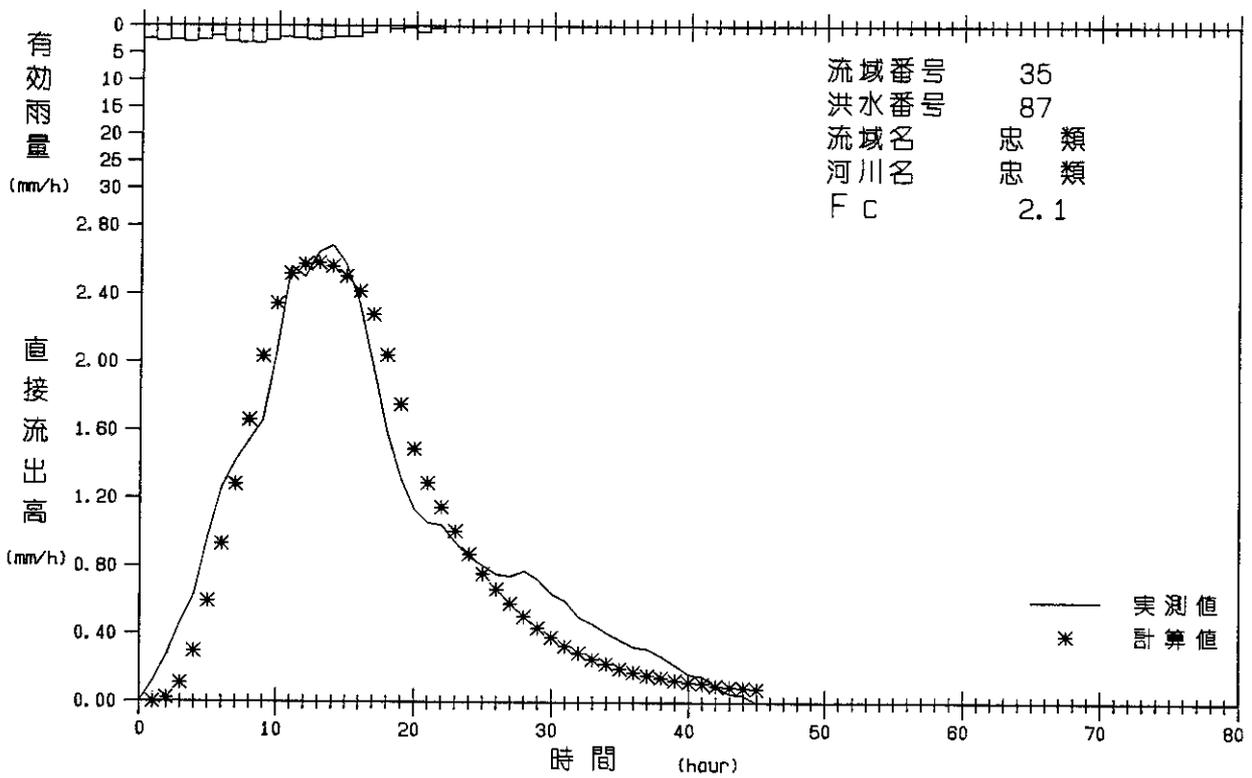
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



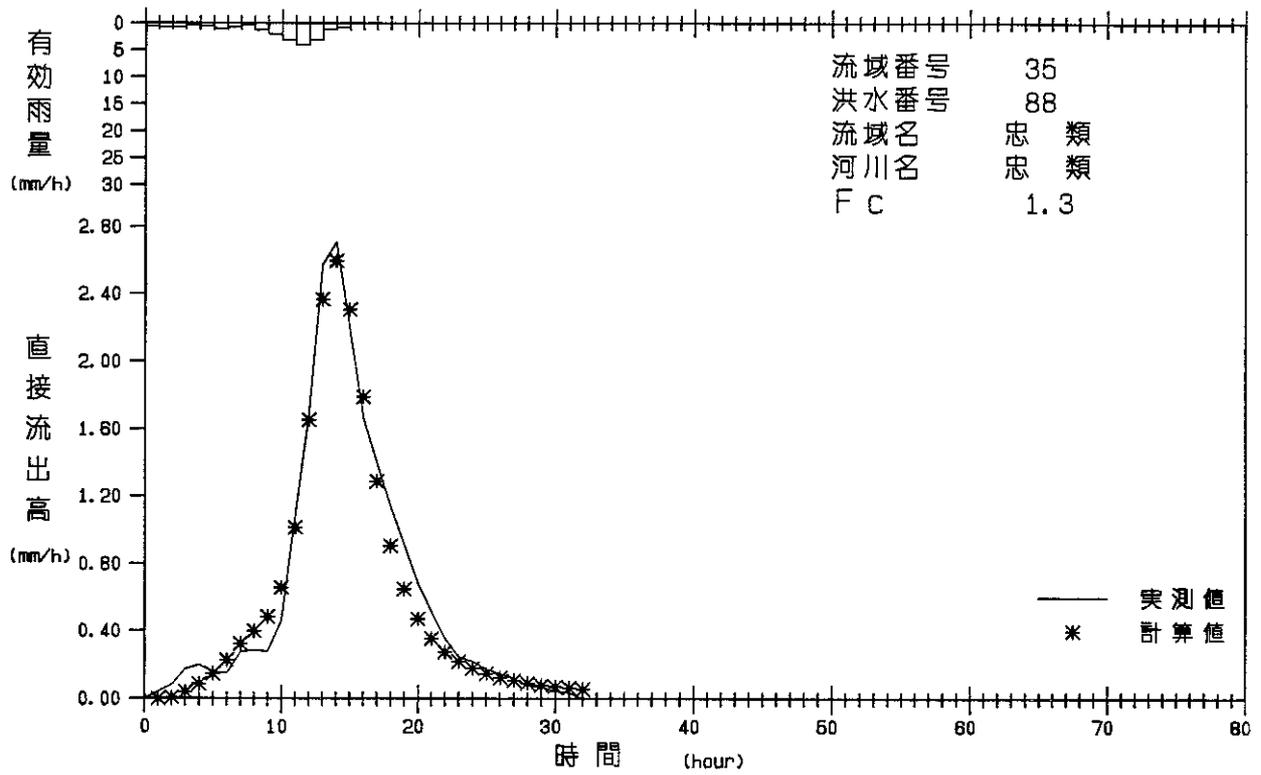
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



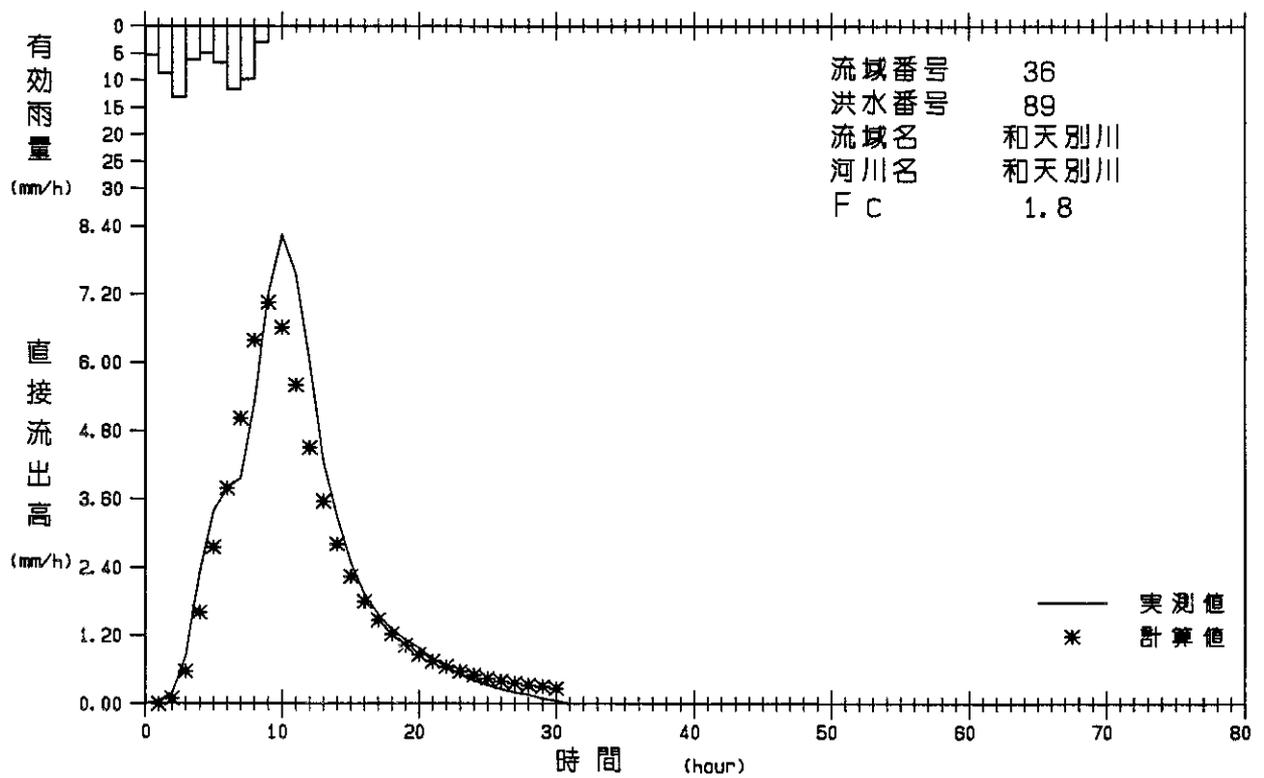
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



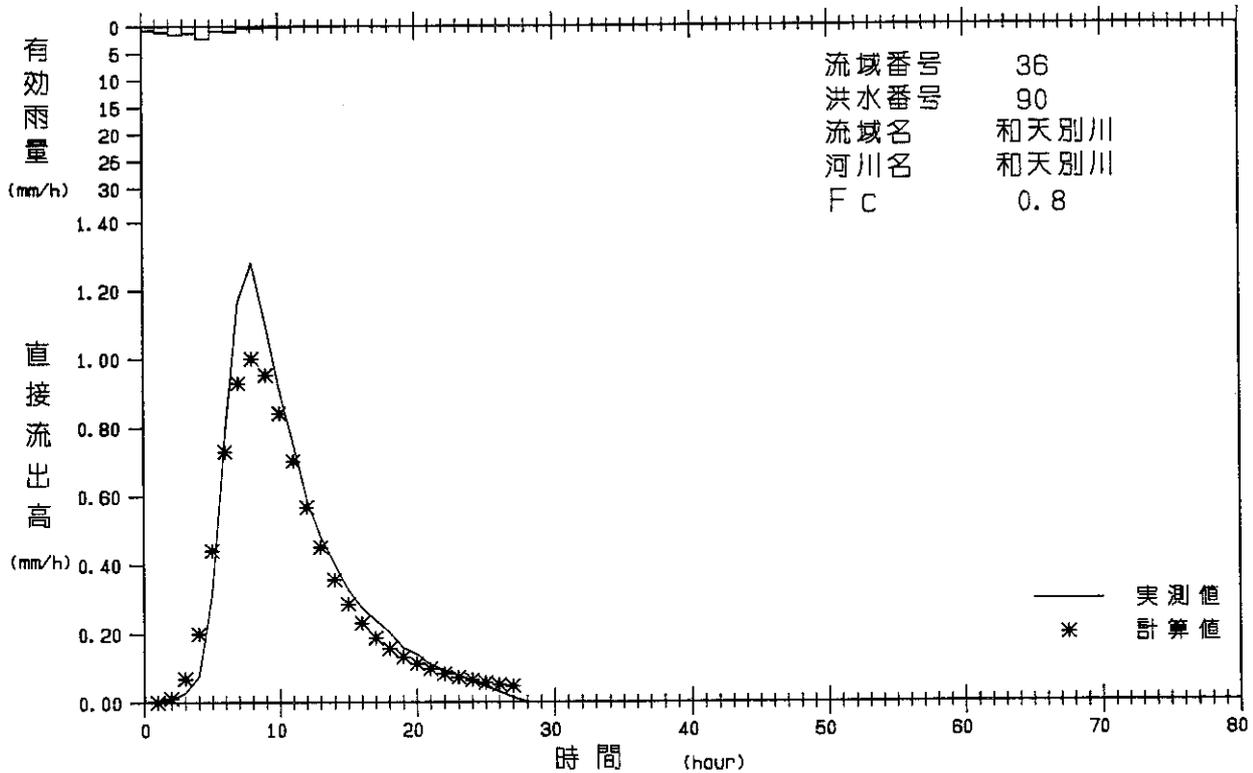
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



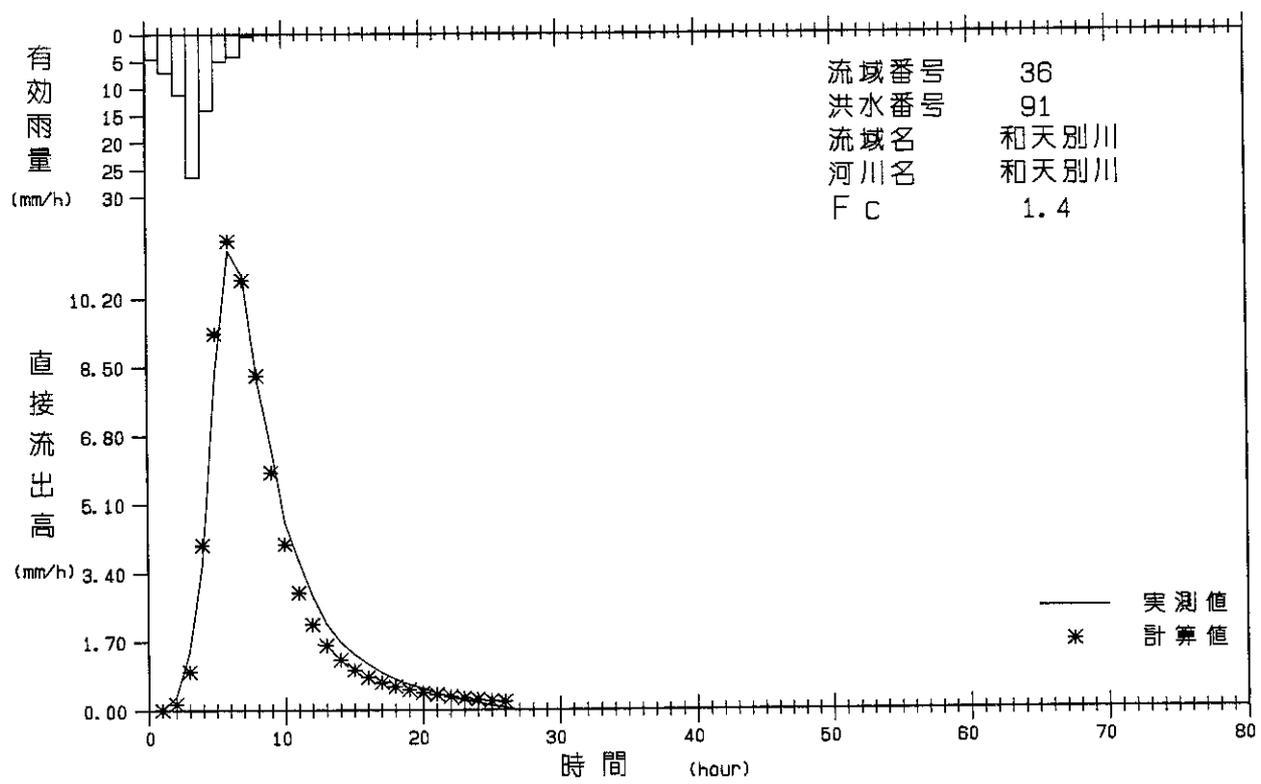
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



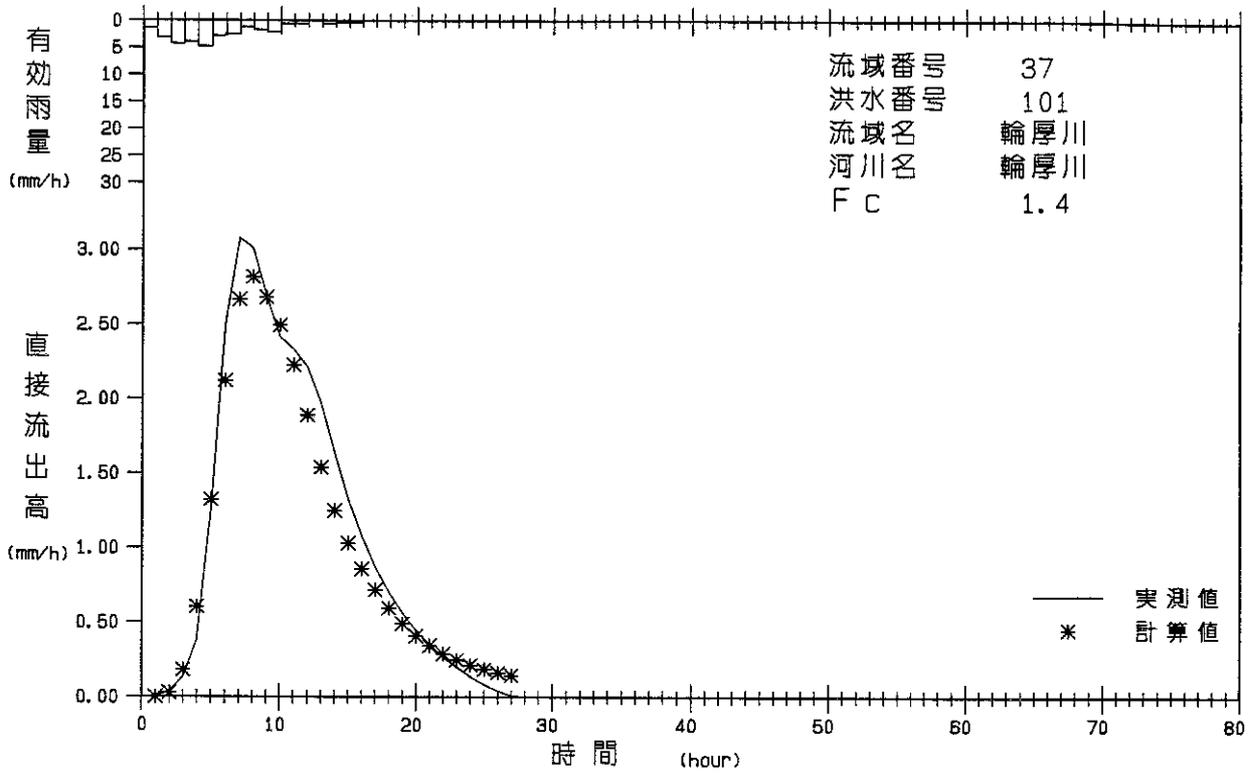
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



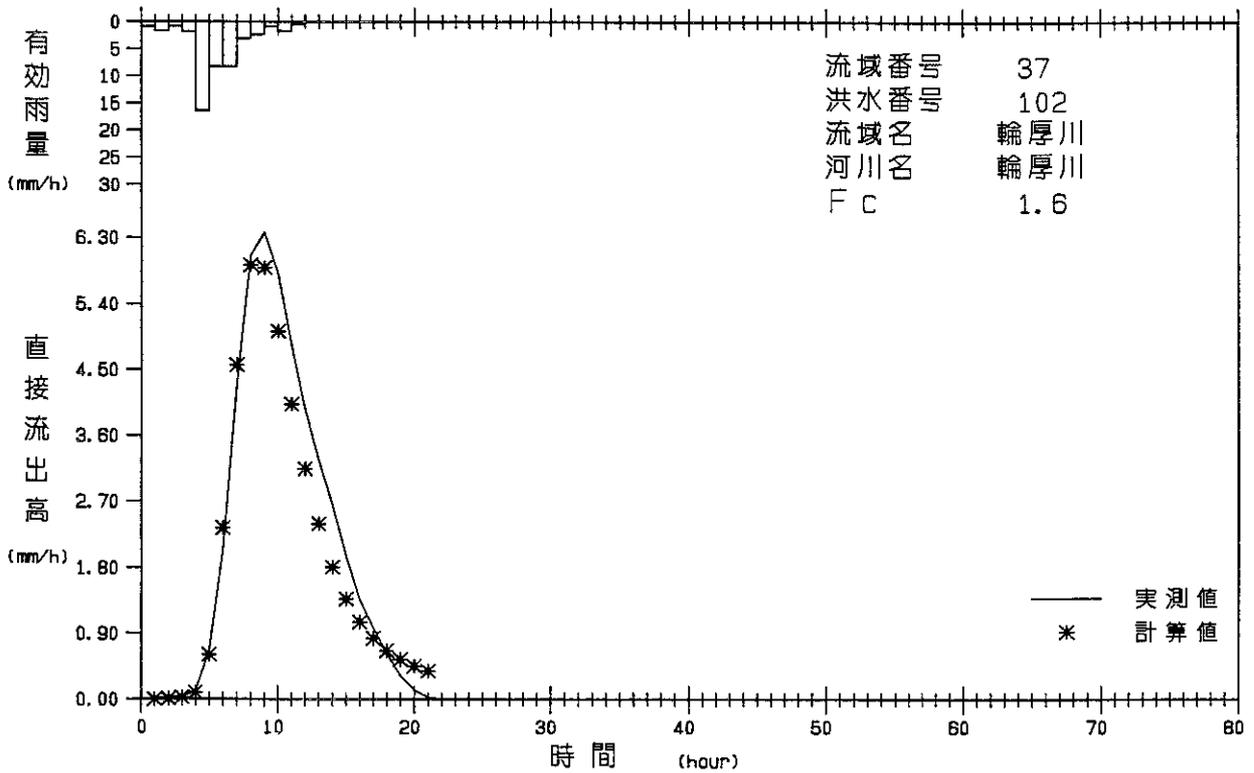
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



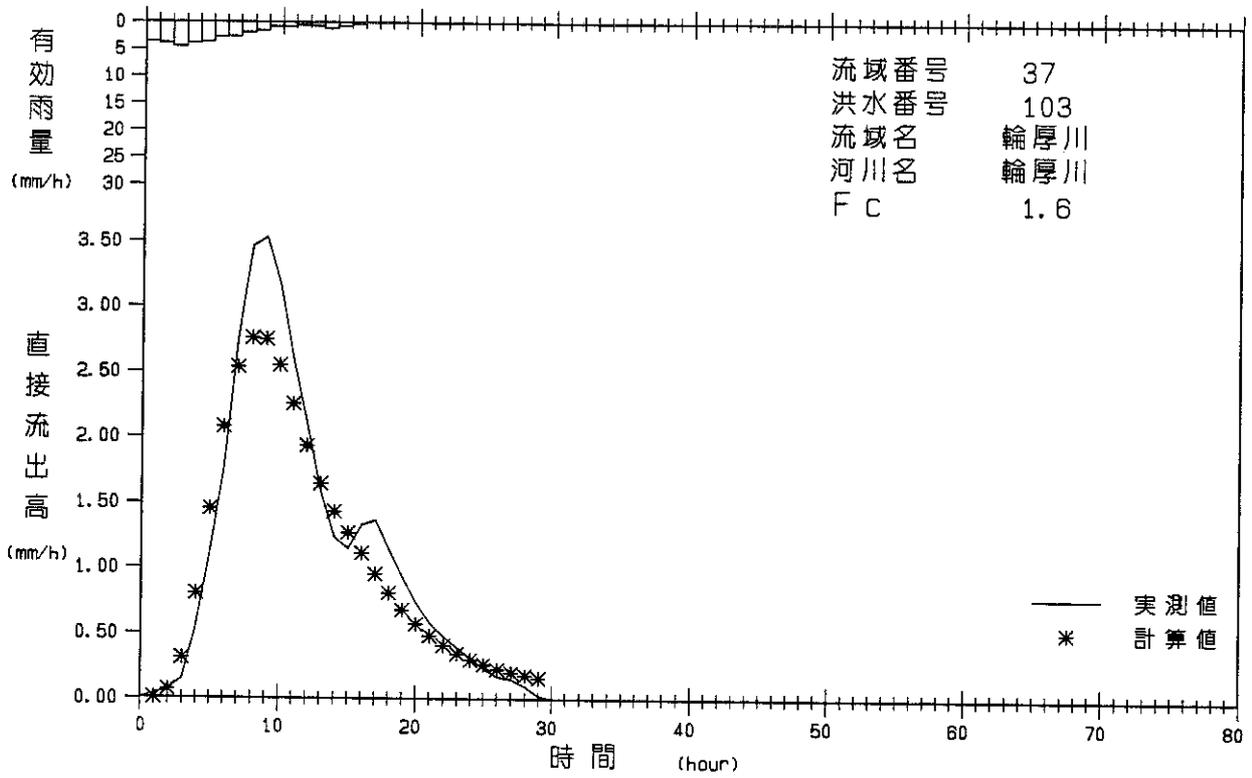
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



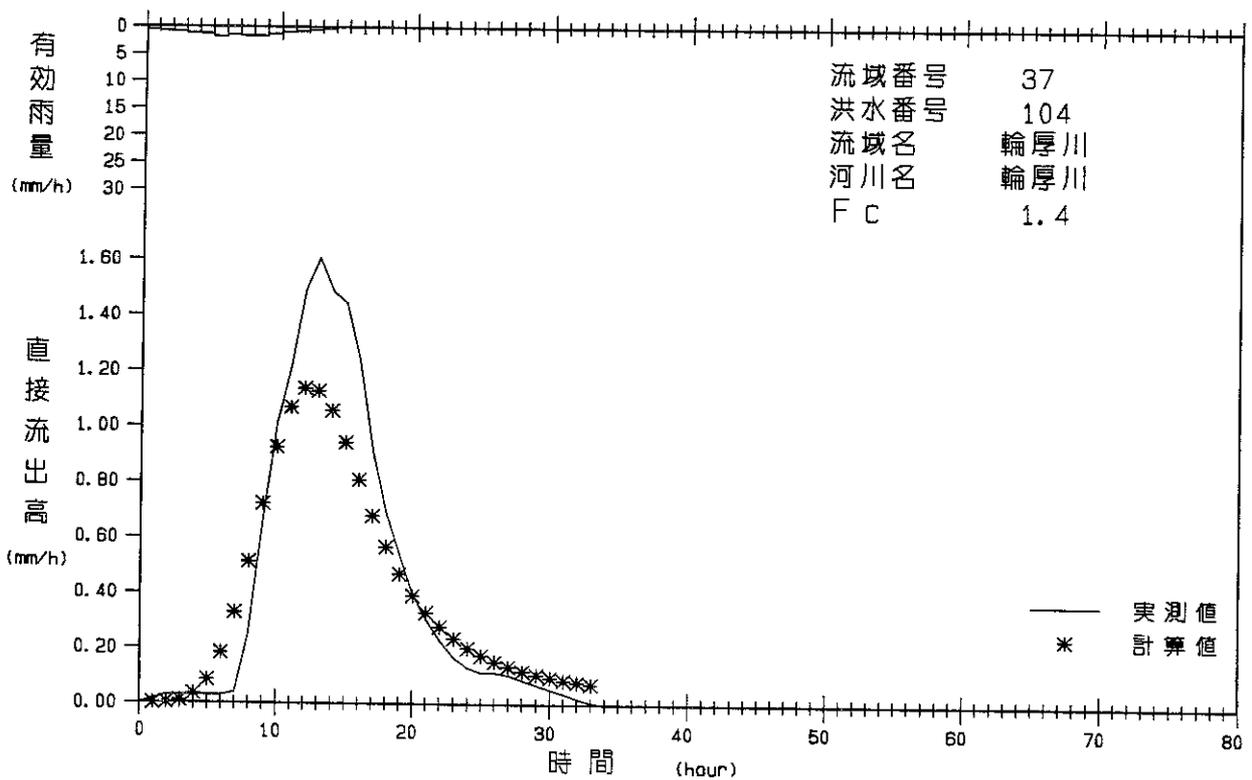
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



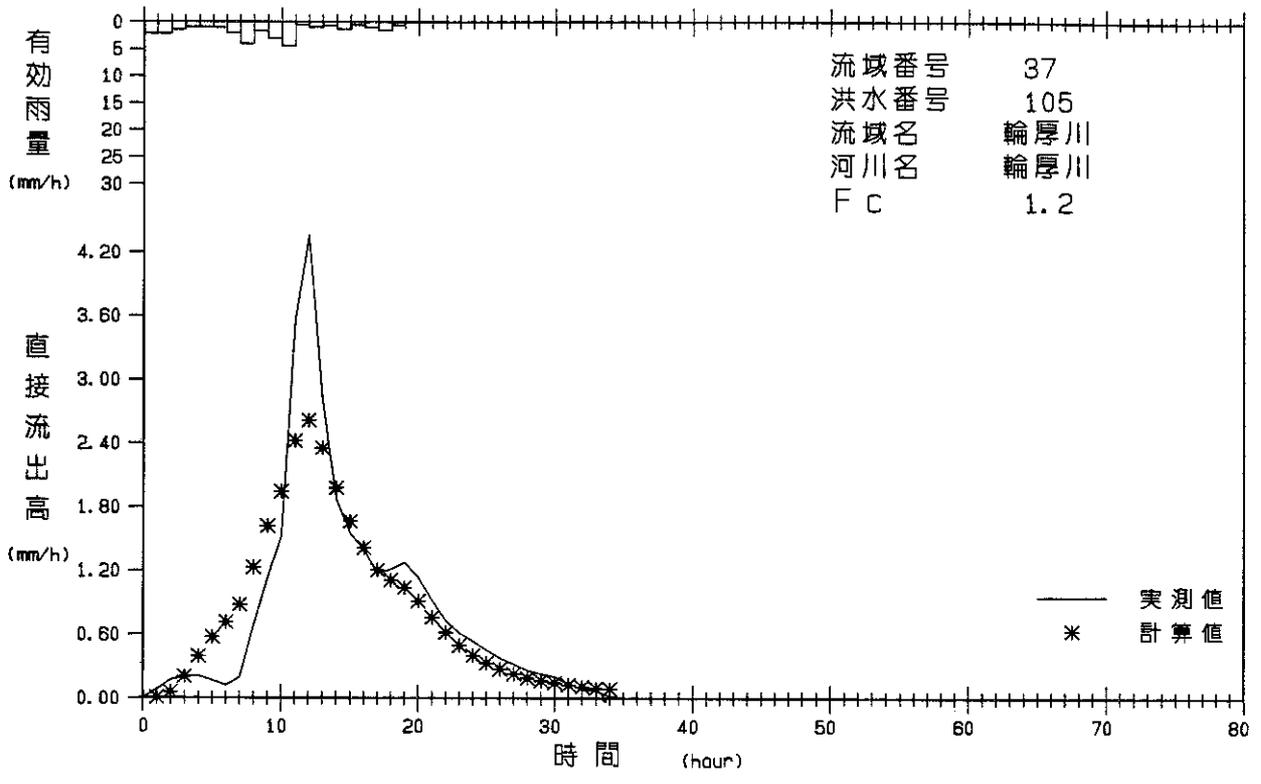
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



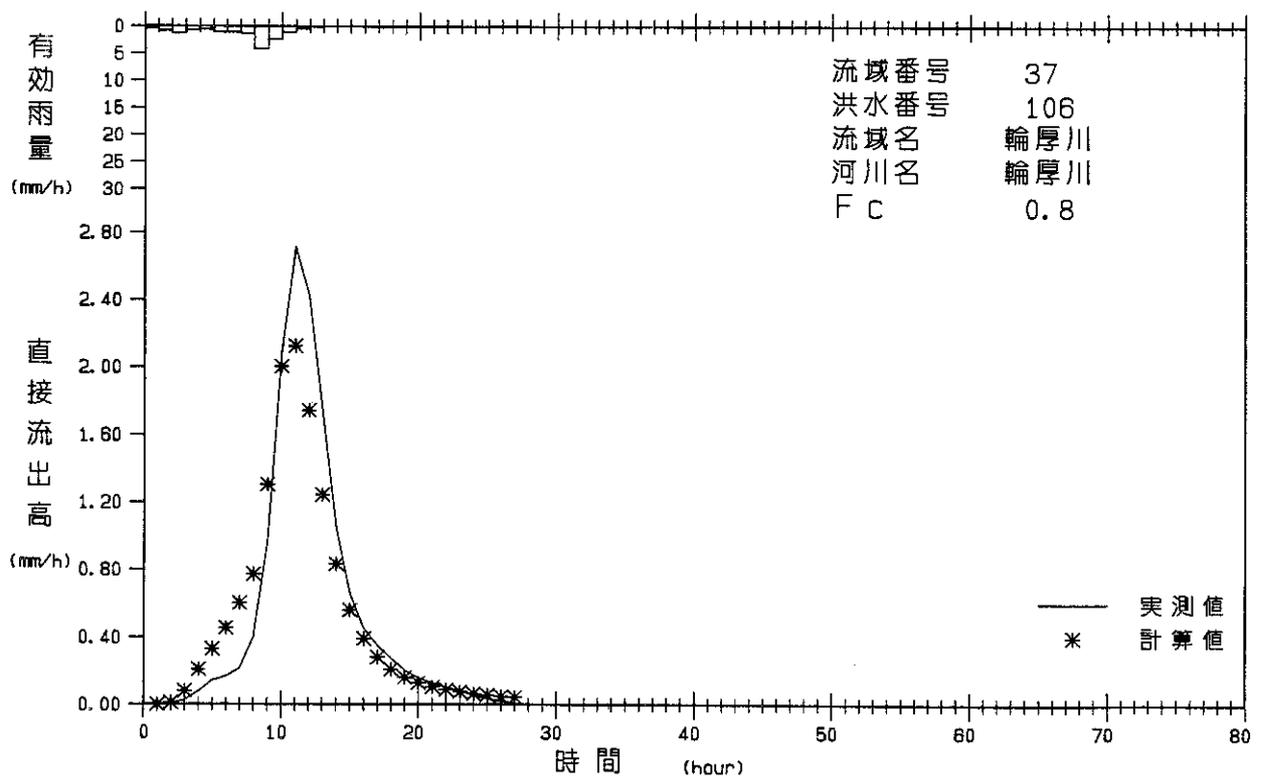
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



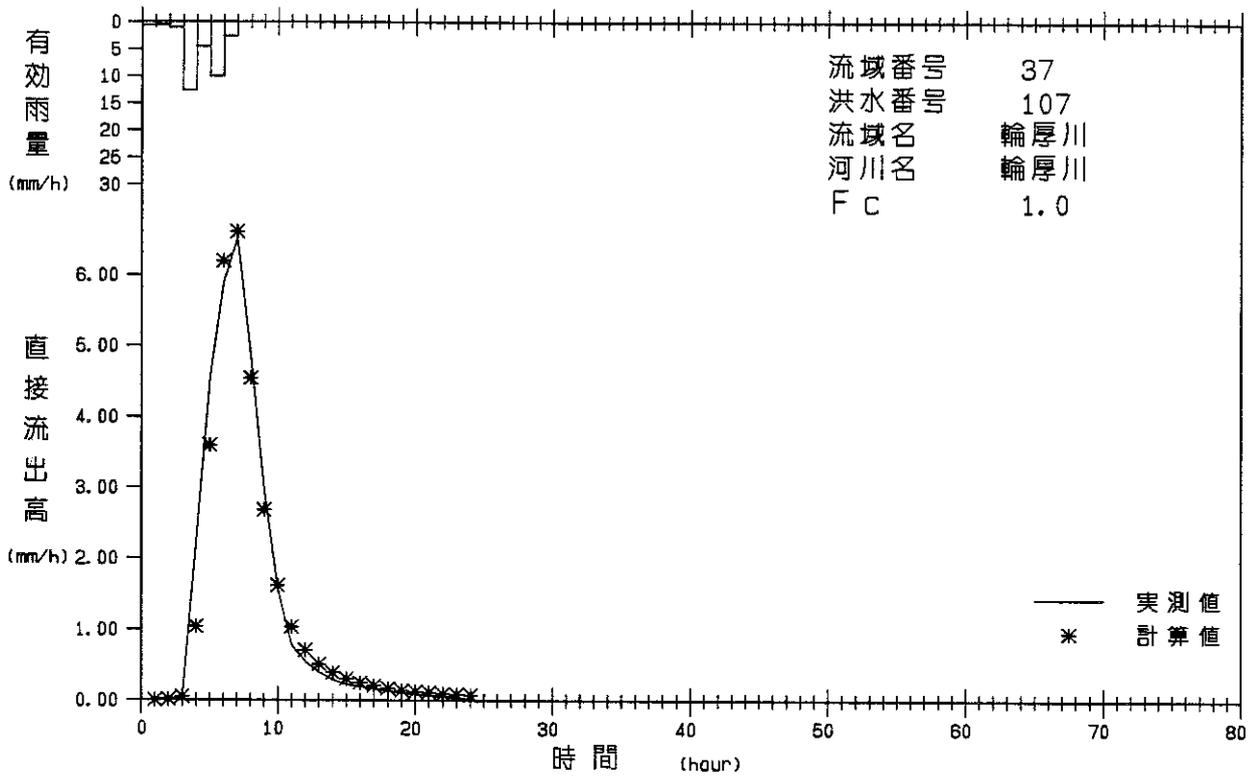
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



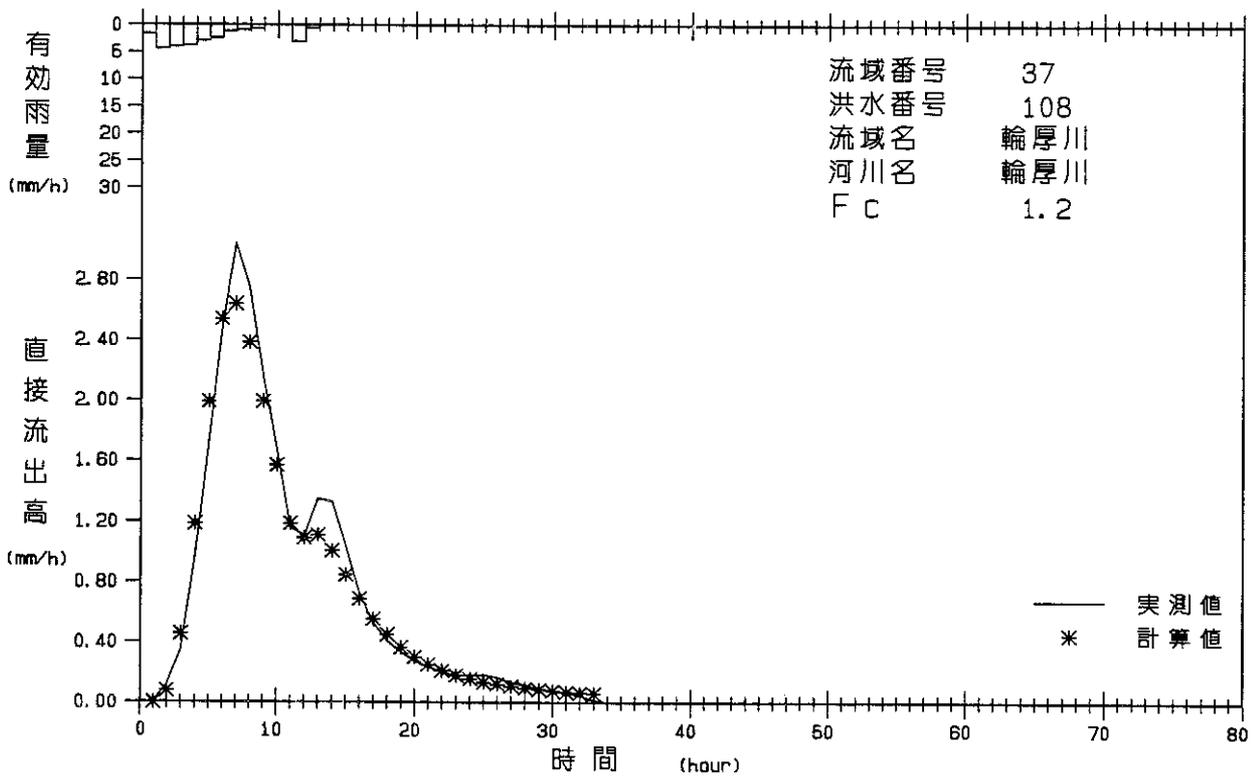
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



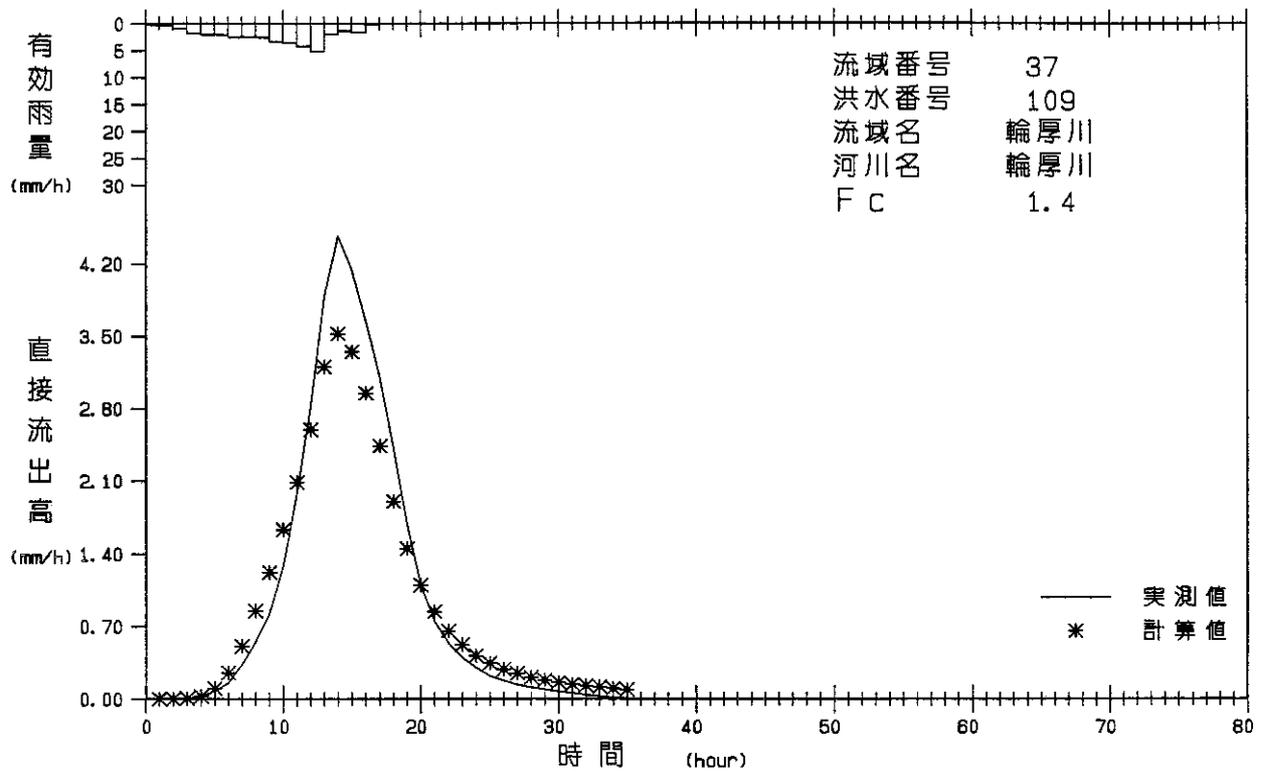
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



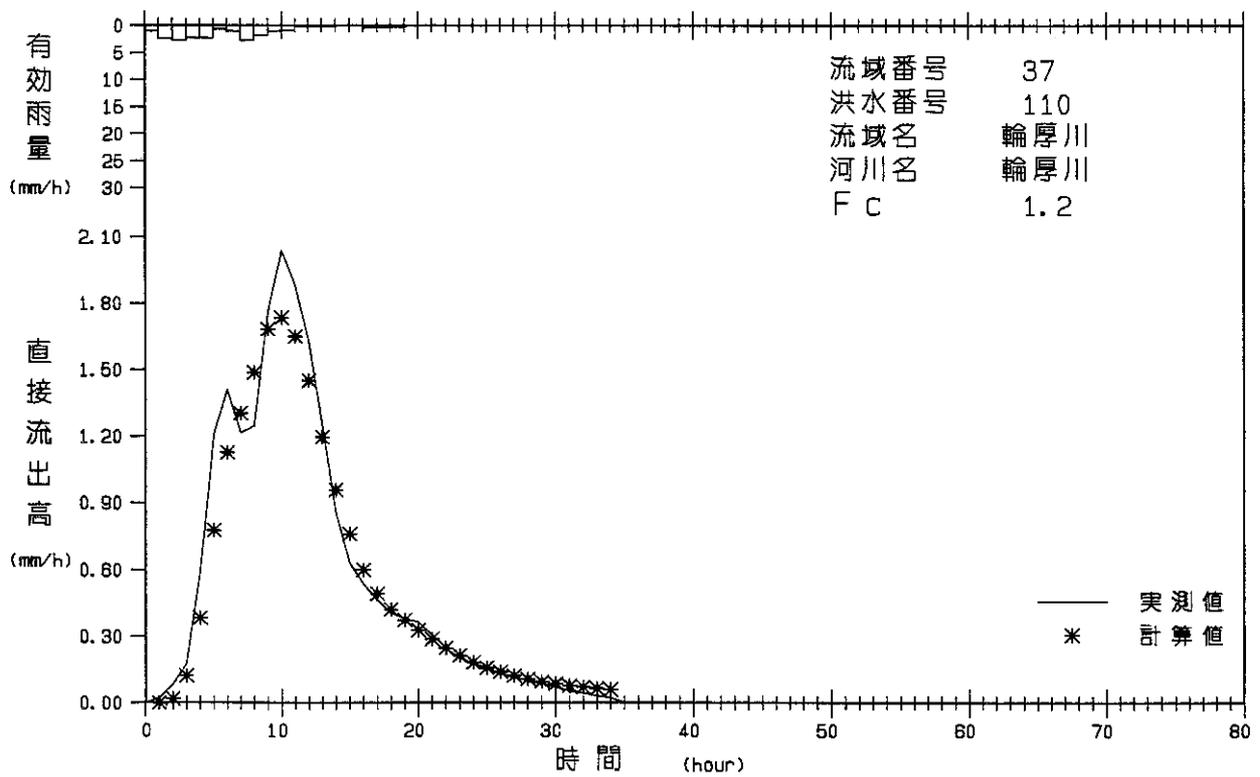
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



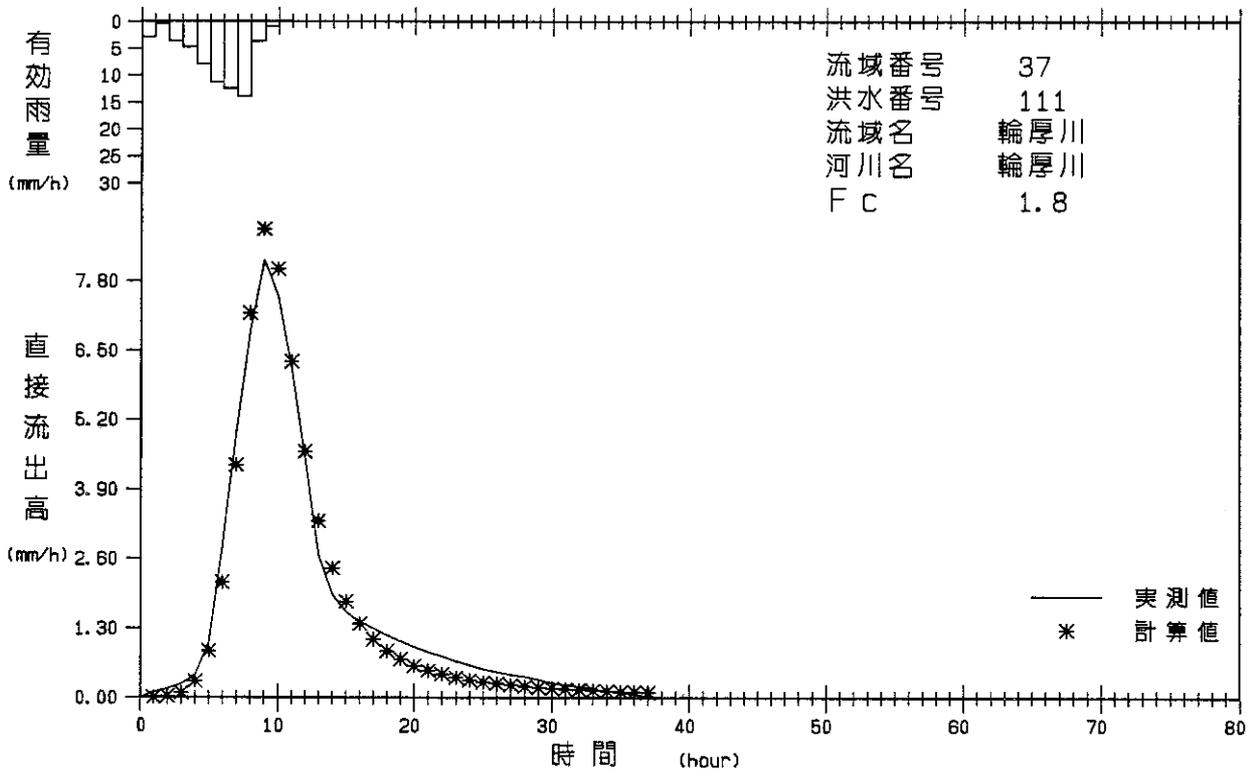
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



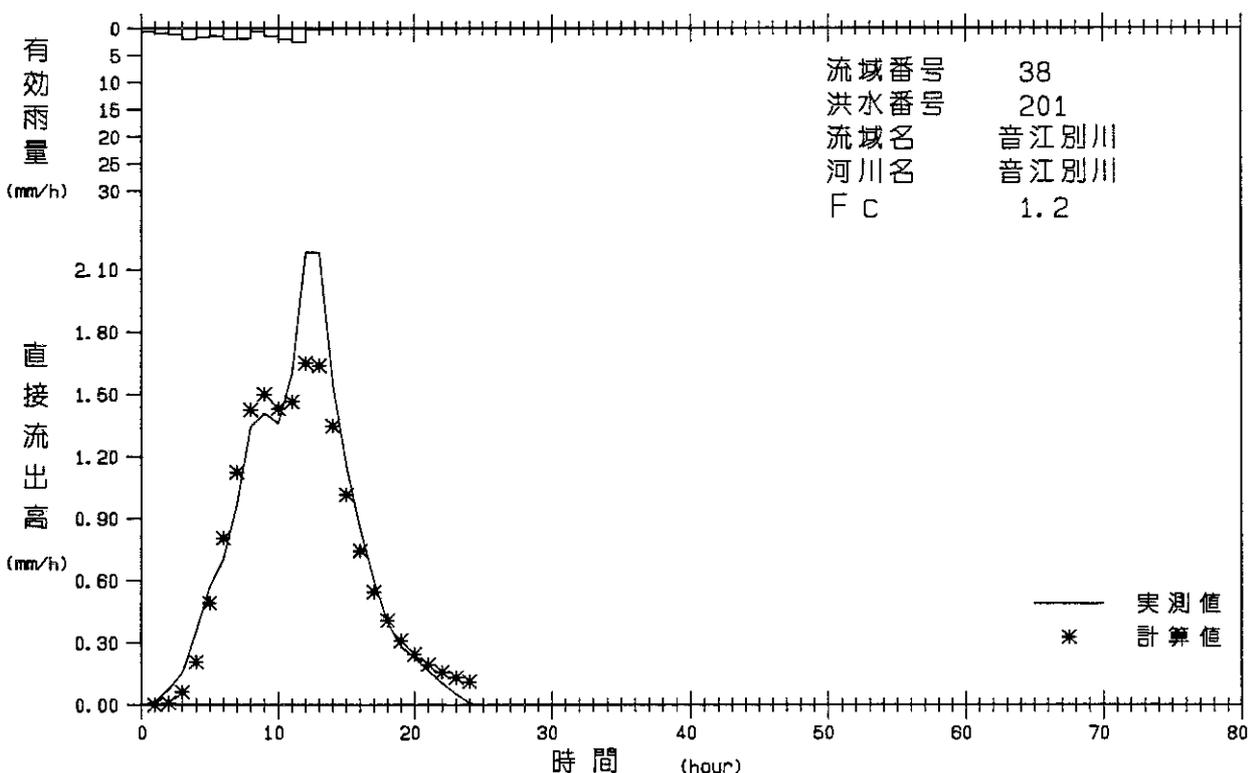
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



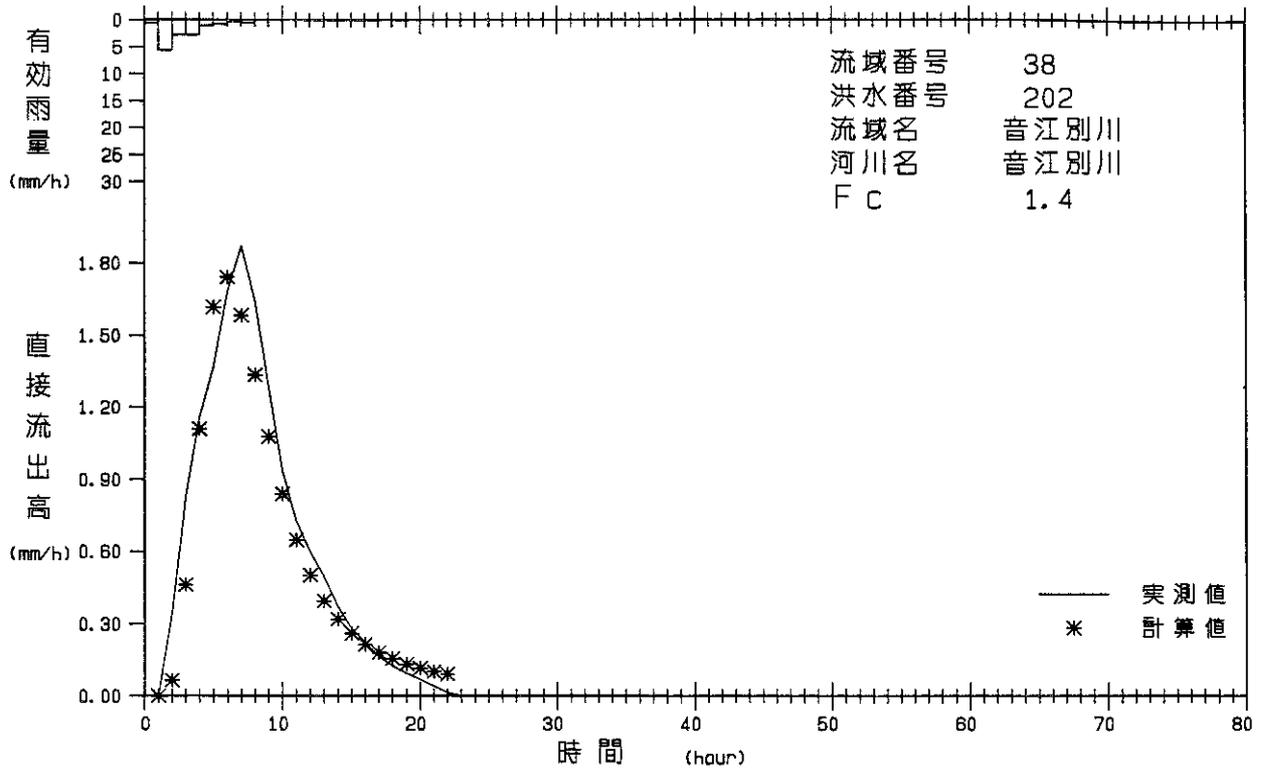
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



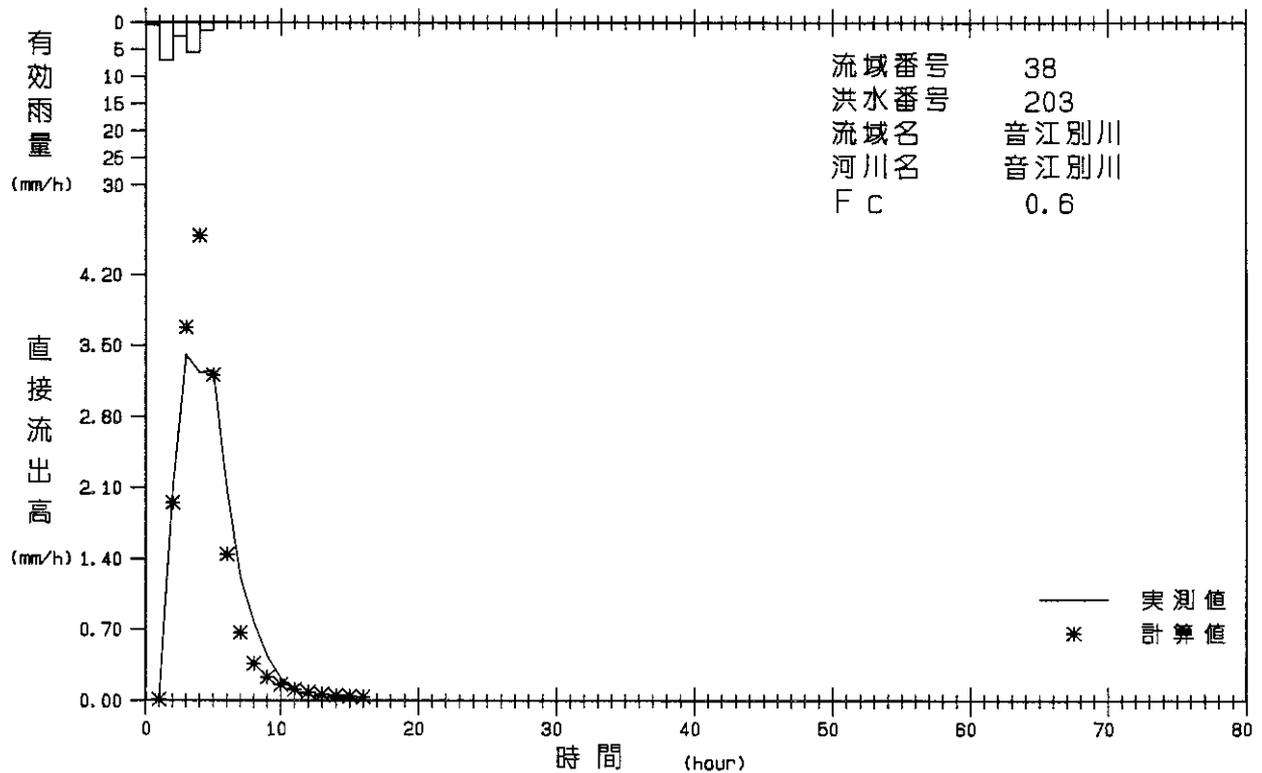
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



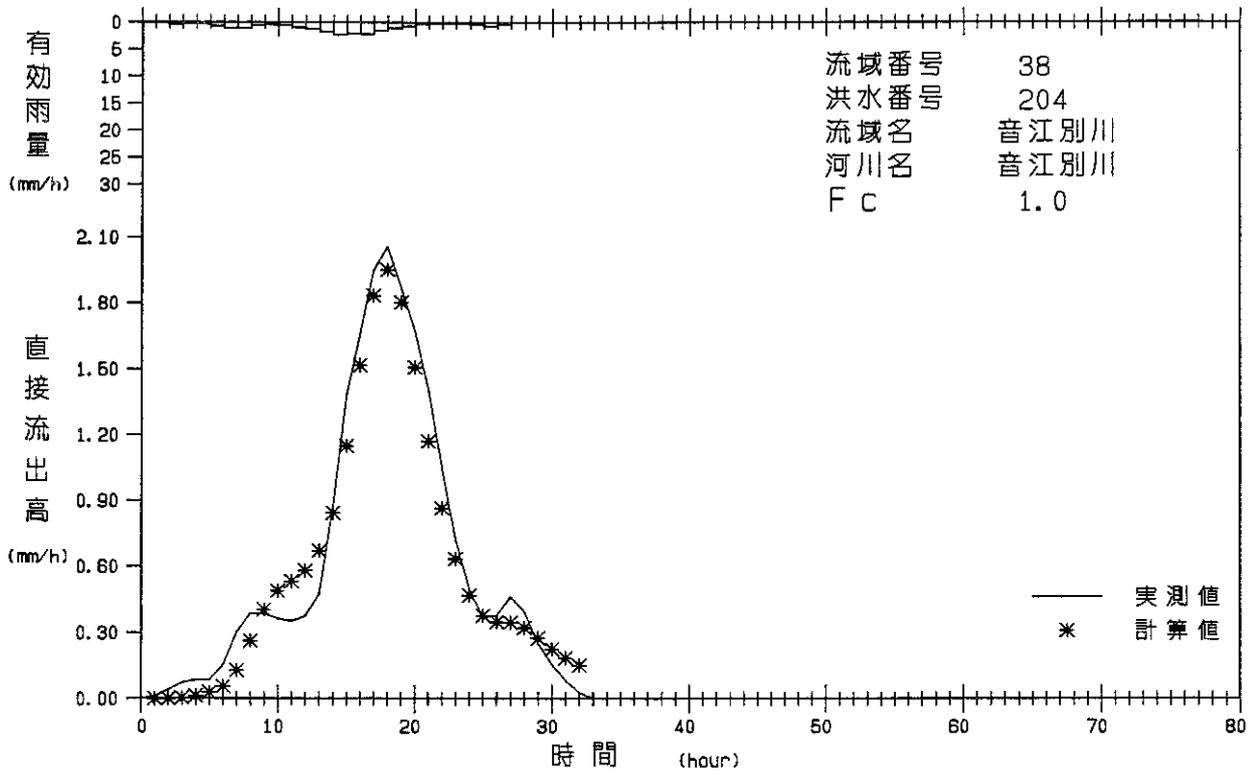
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



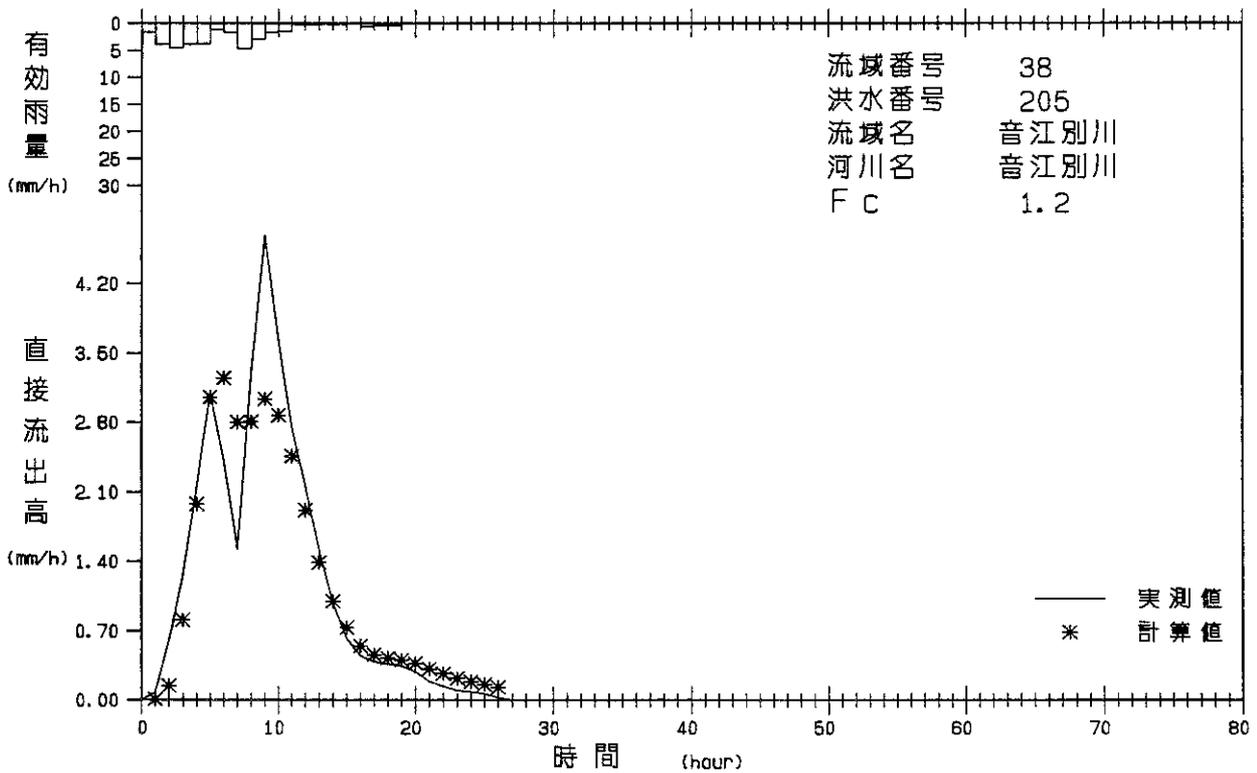
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



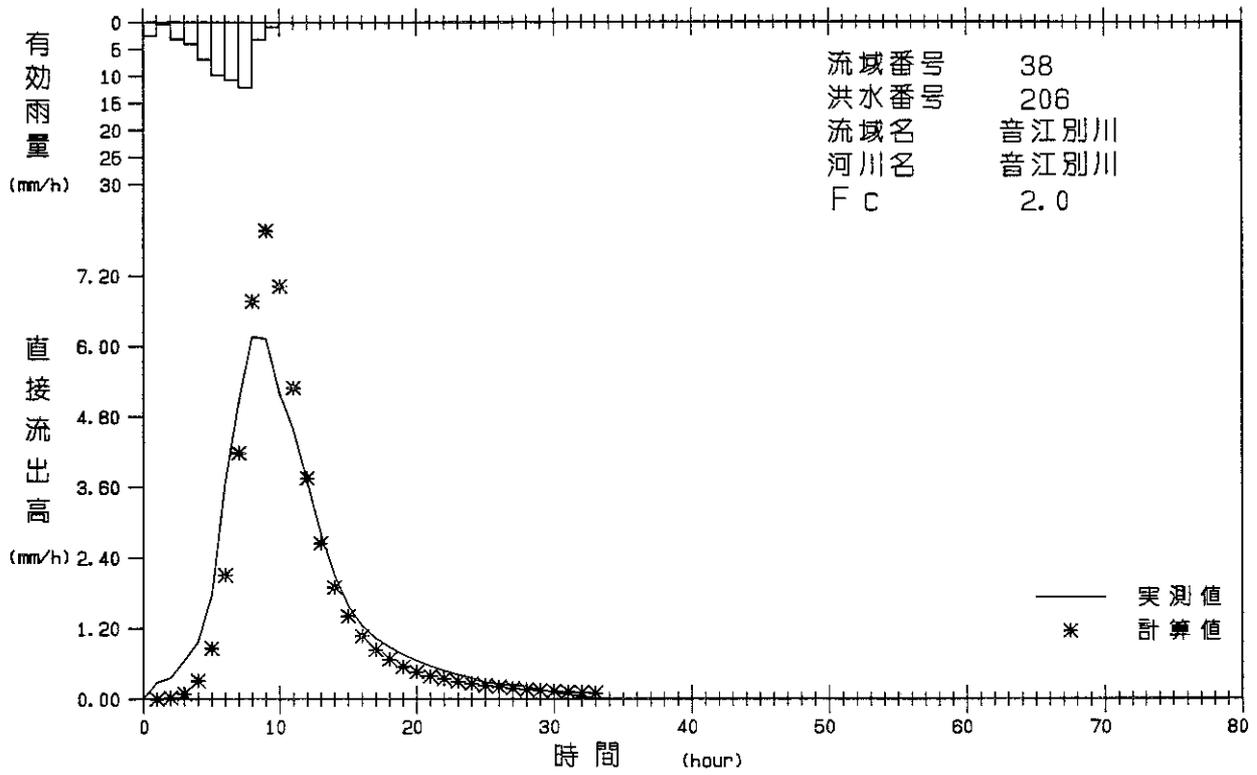
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



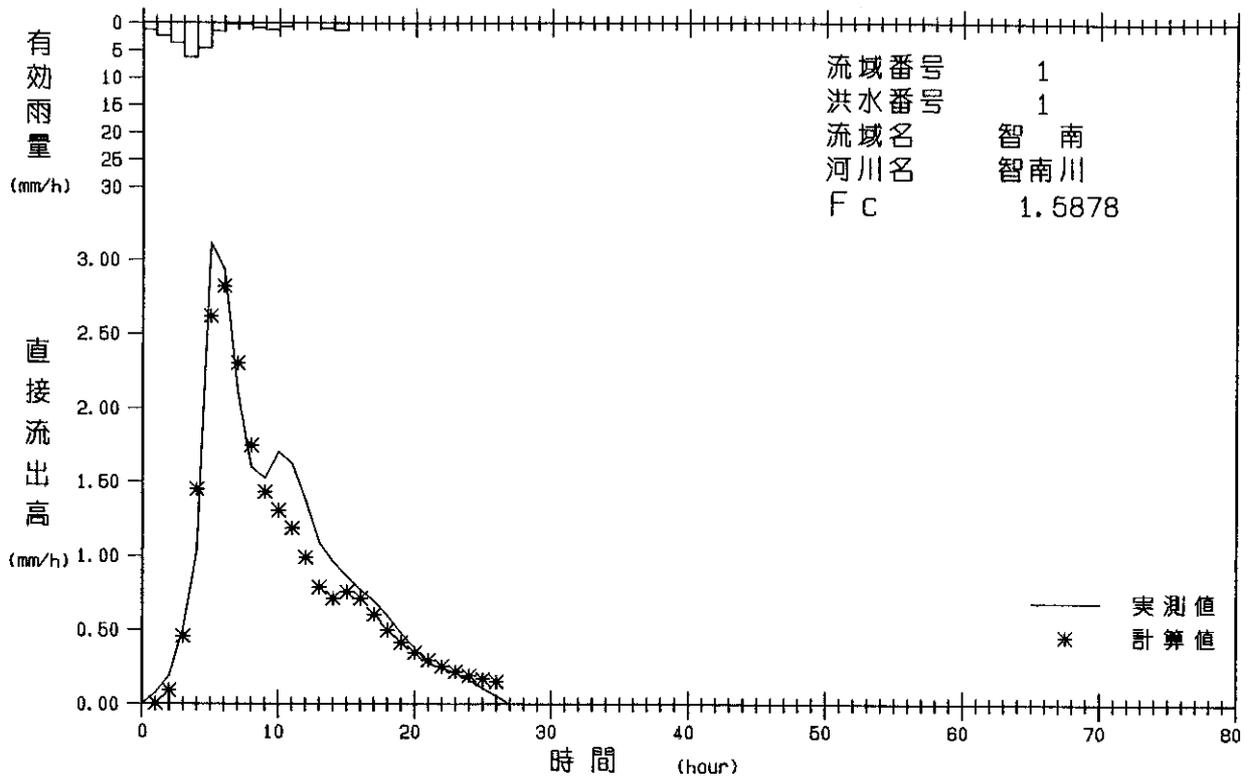
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



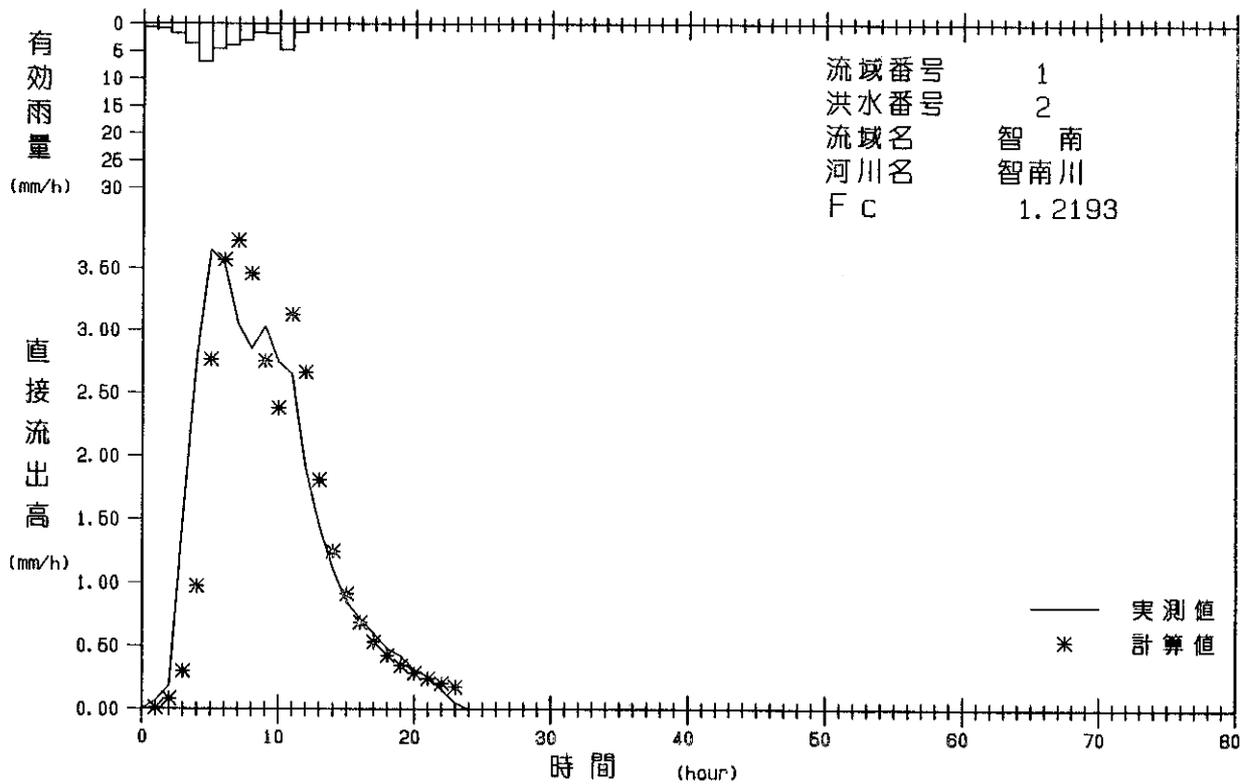
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図

補遺 2

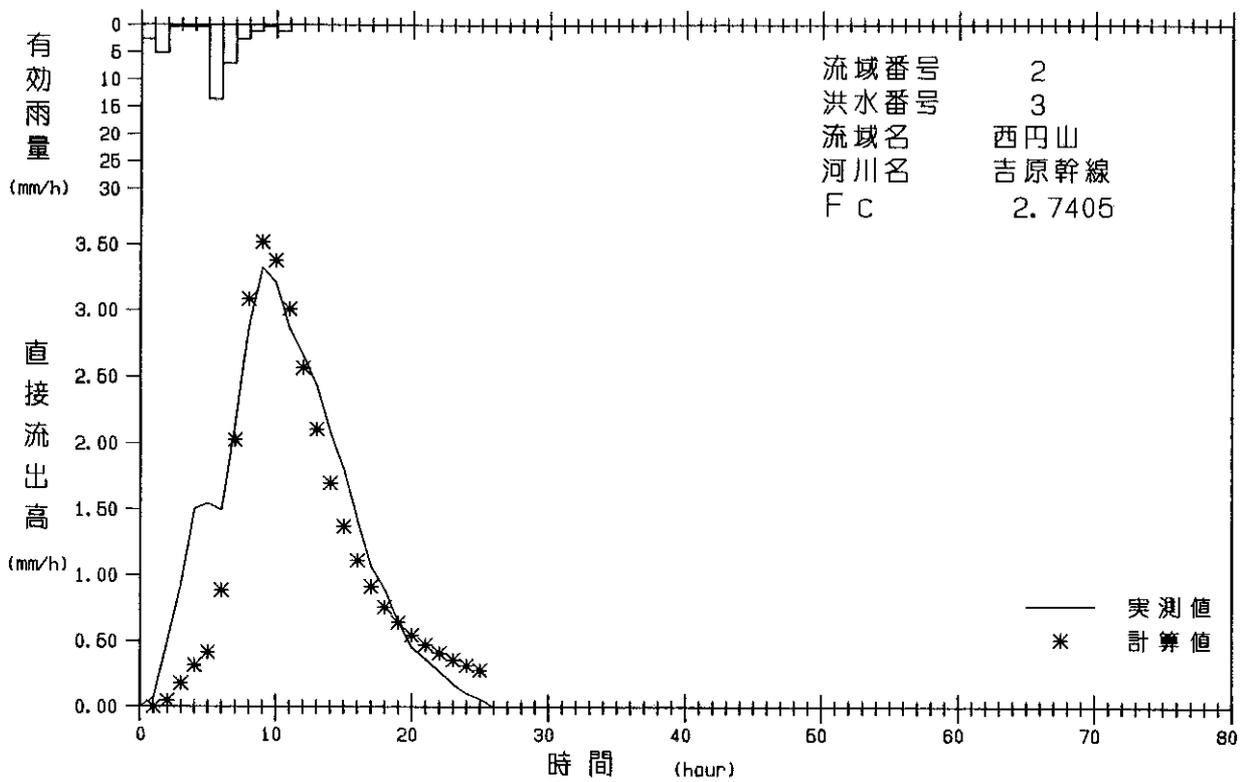
二次元探索 k_1 と k_2 の最適値による
実測・計算流出高の比較



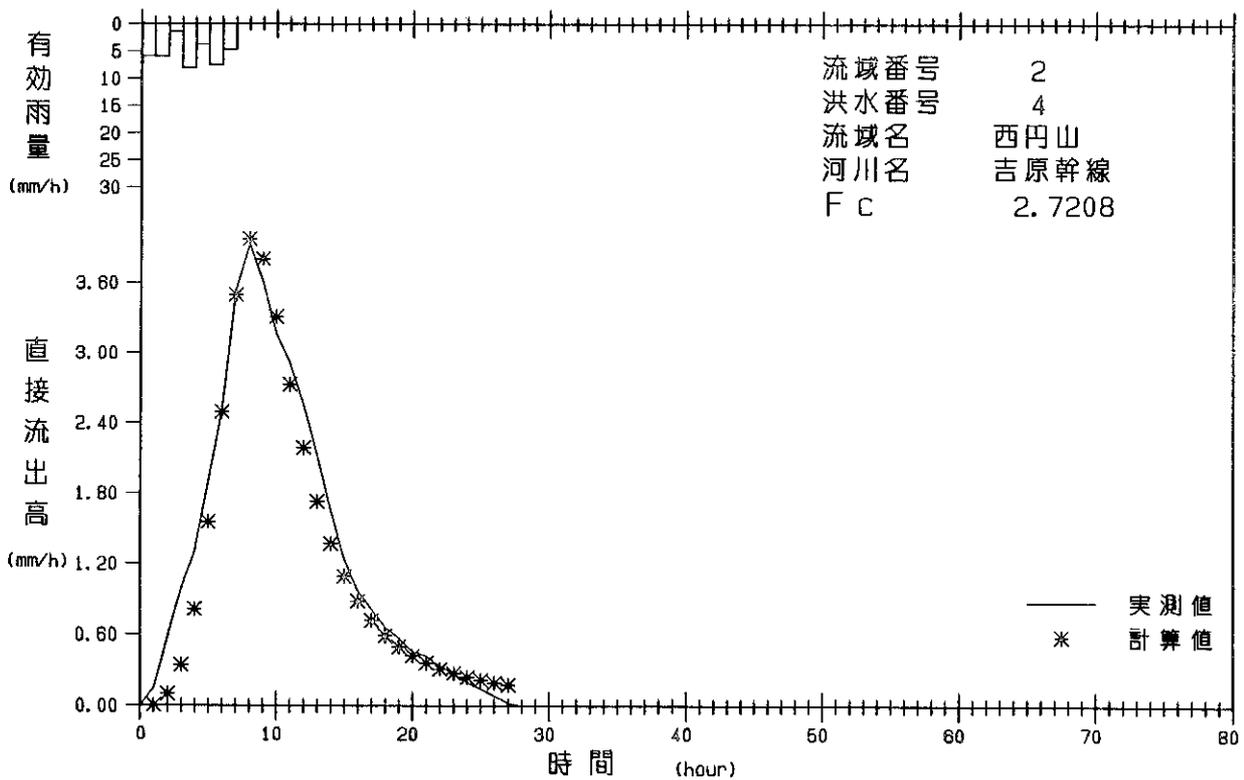
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



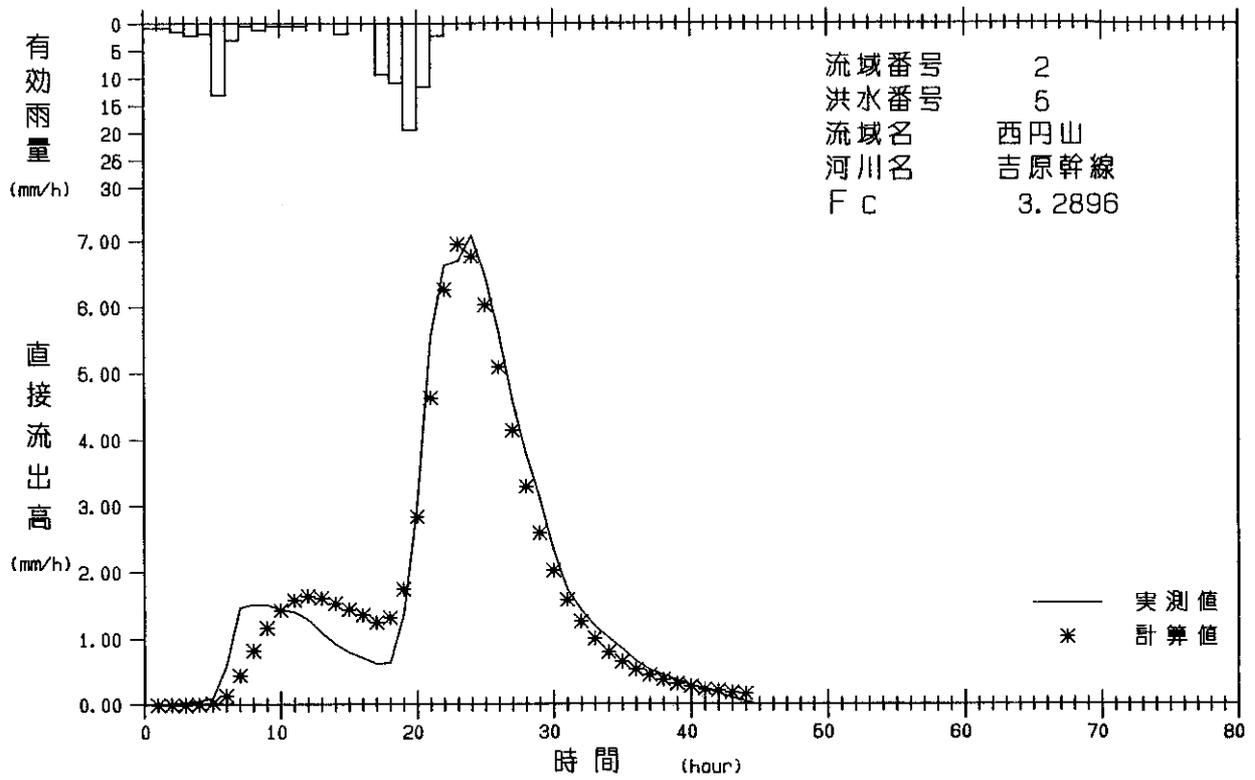
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



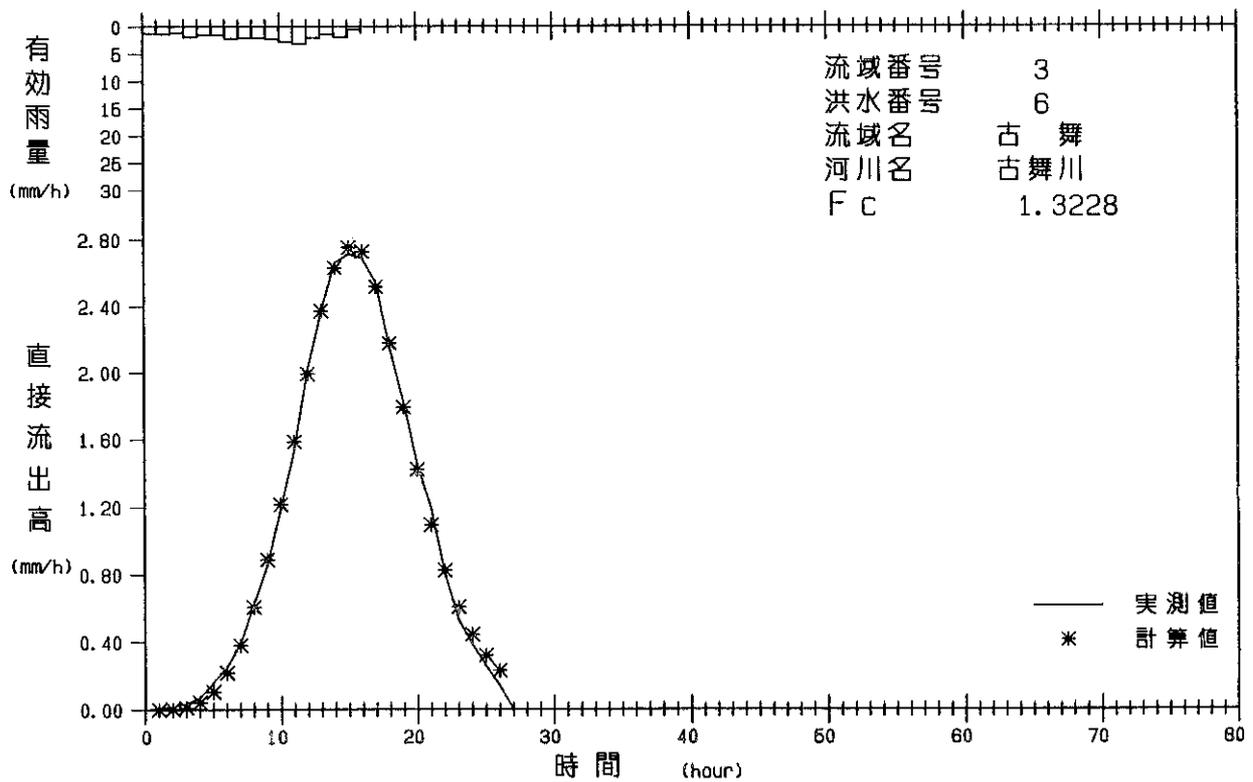
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



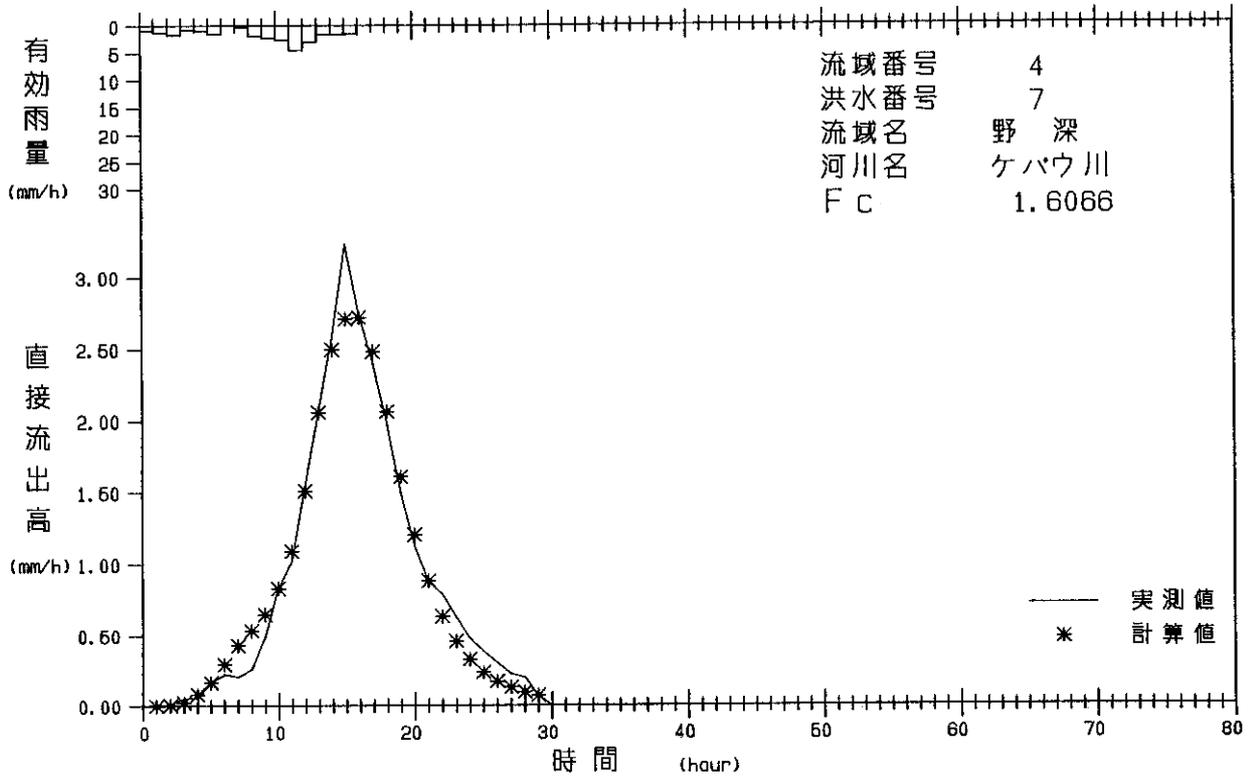
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



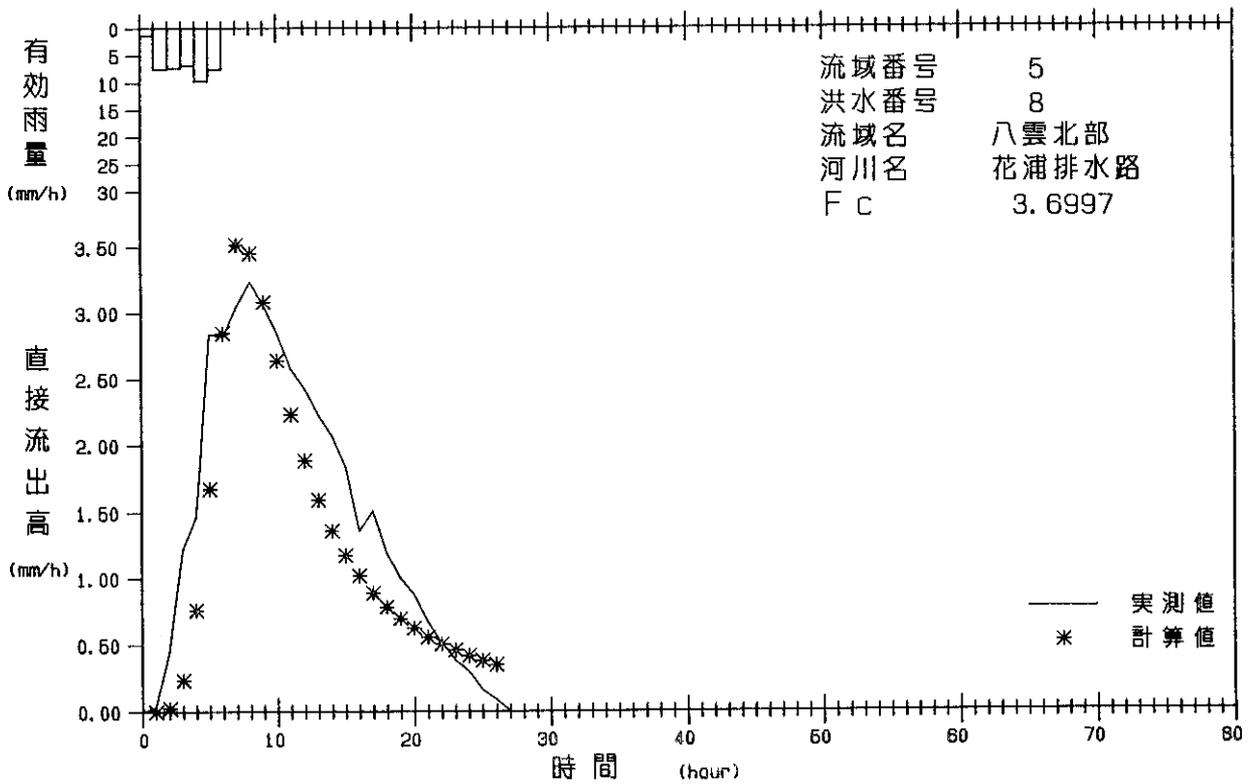
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



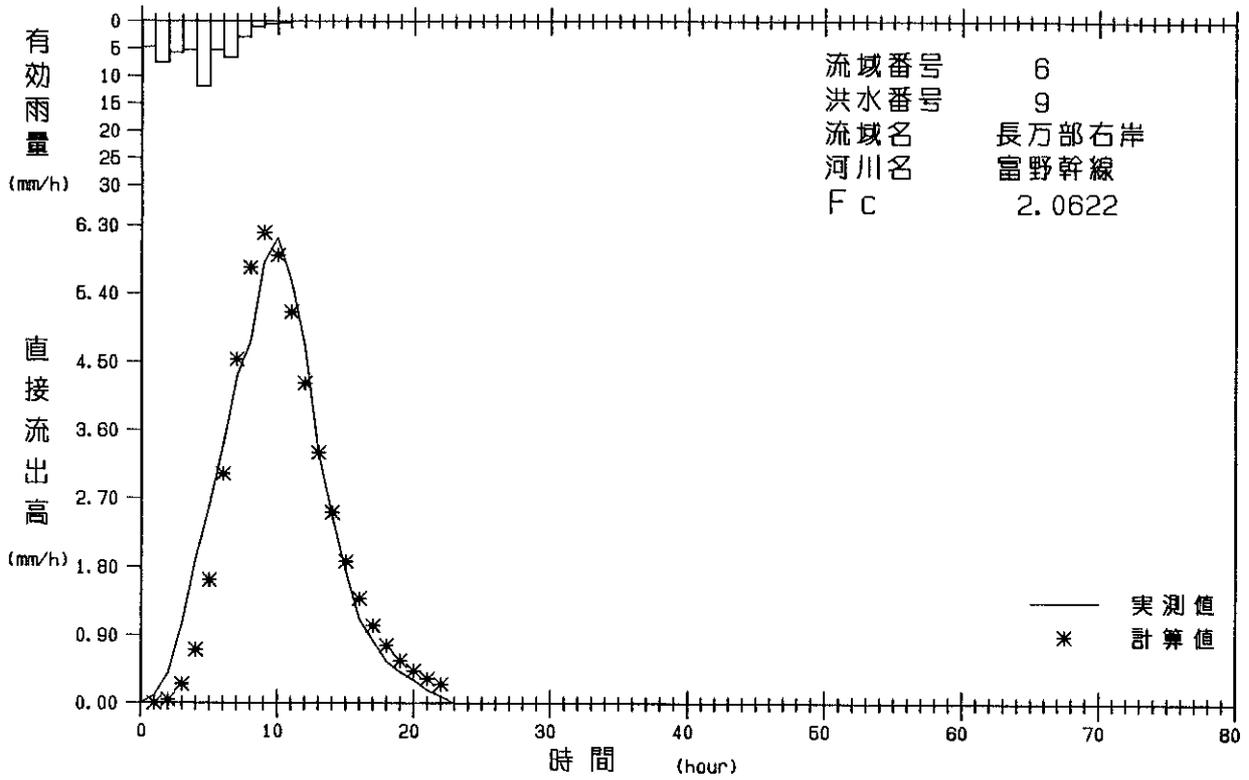
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



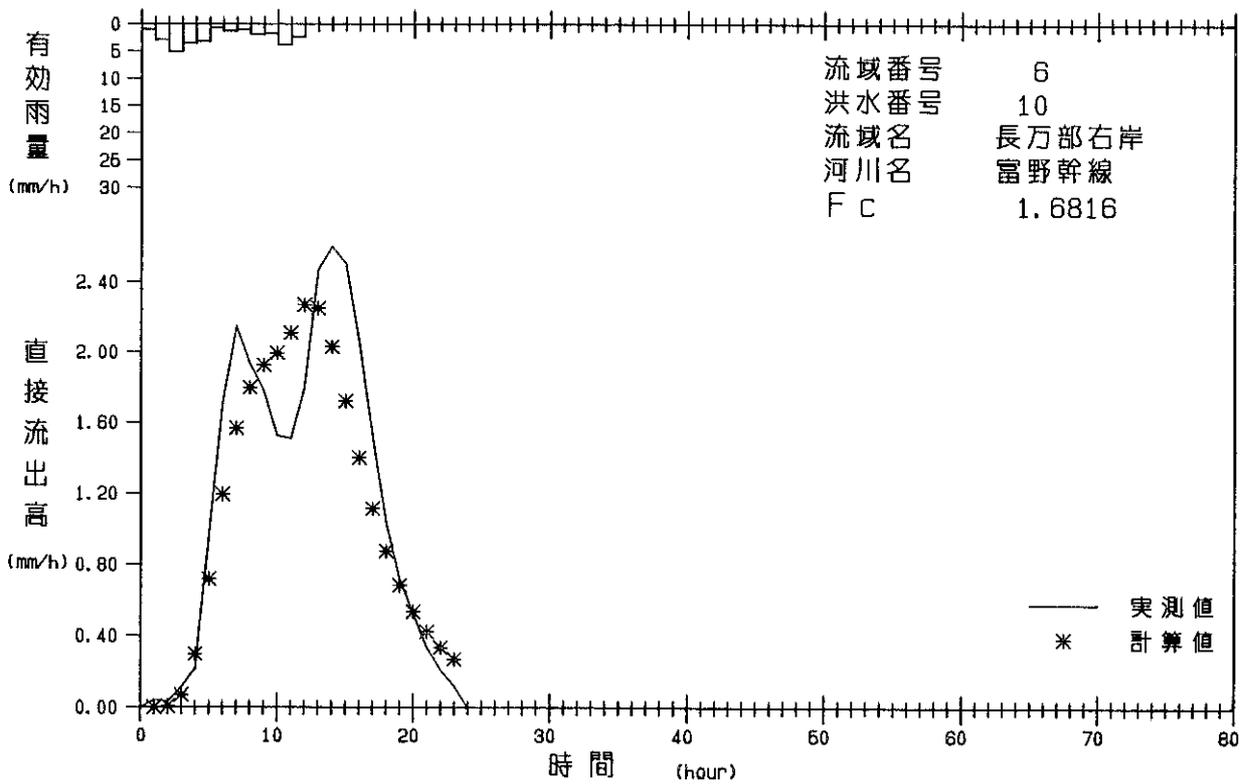
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



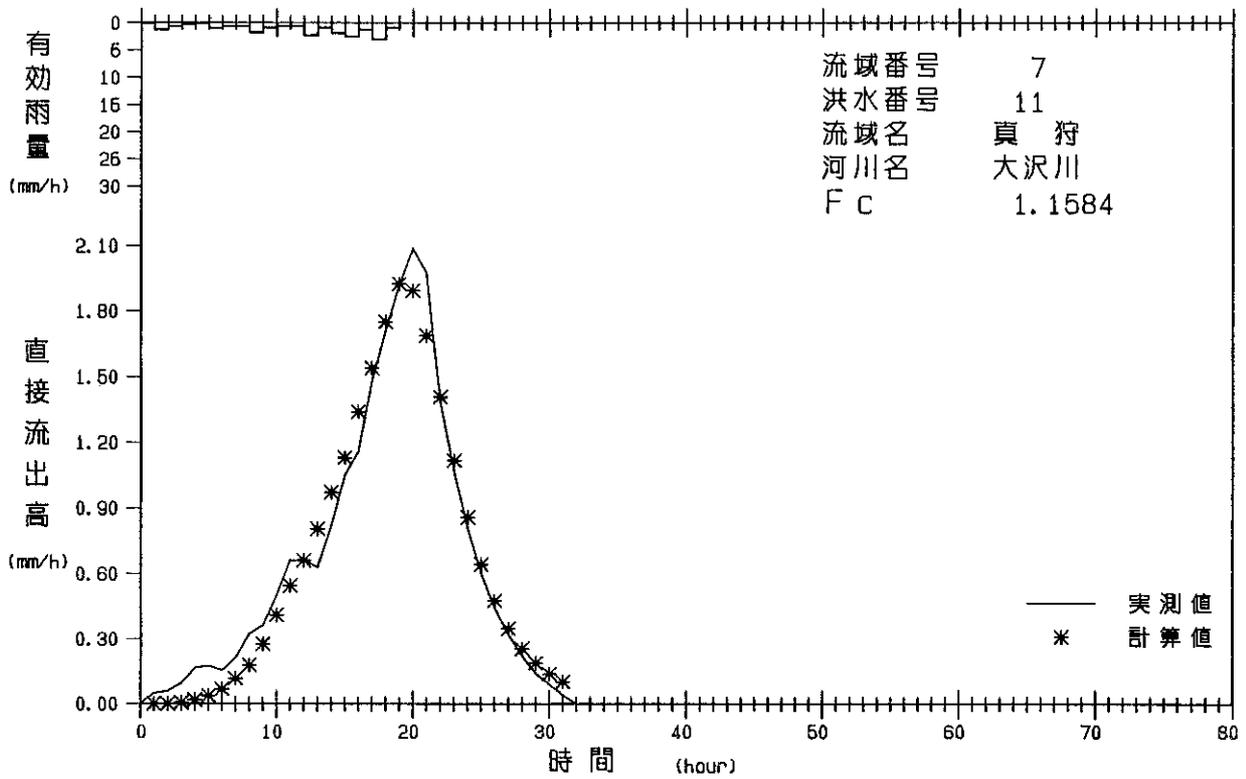
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



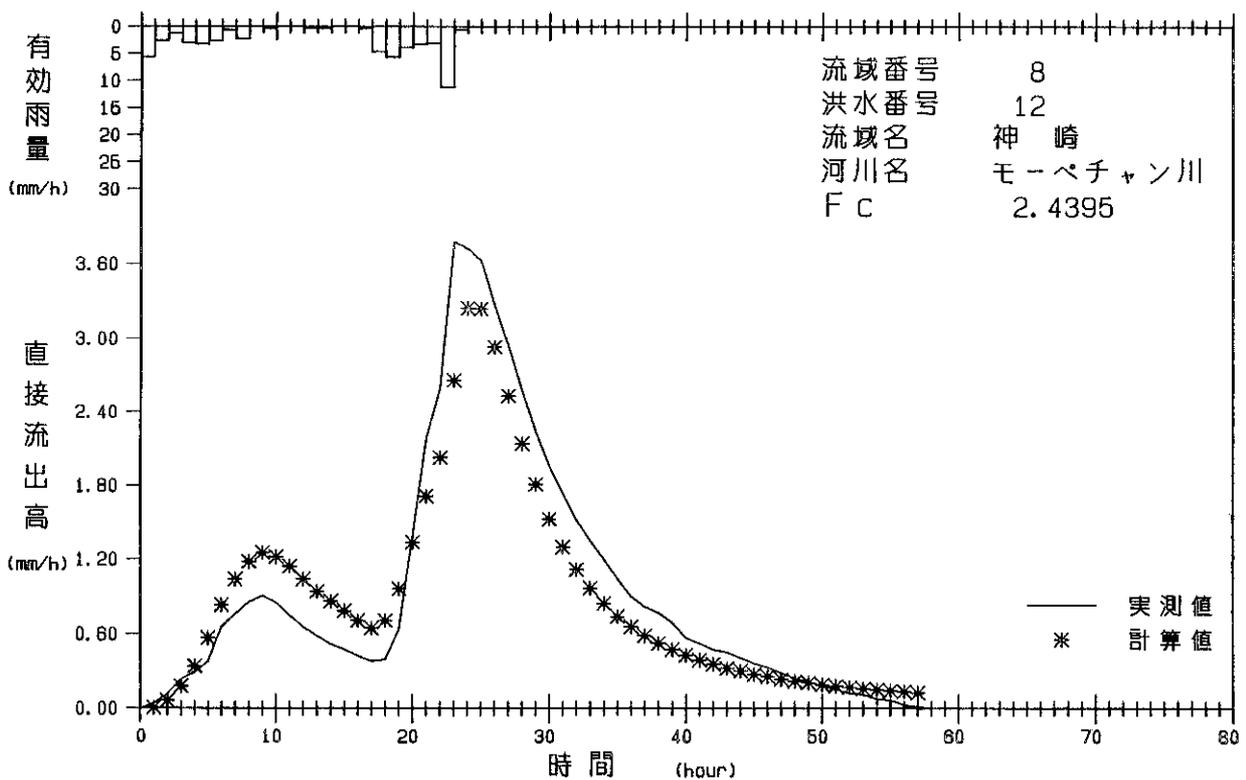
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



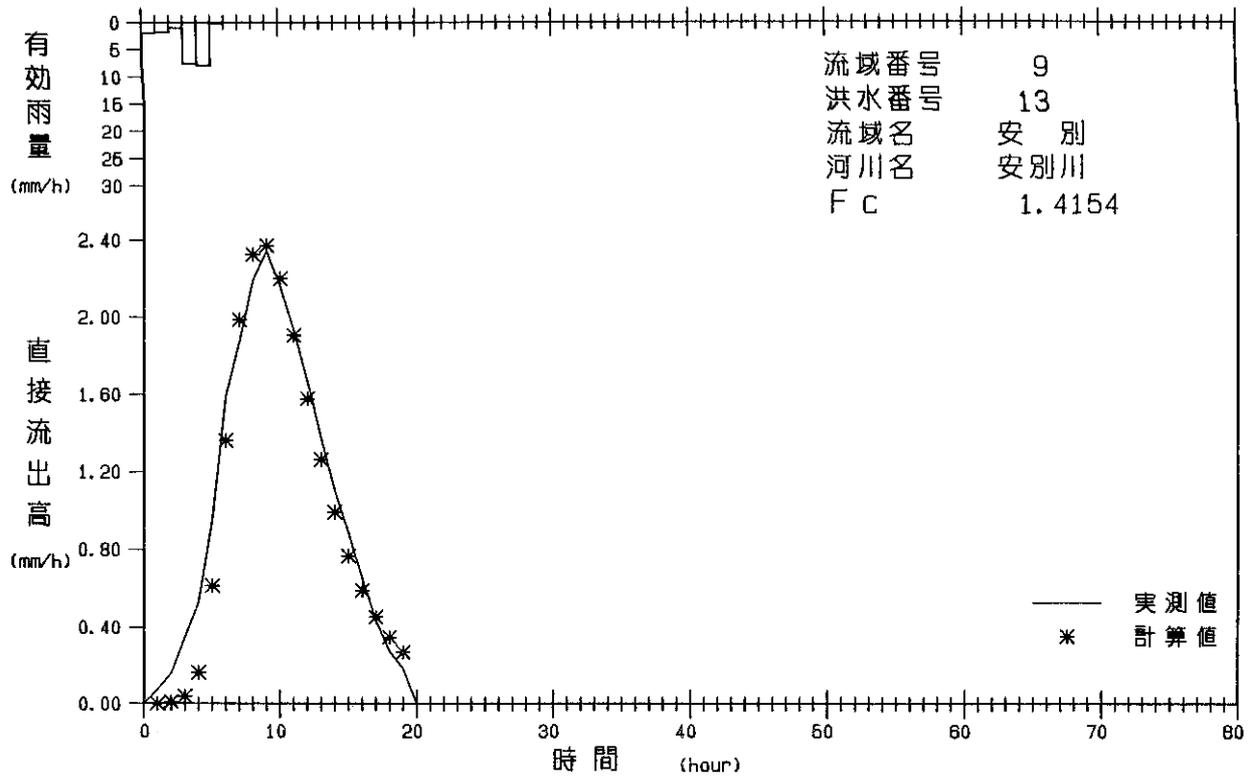
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



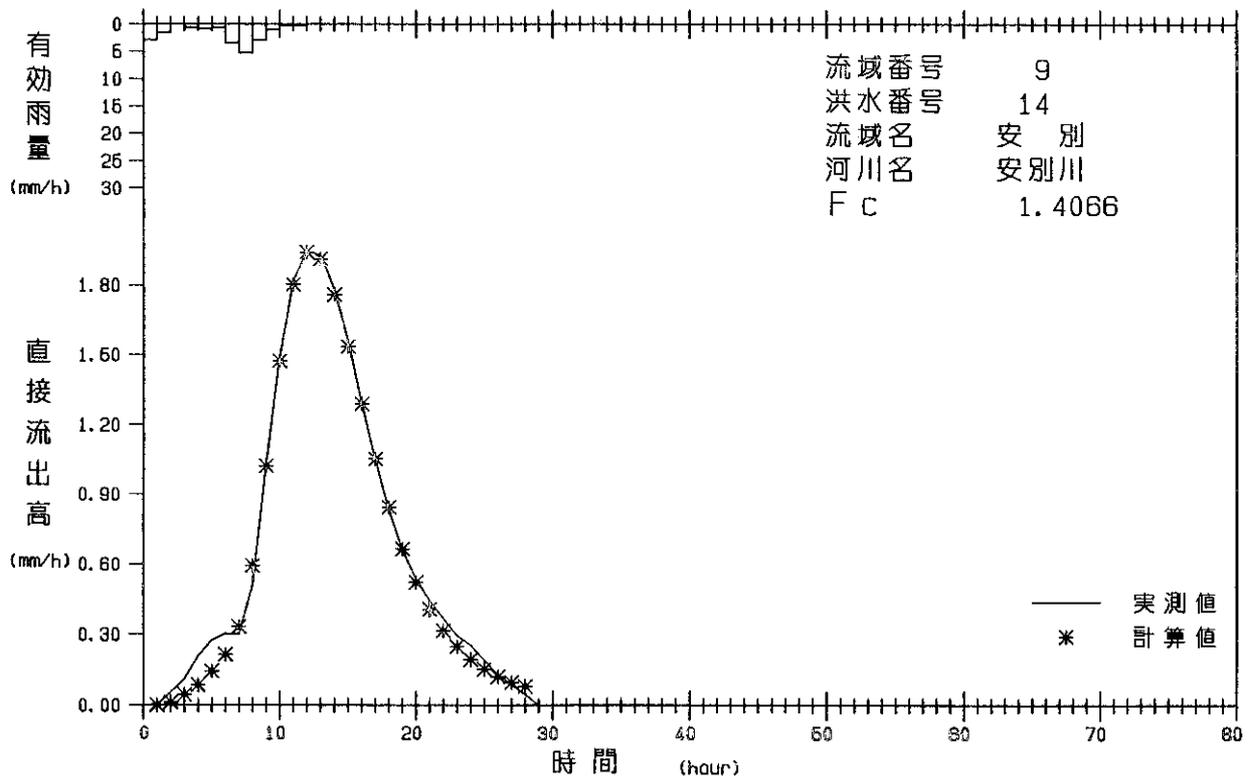
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



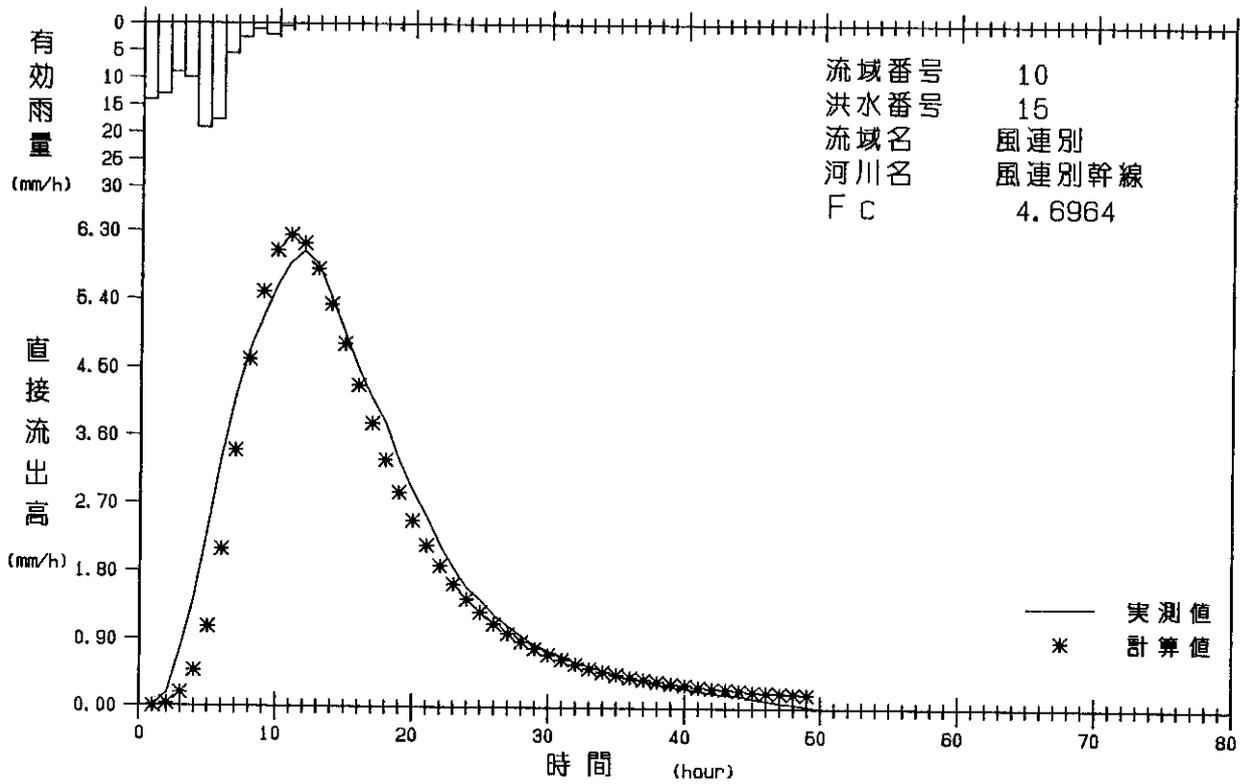
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



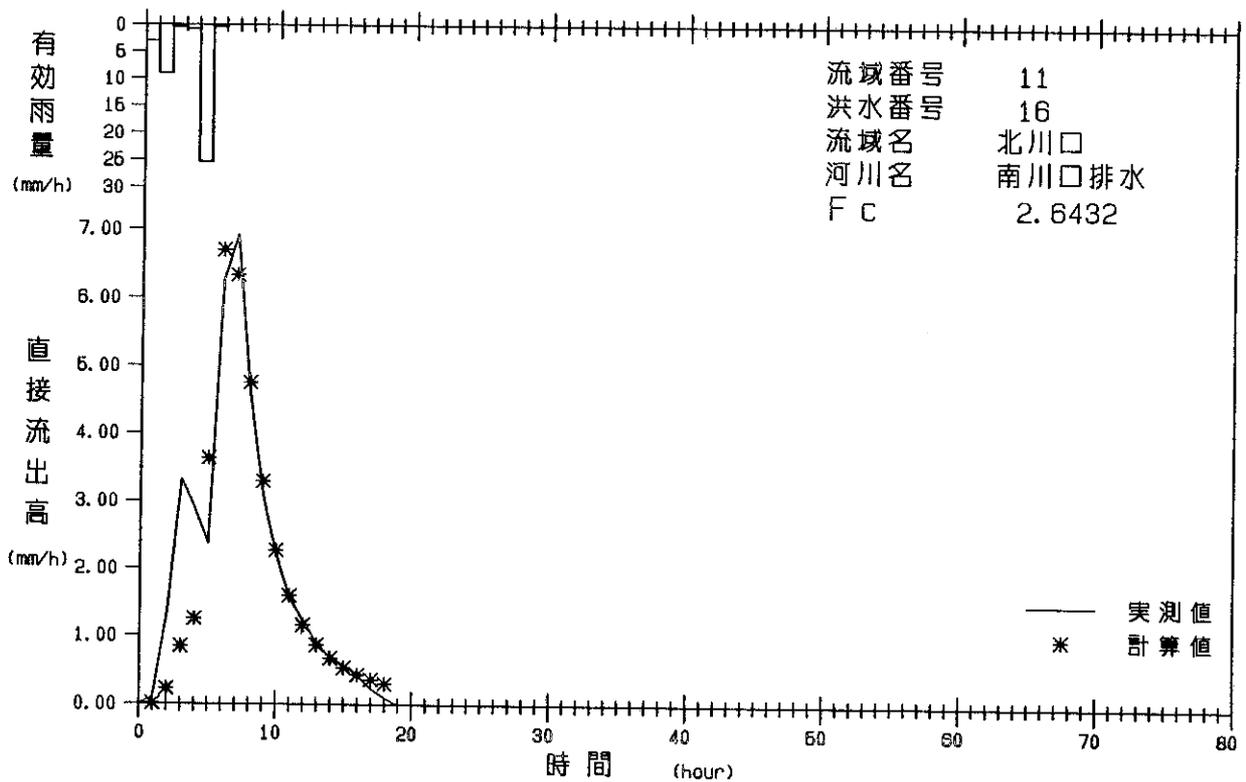
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



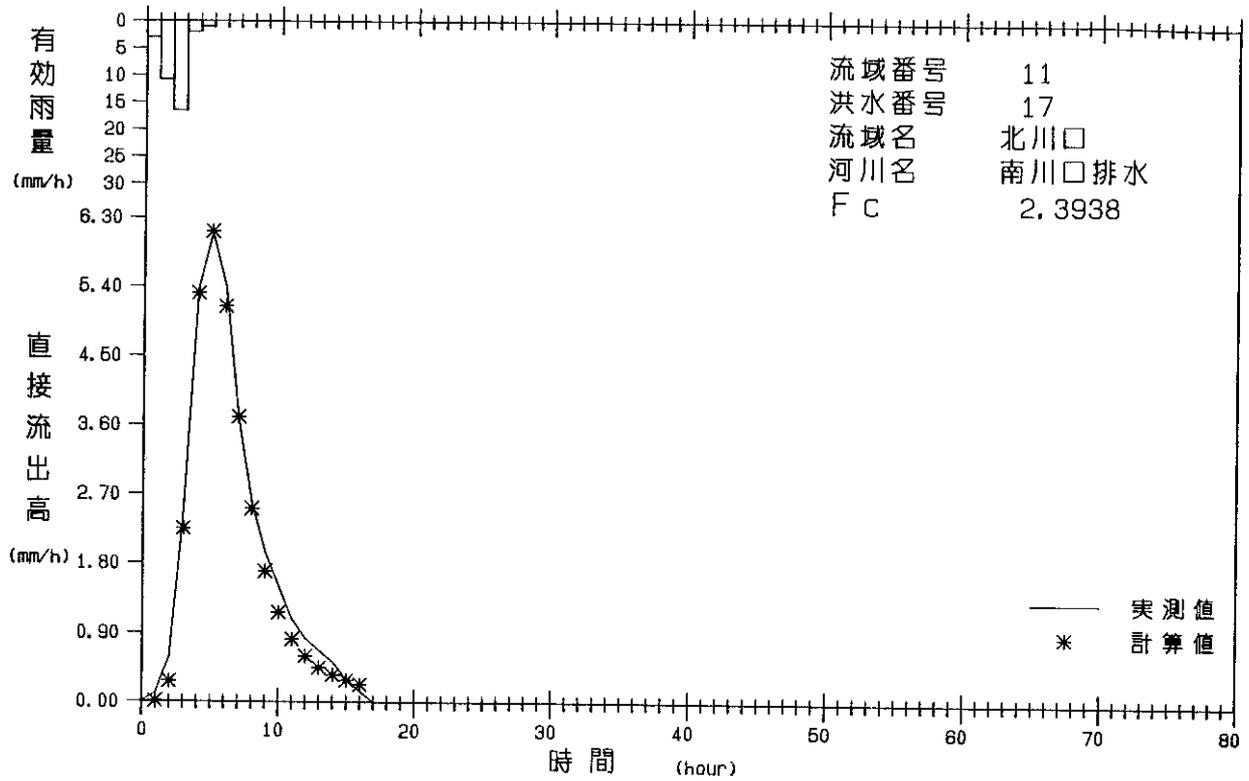
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



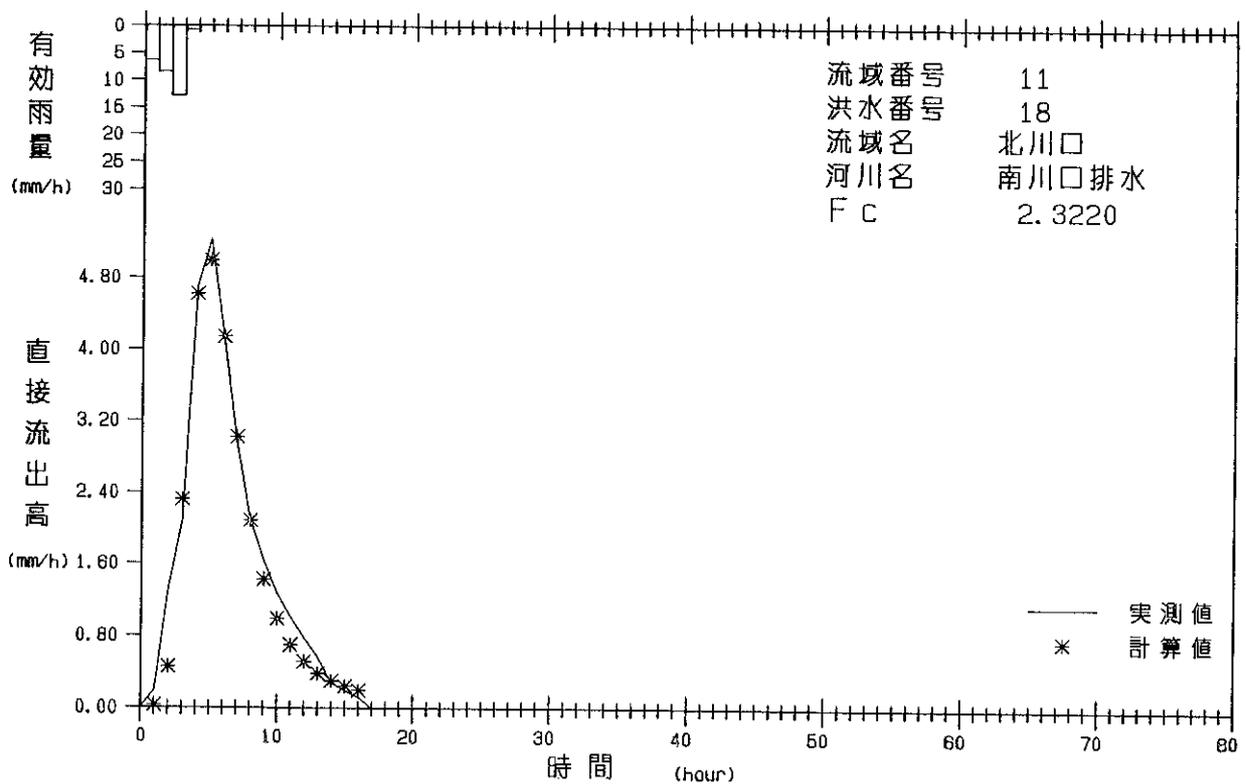
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



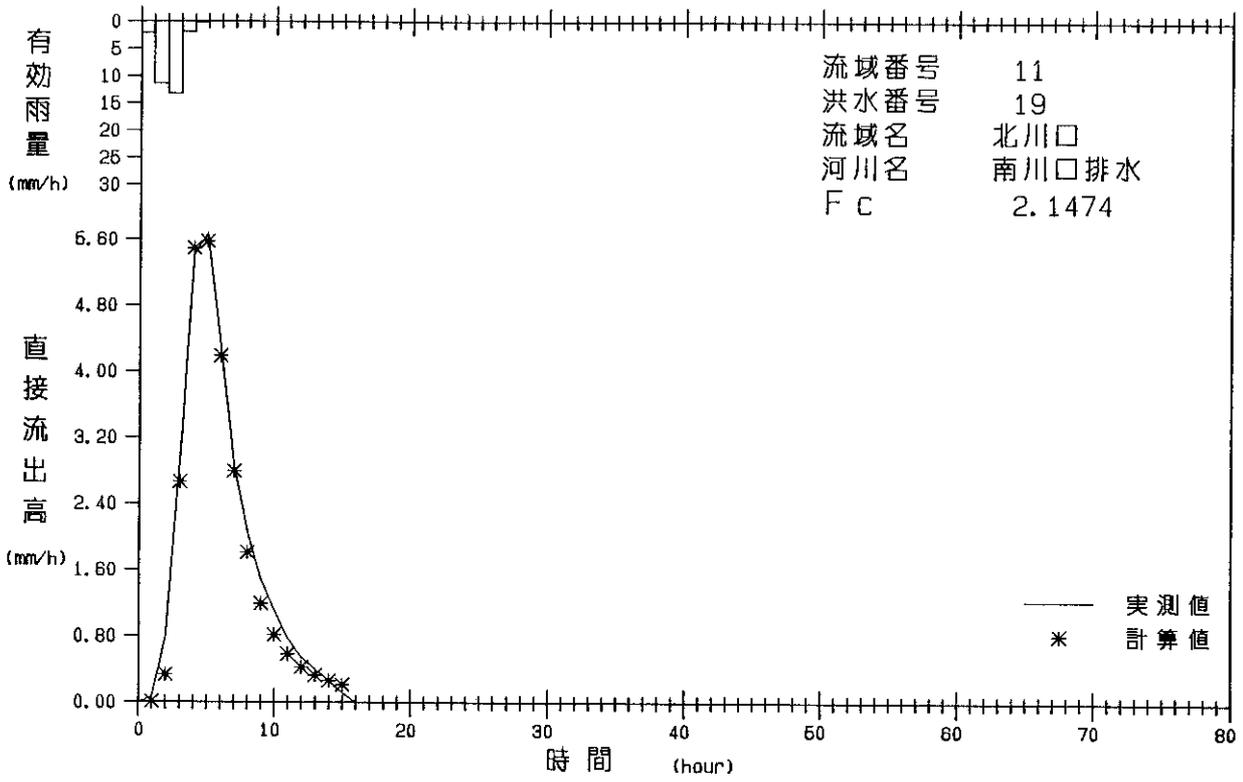
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



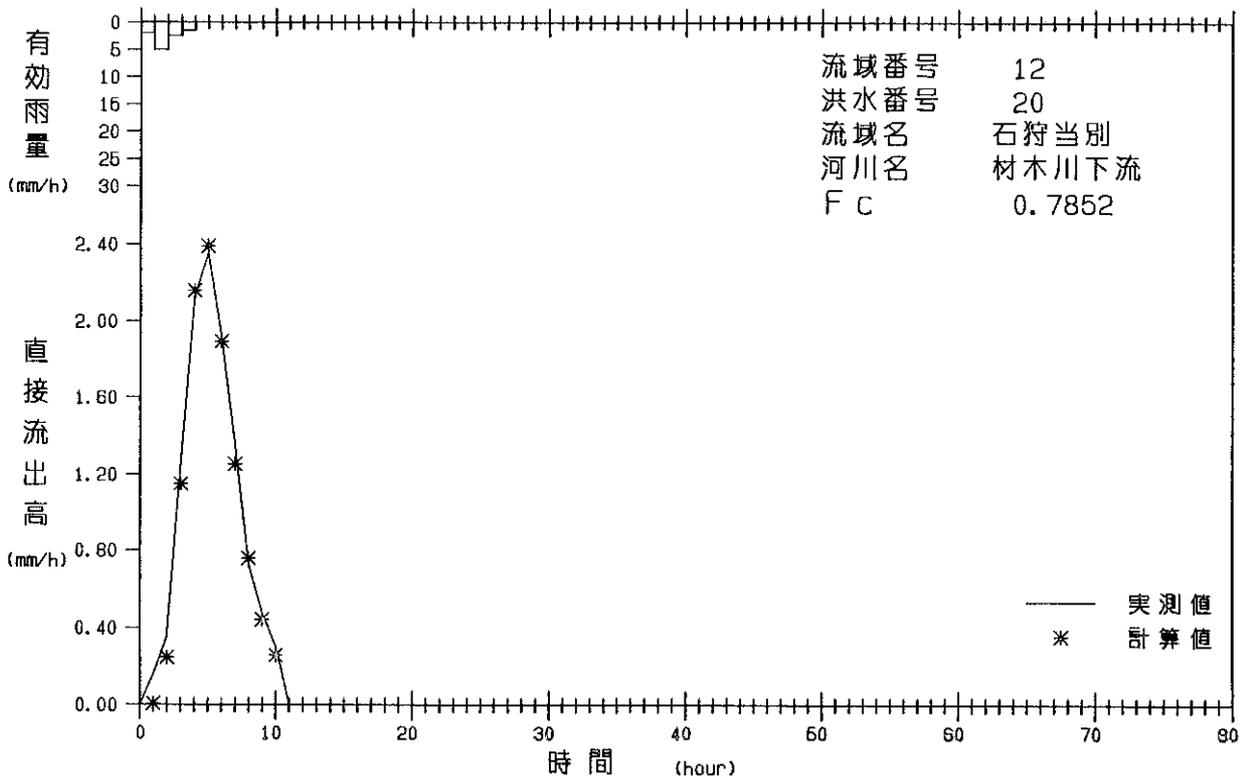
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



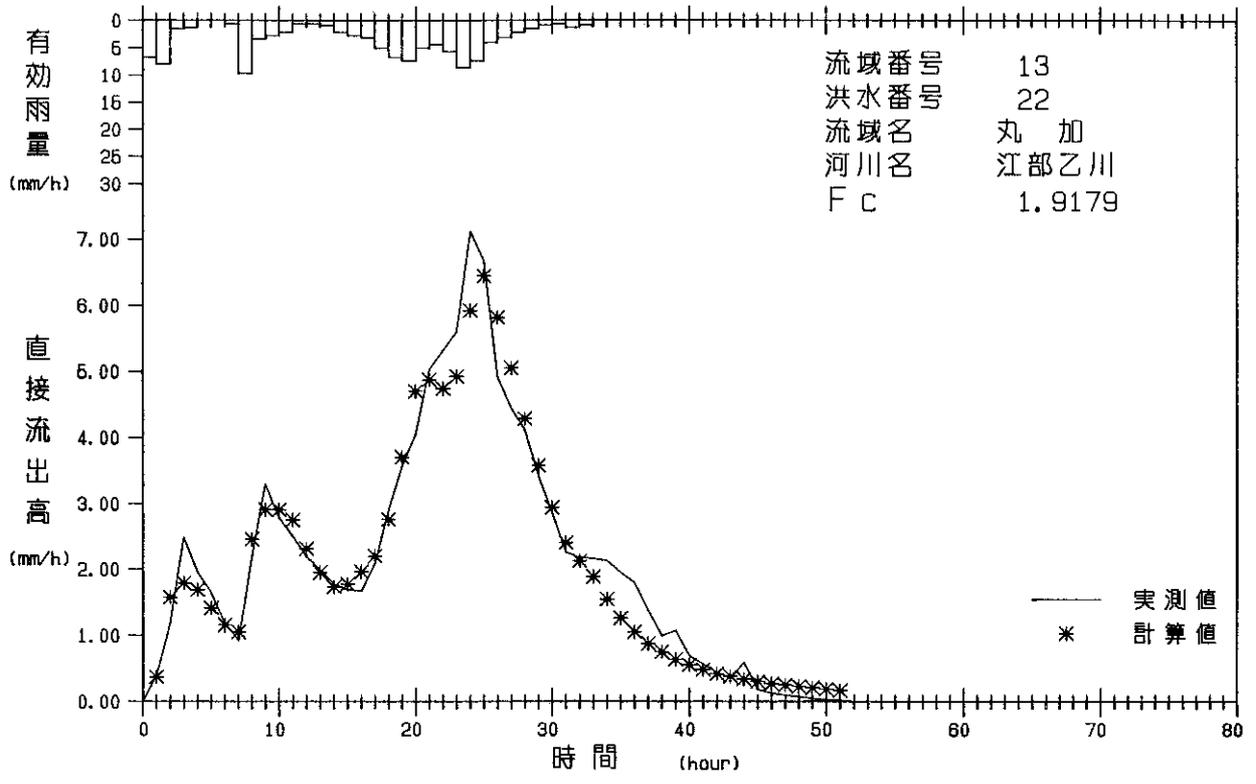
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



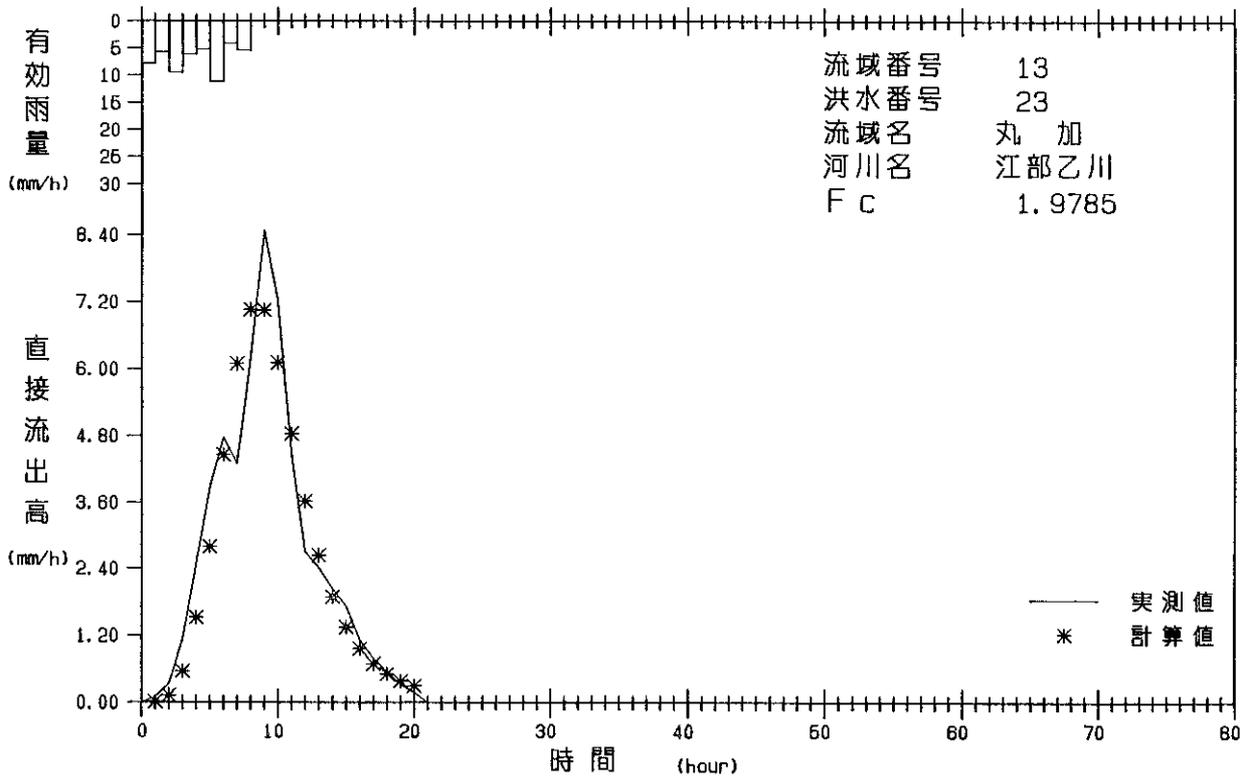
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



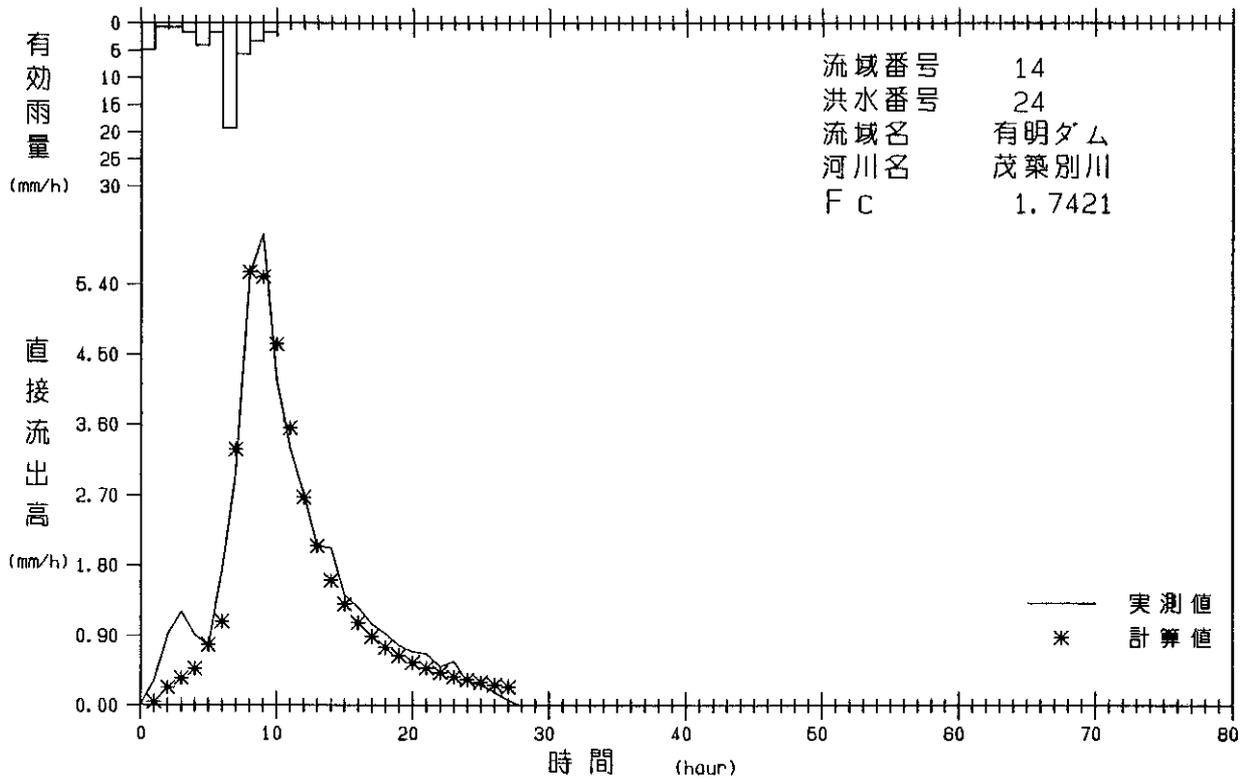
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



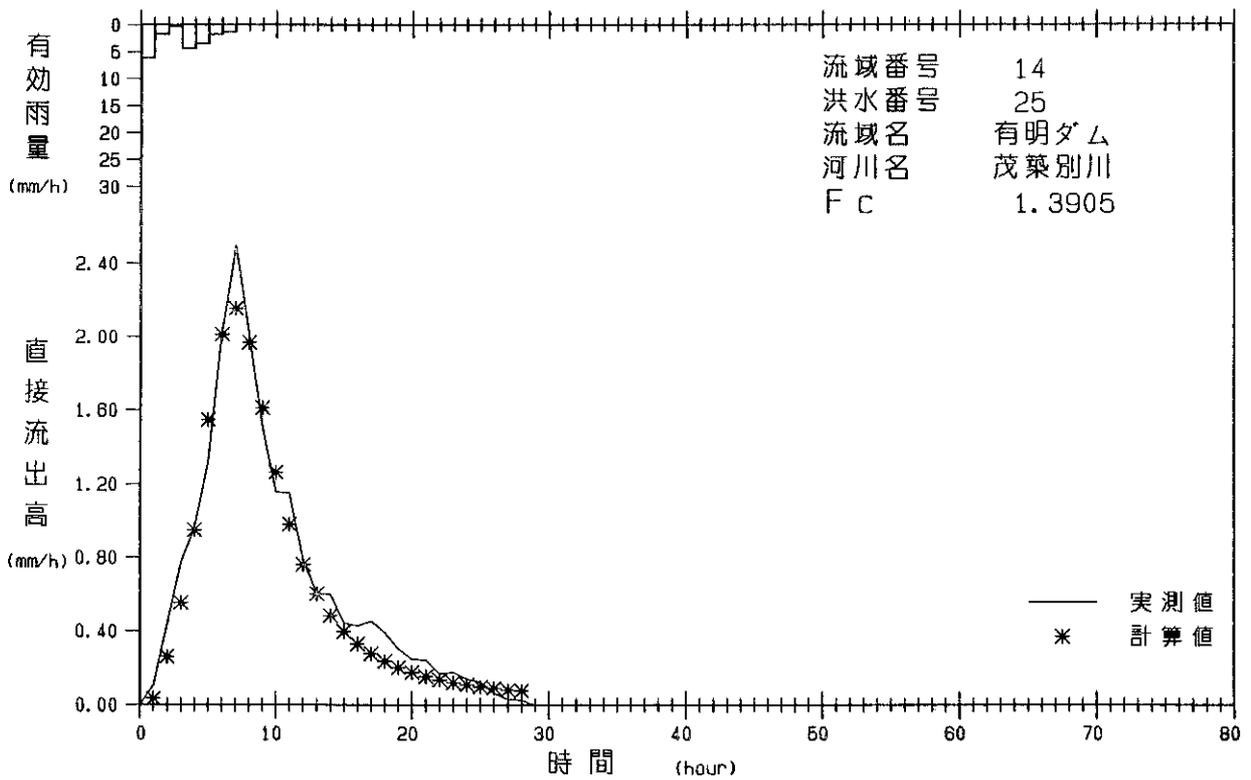
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



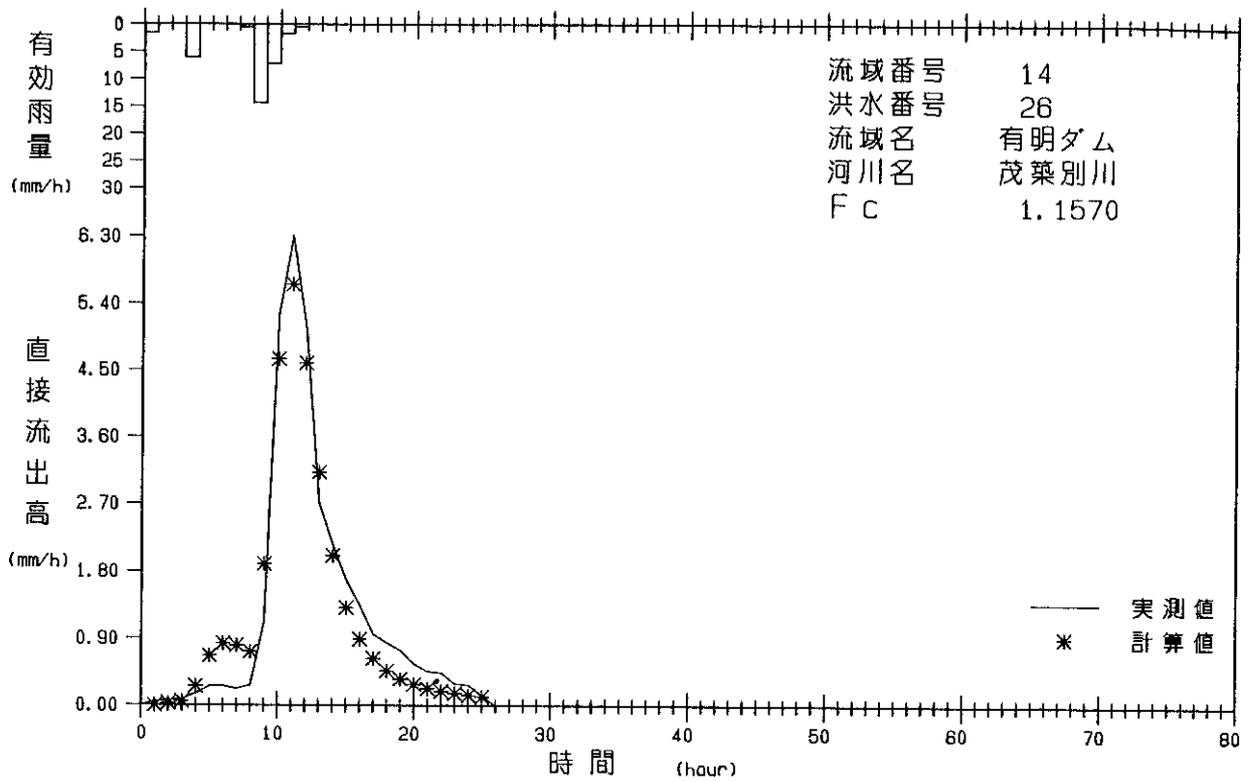
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



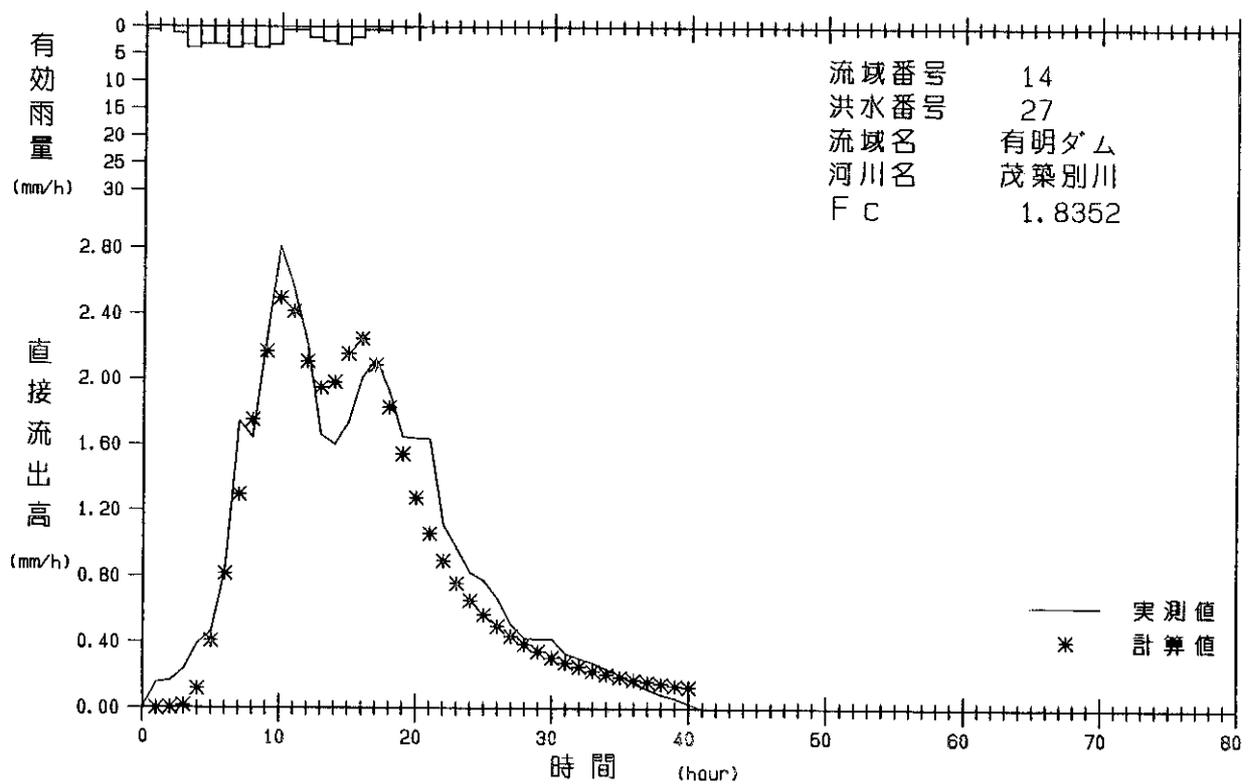
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



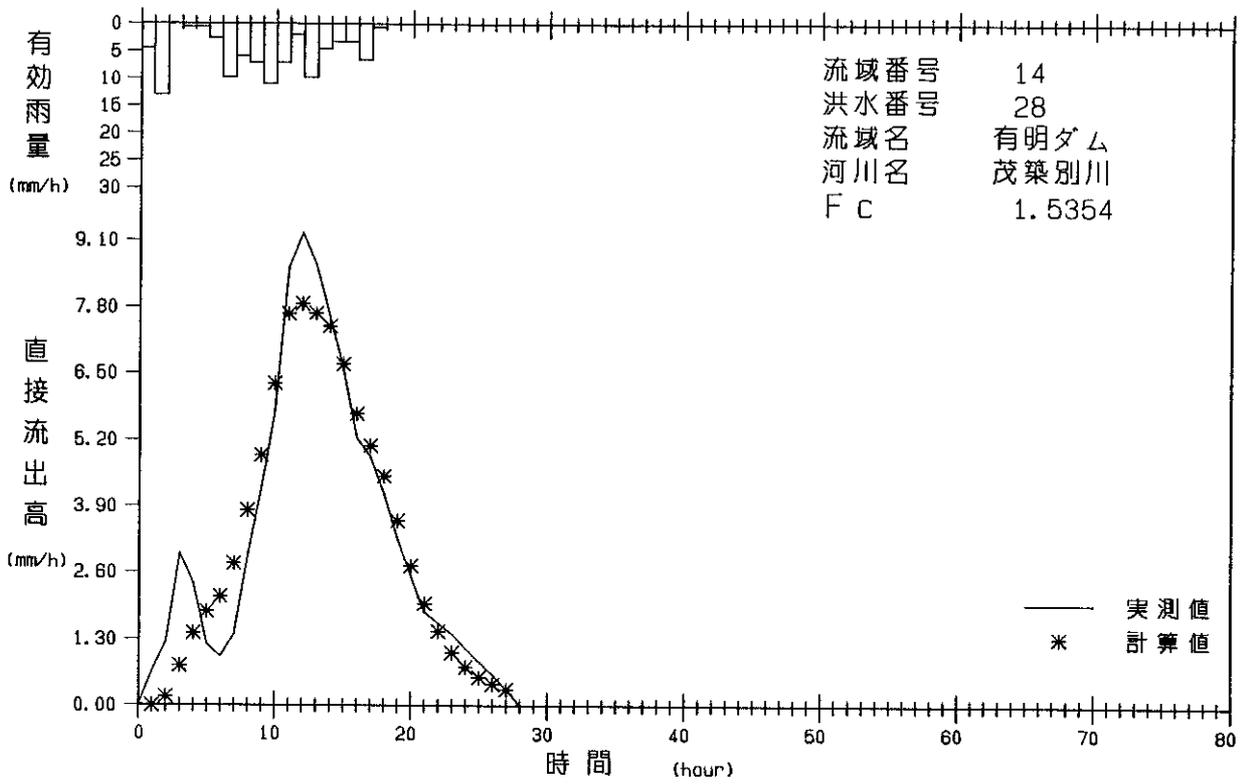
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



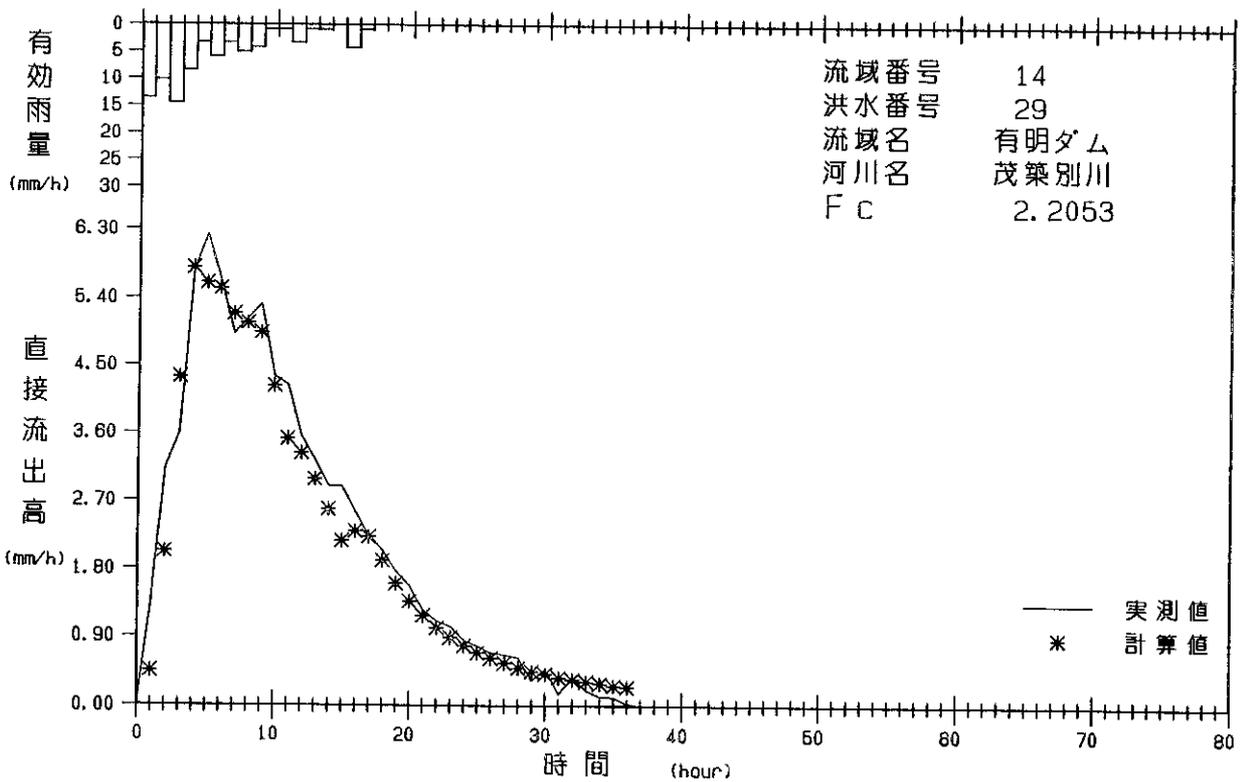
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



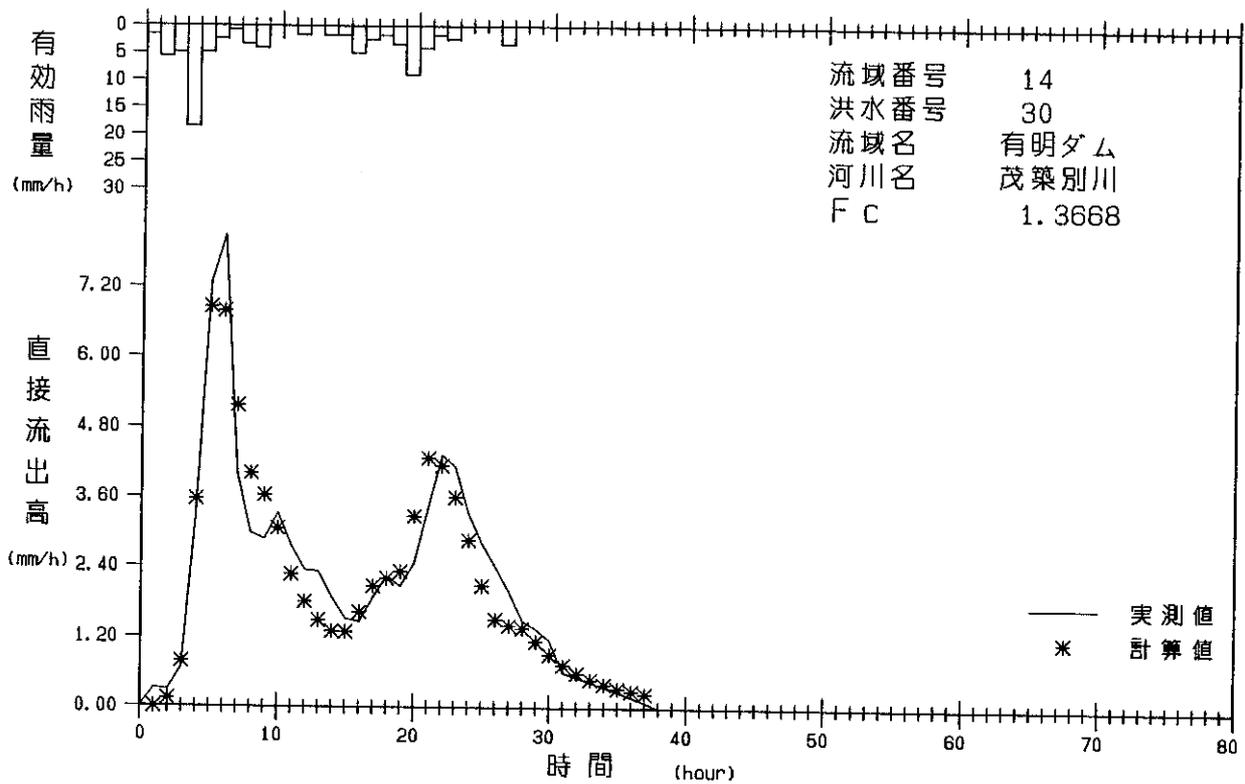
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



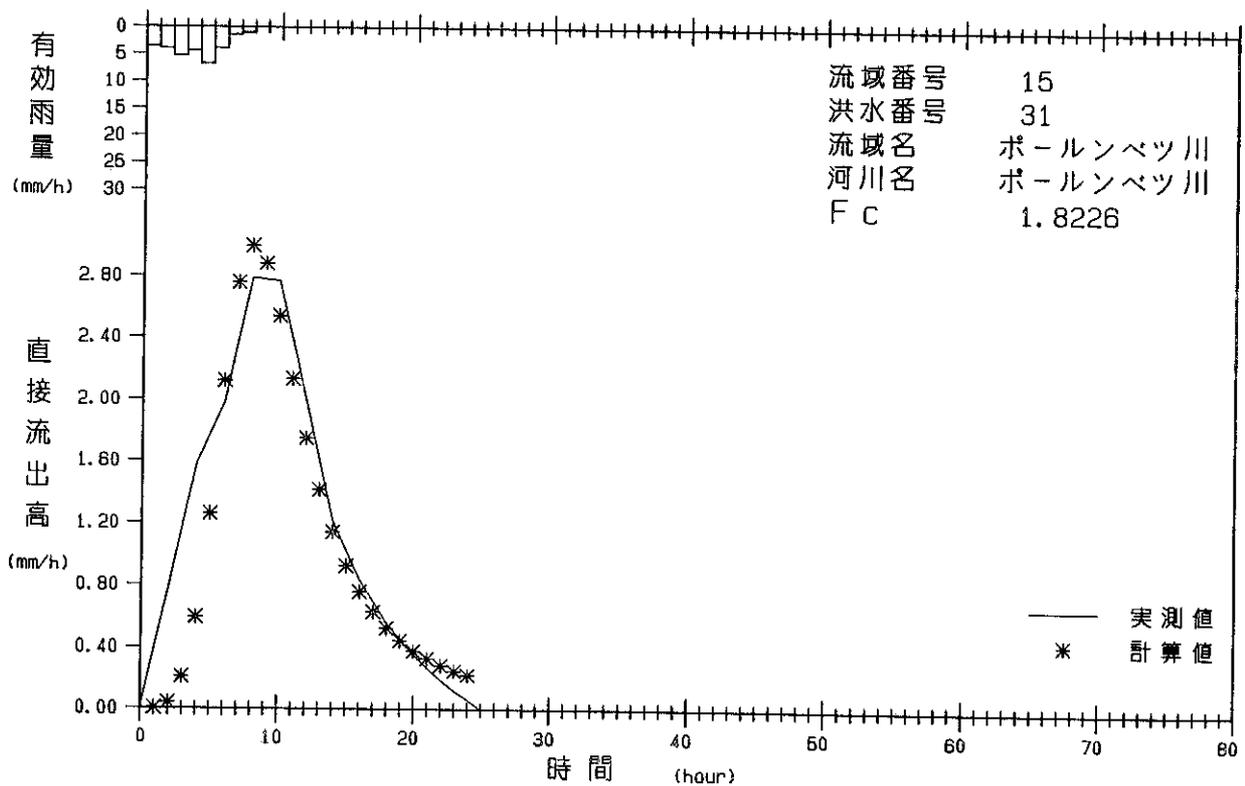
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



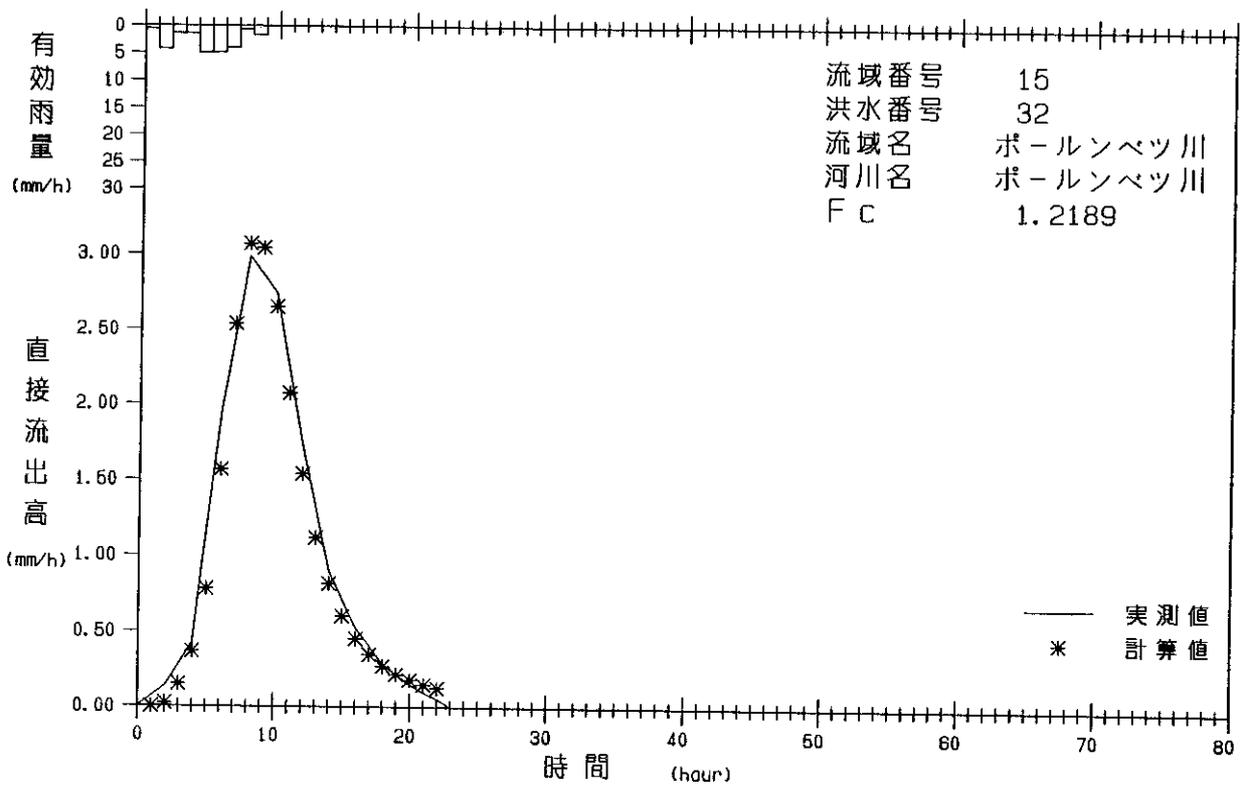
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



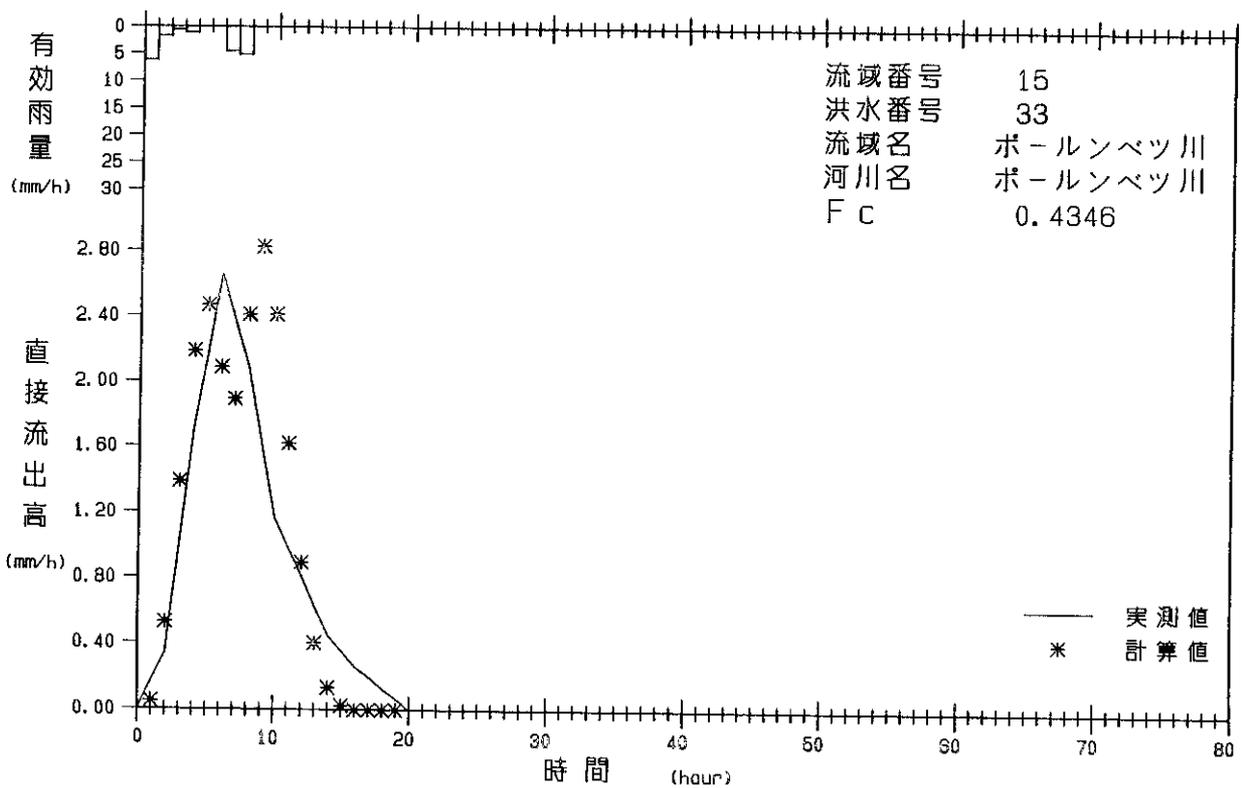
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



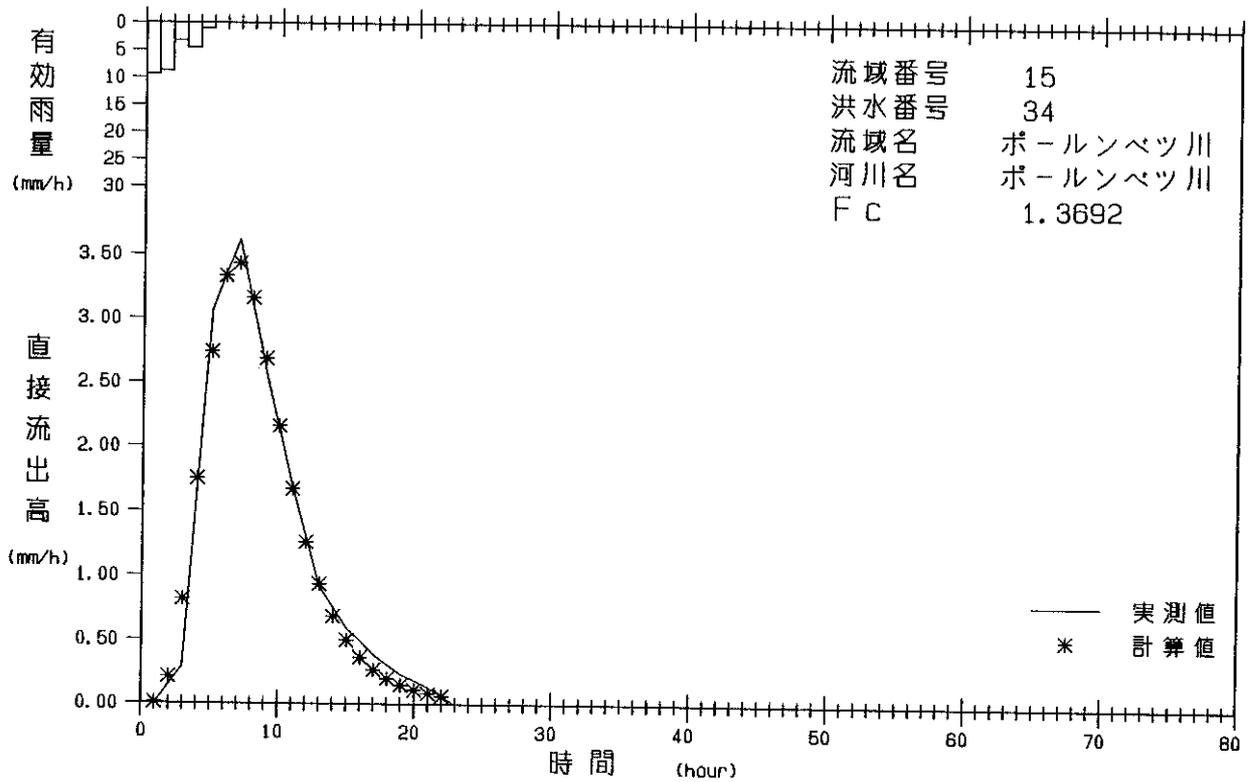
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



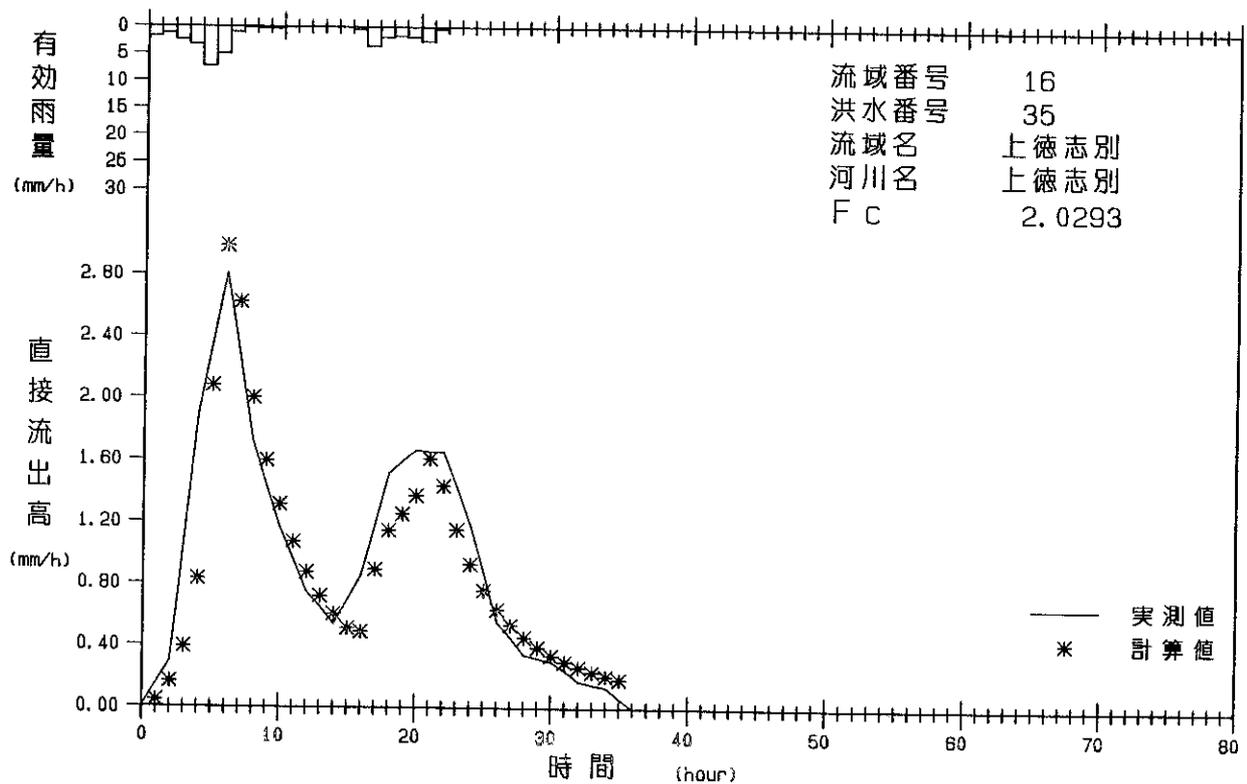
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



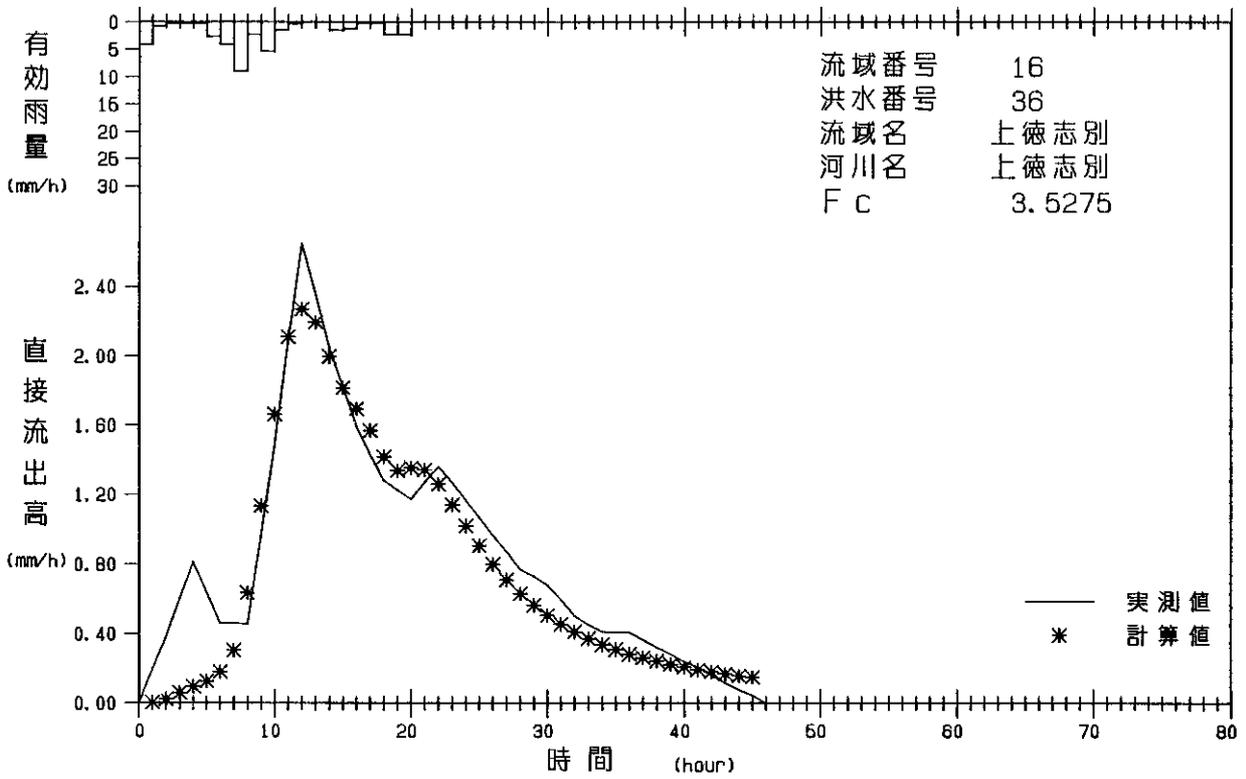
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



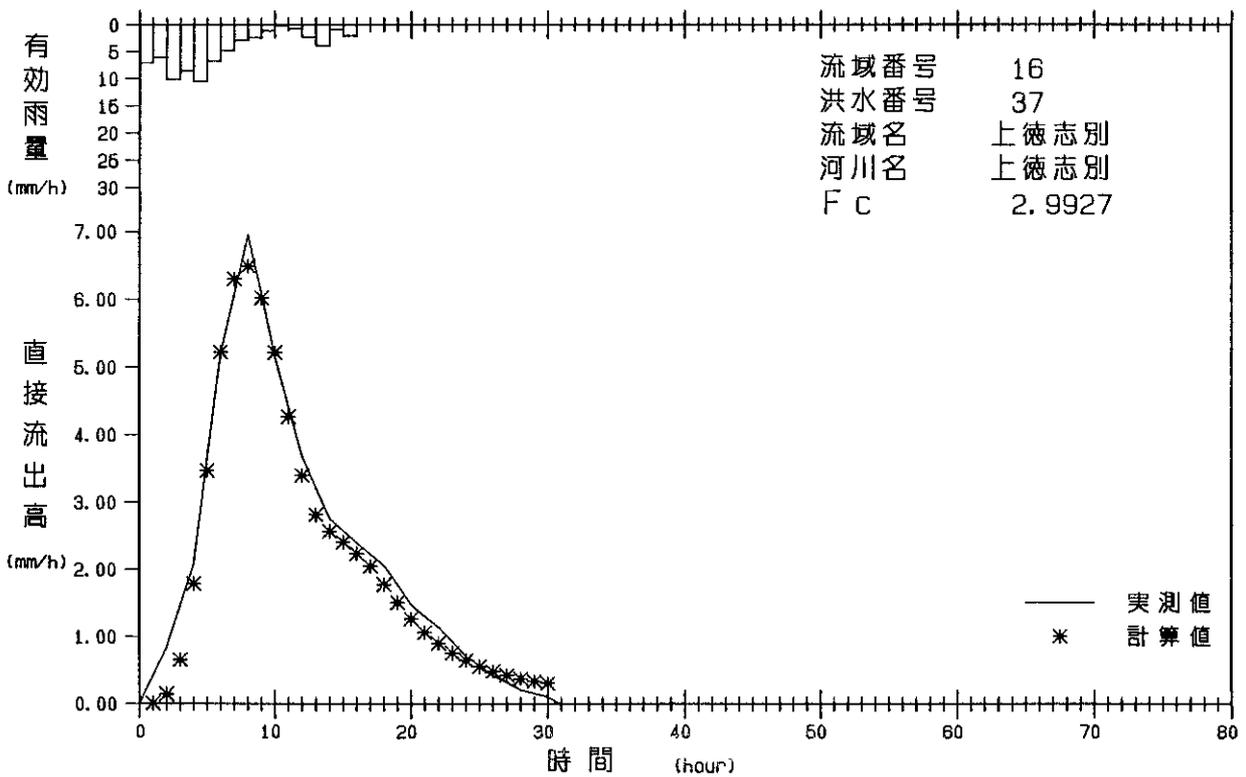
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



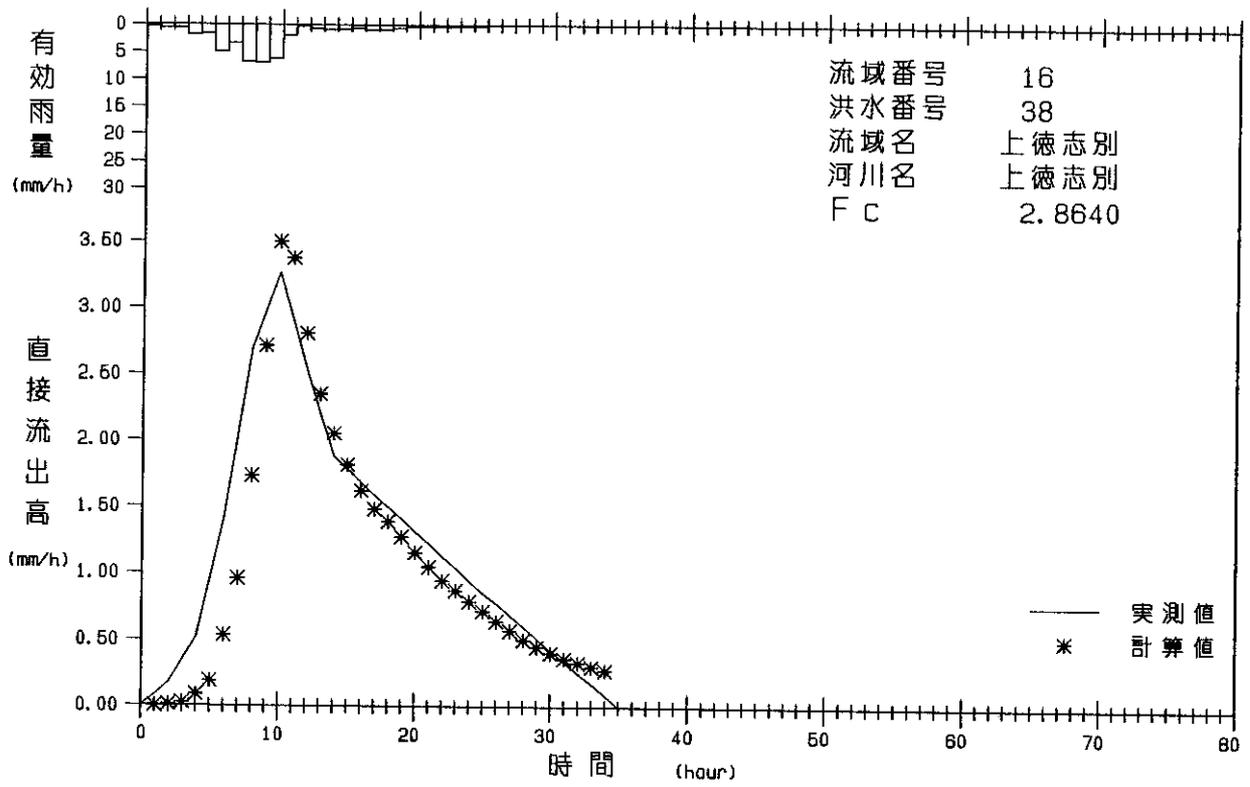
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



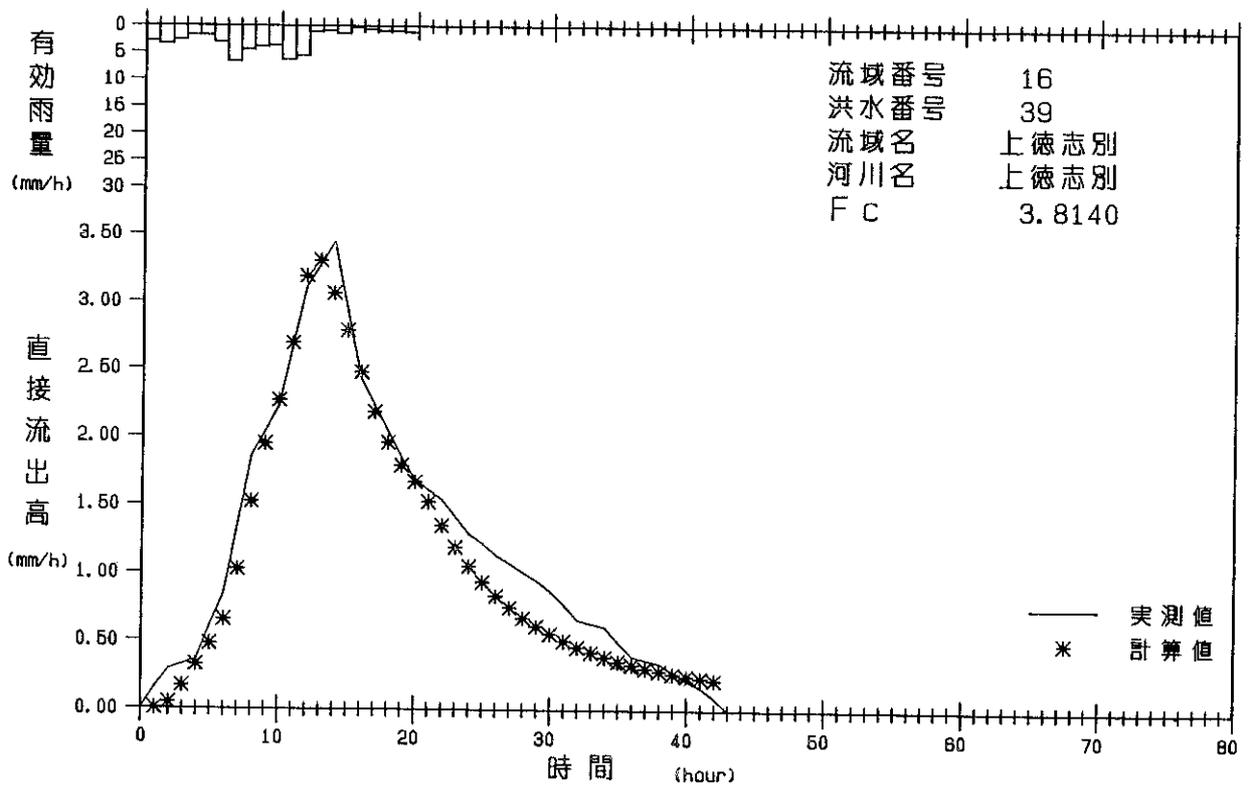
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



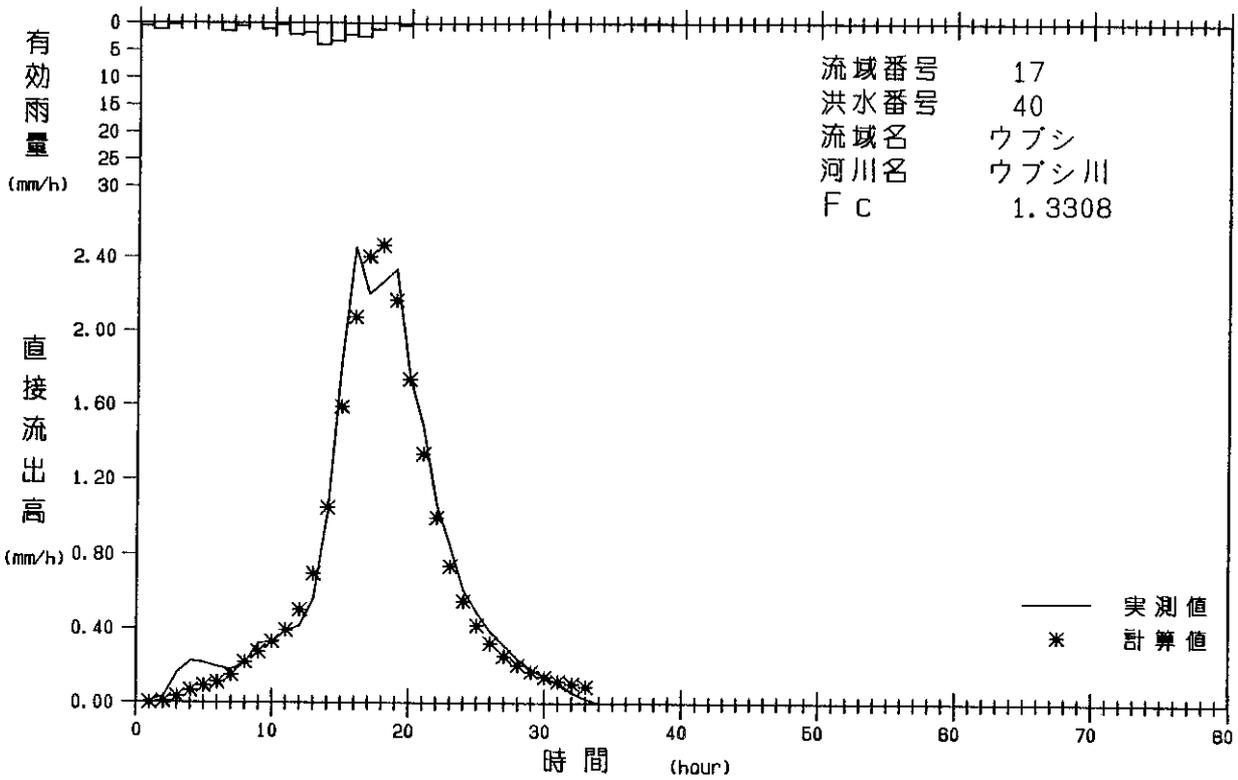
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



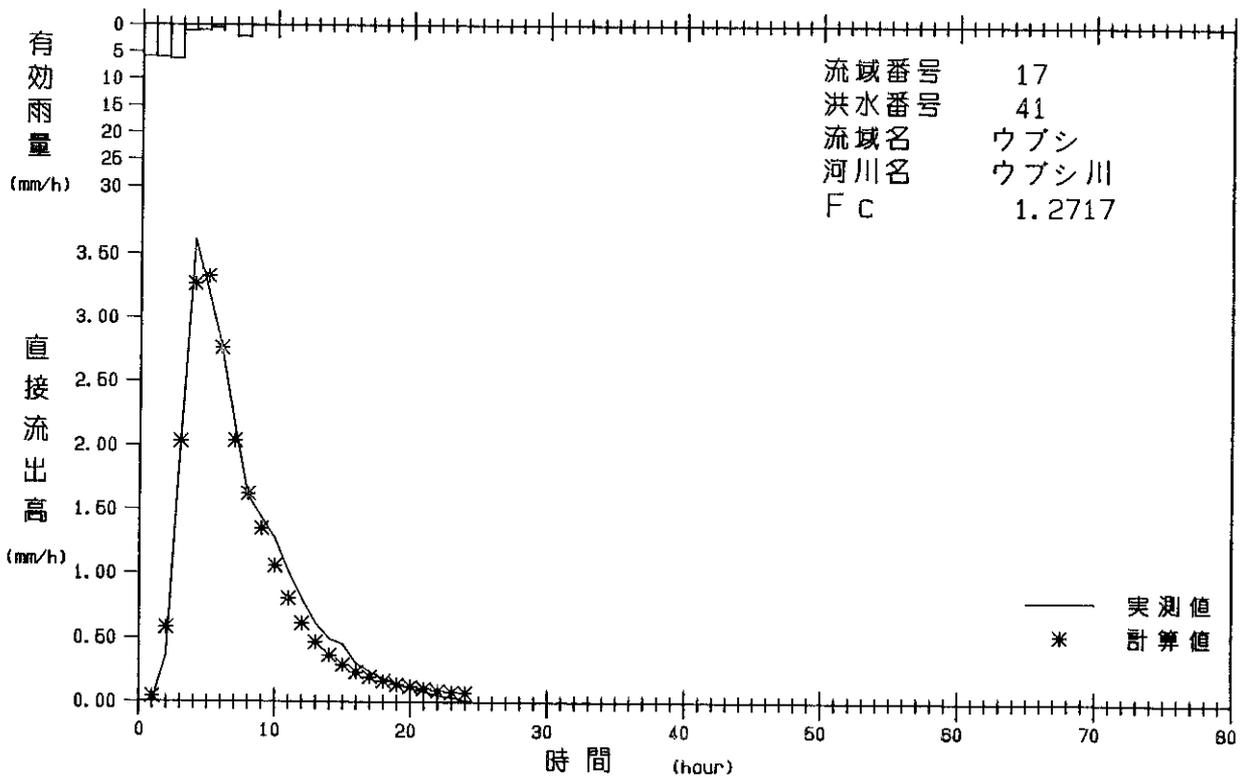
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



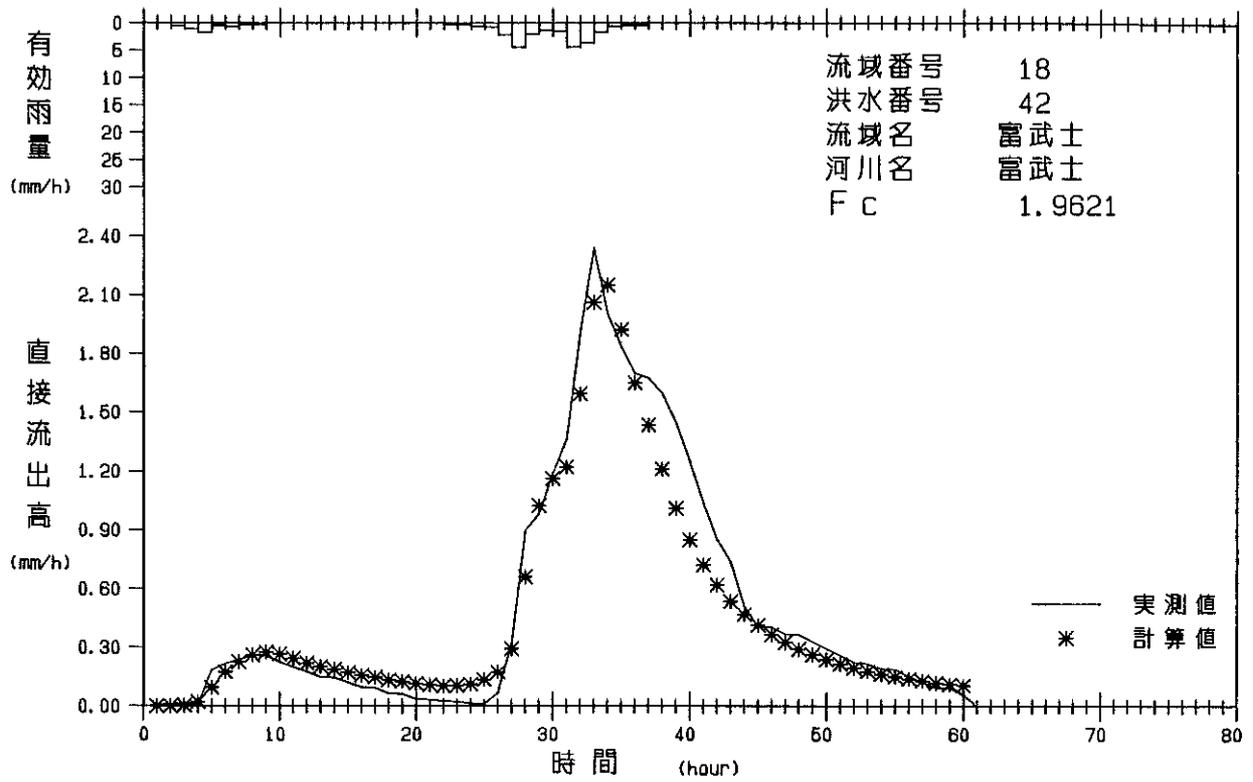
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



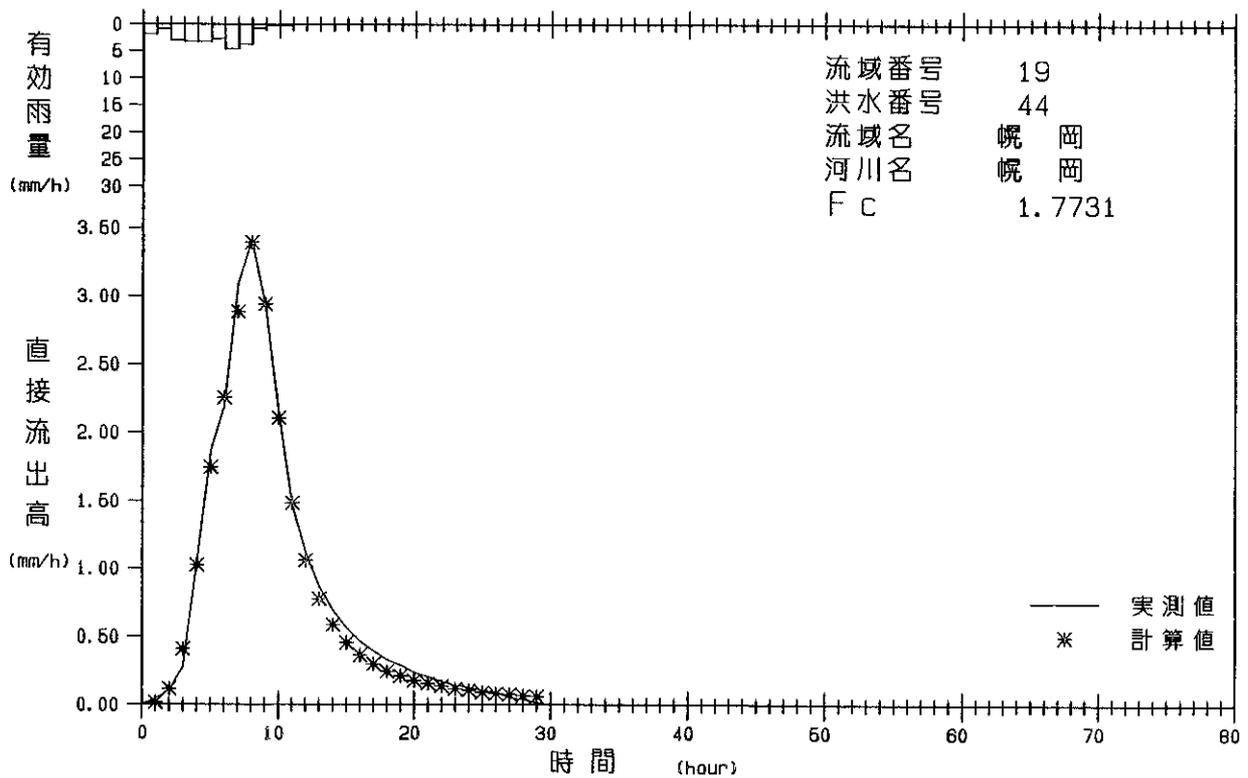
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



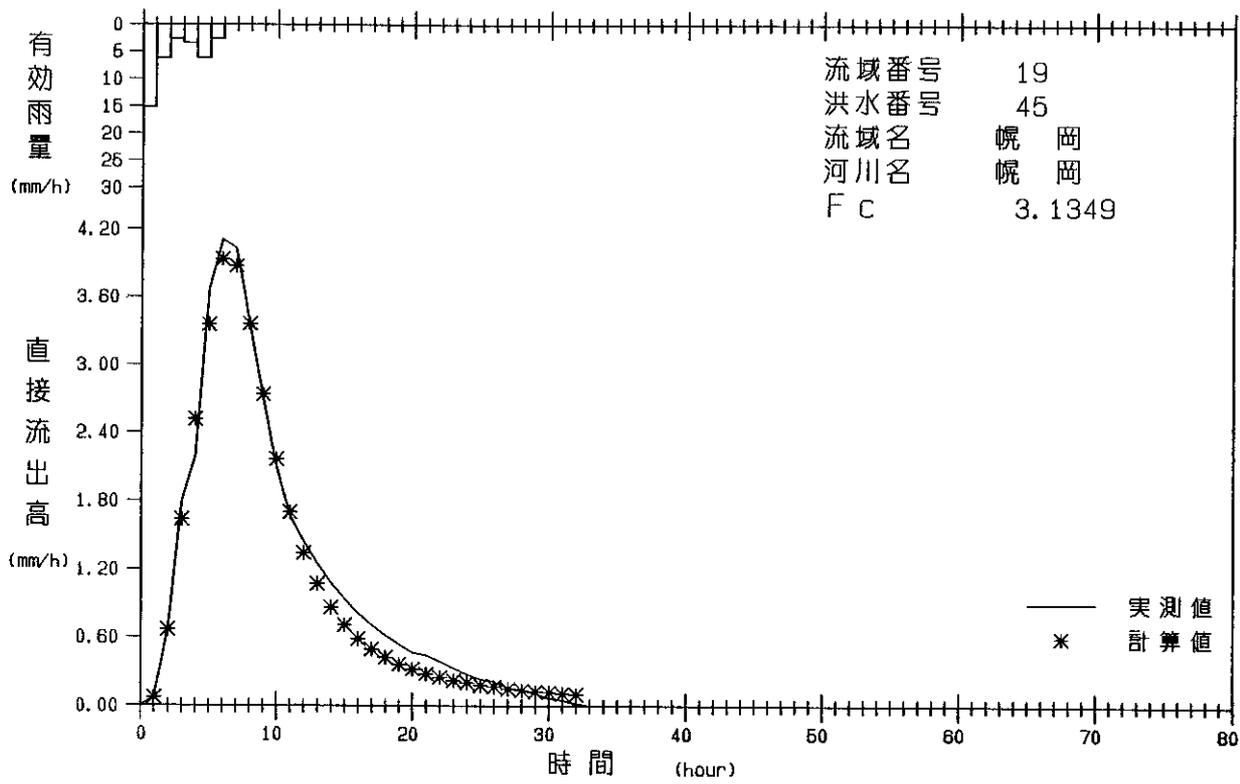
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



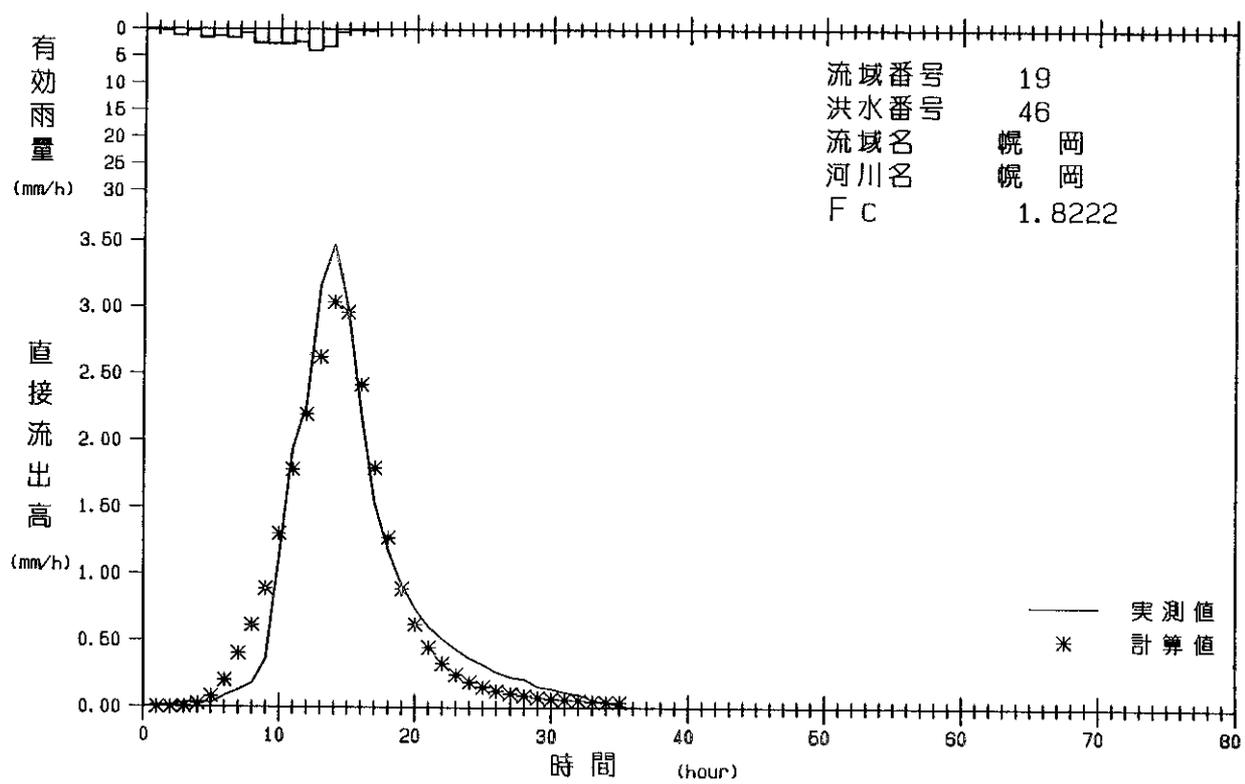
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



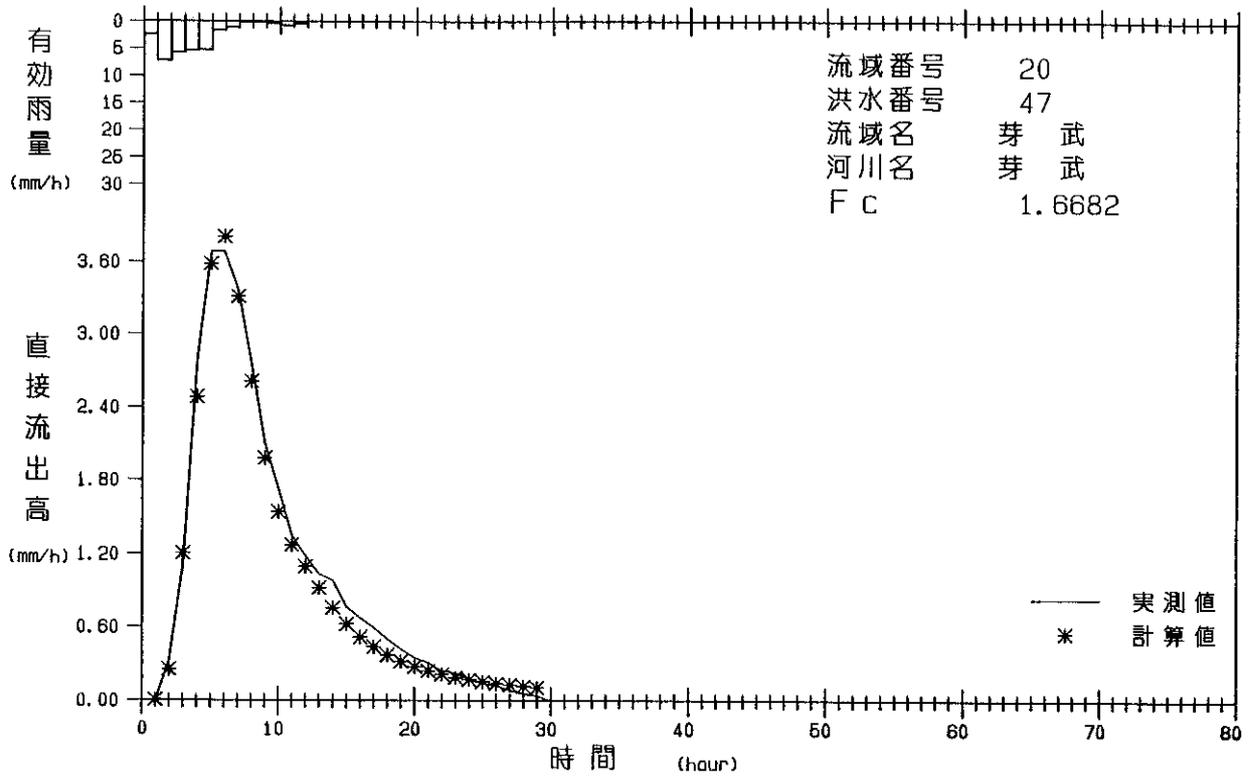
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



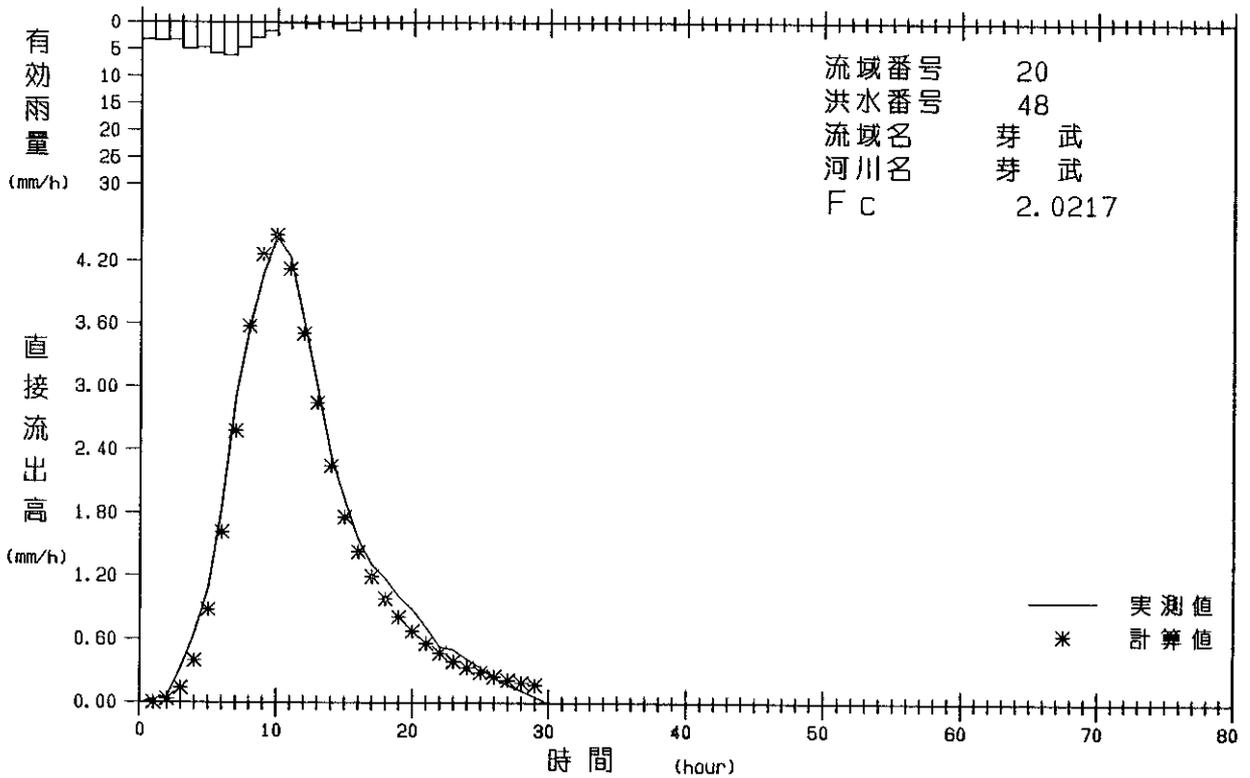
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



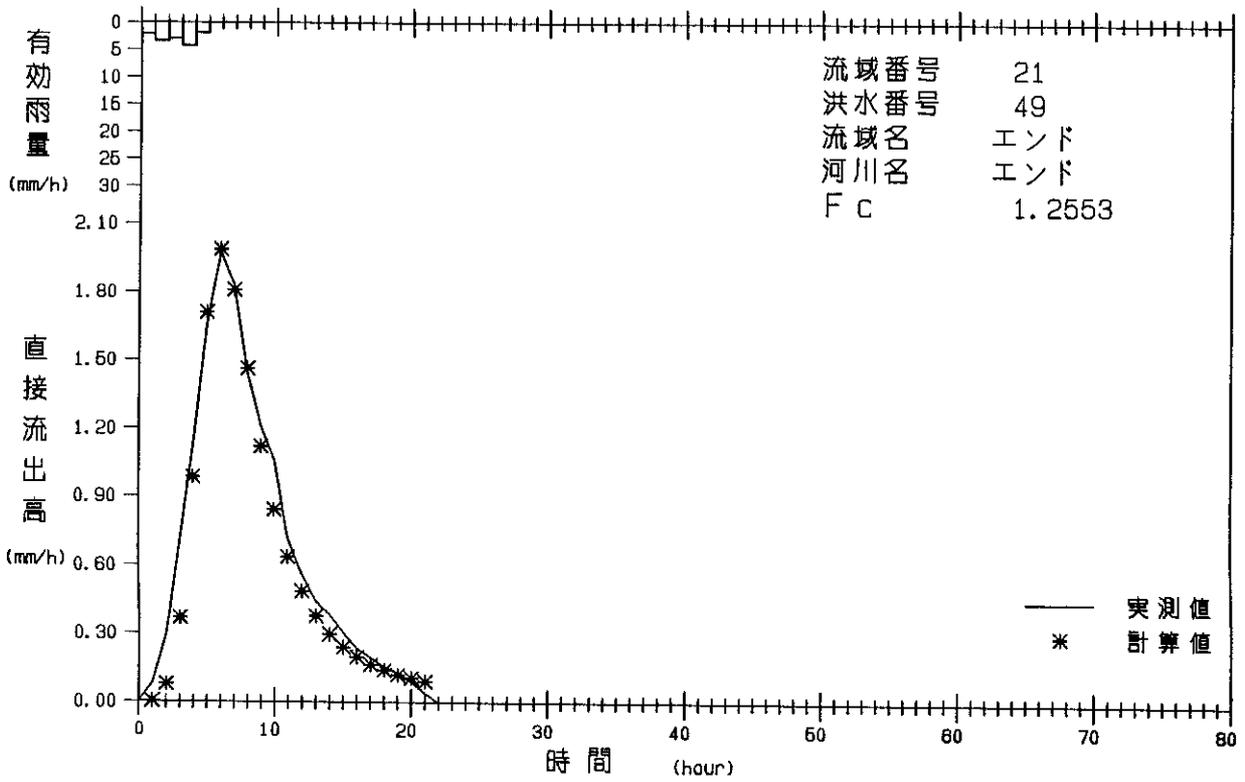
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



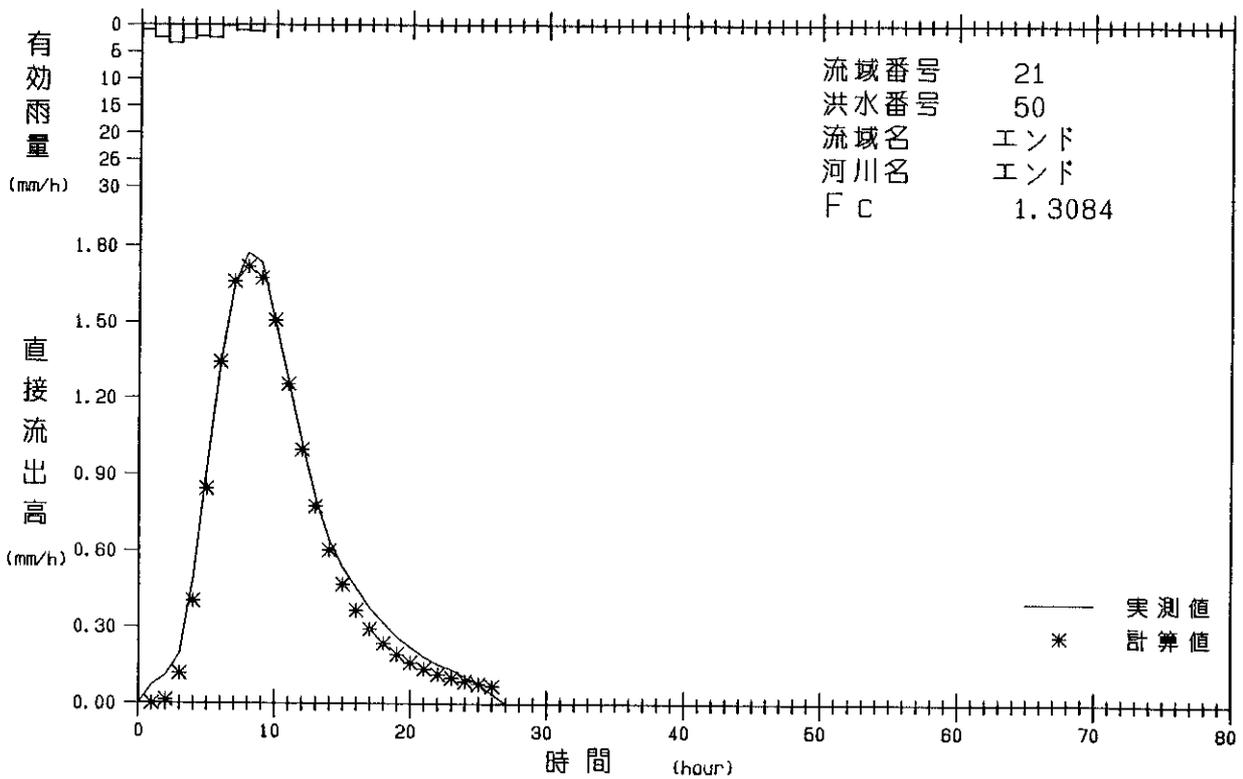
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



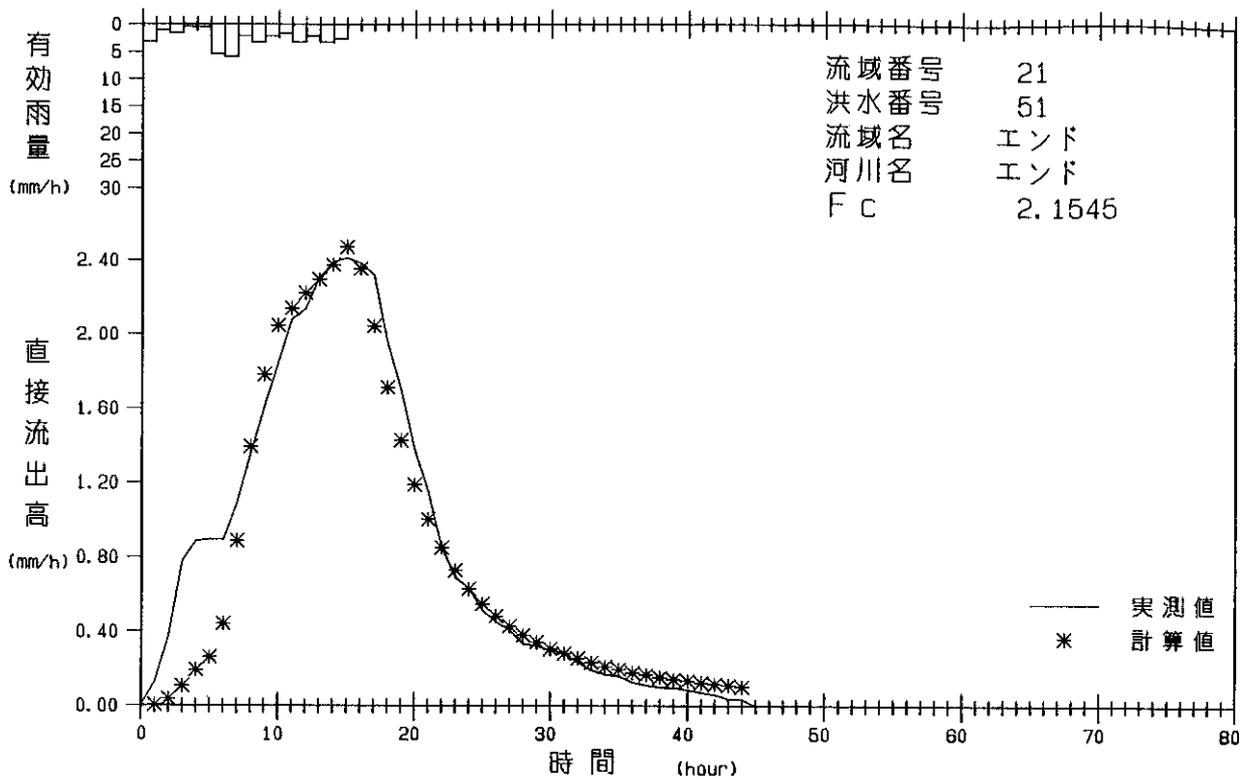
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



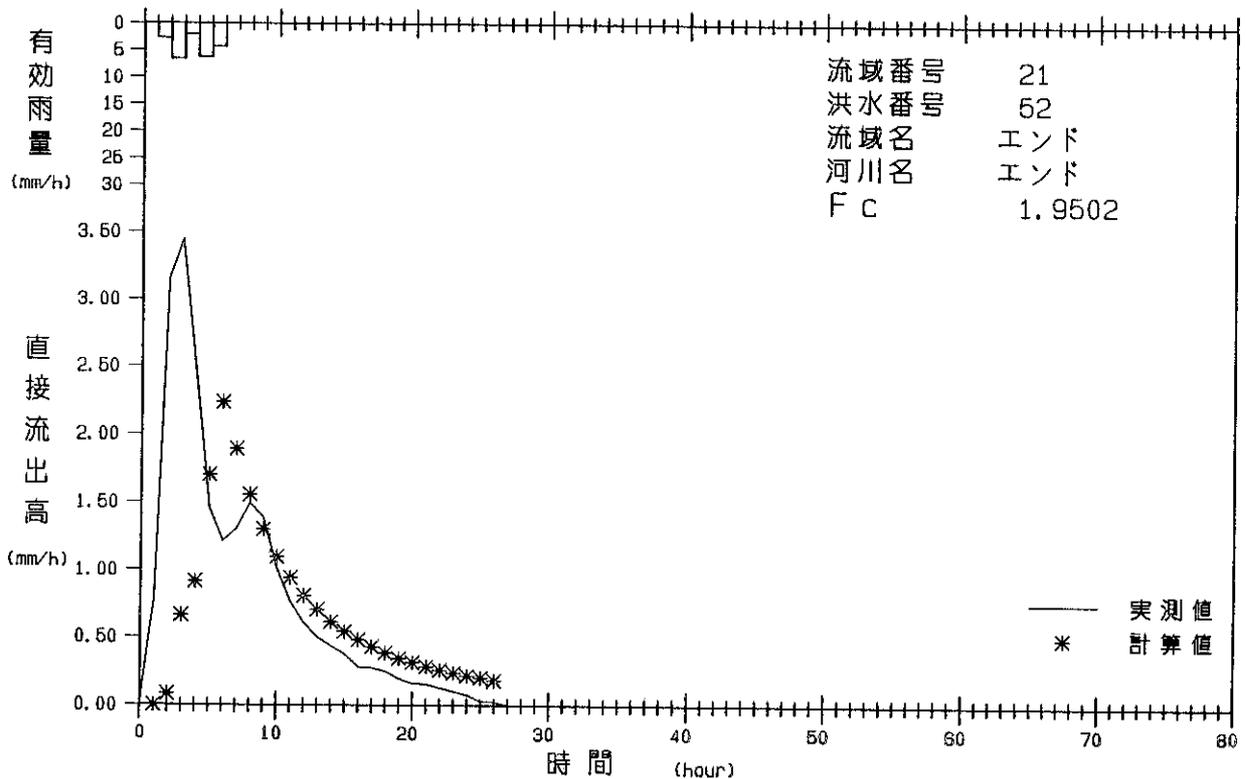
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



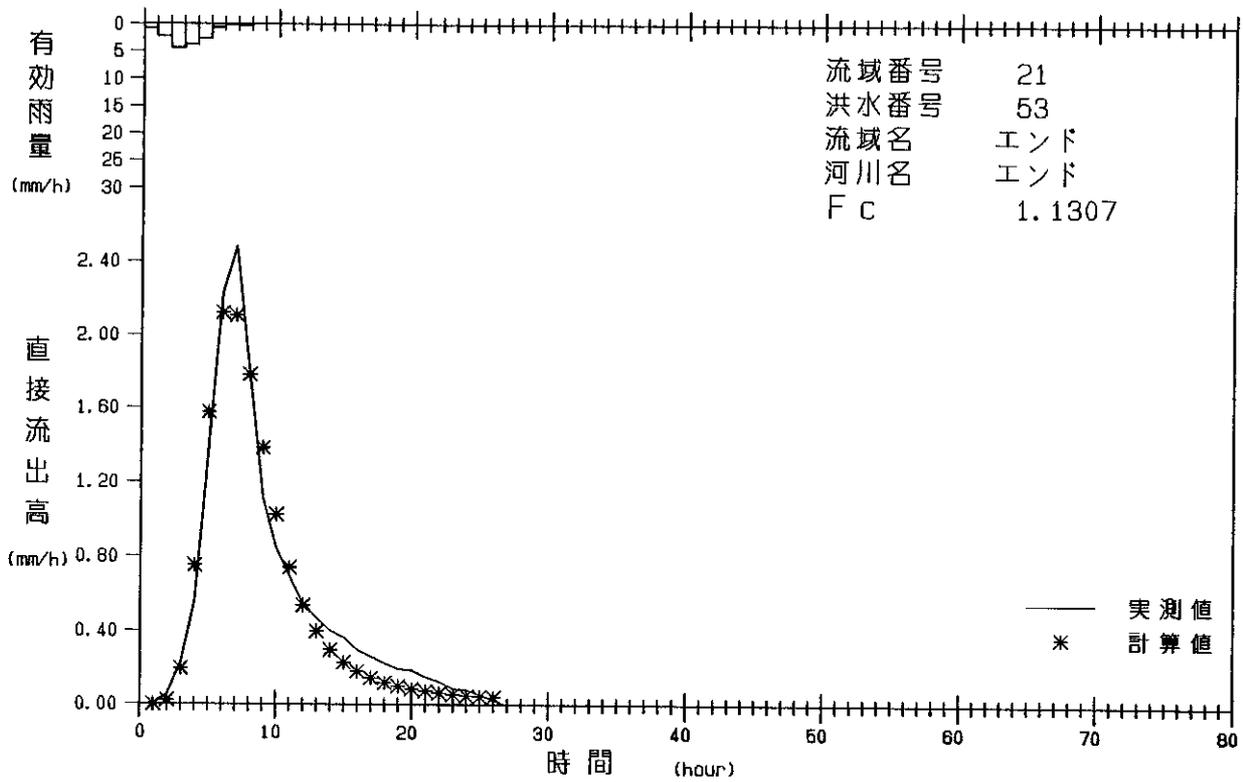
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



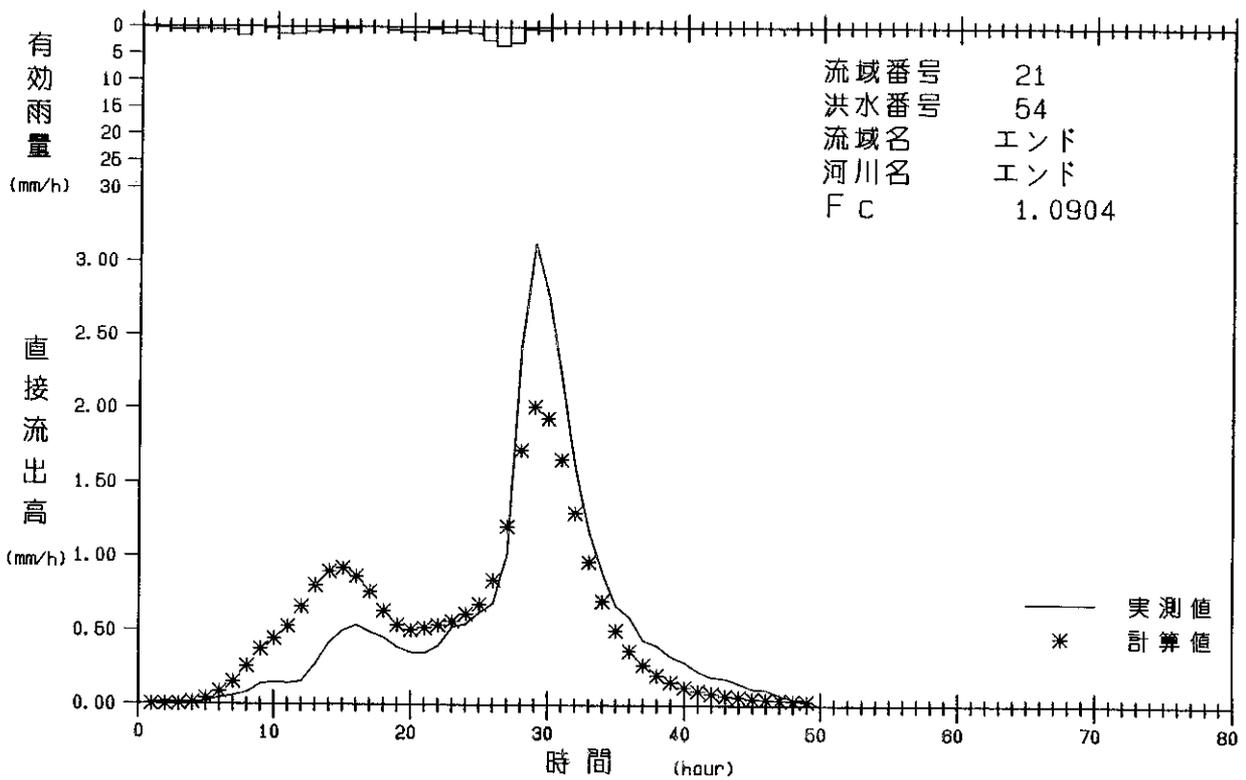
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



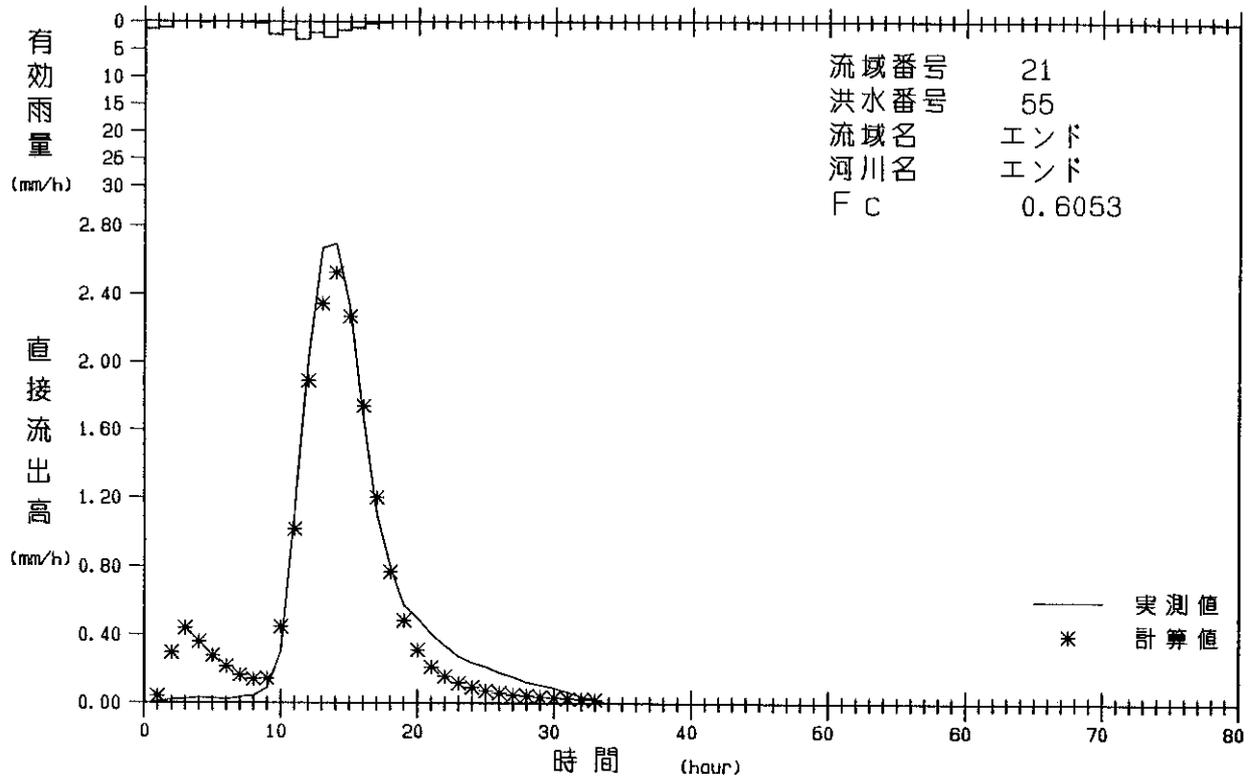
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



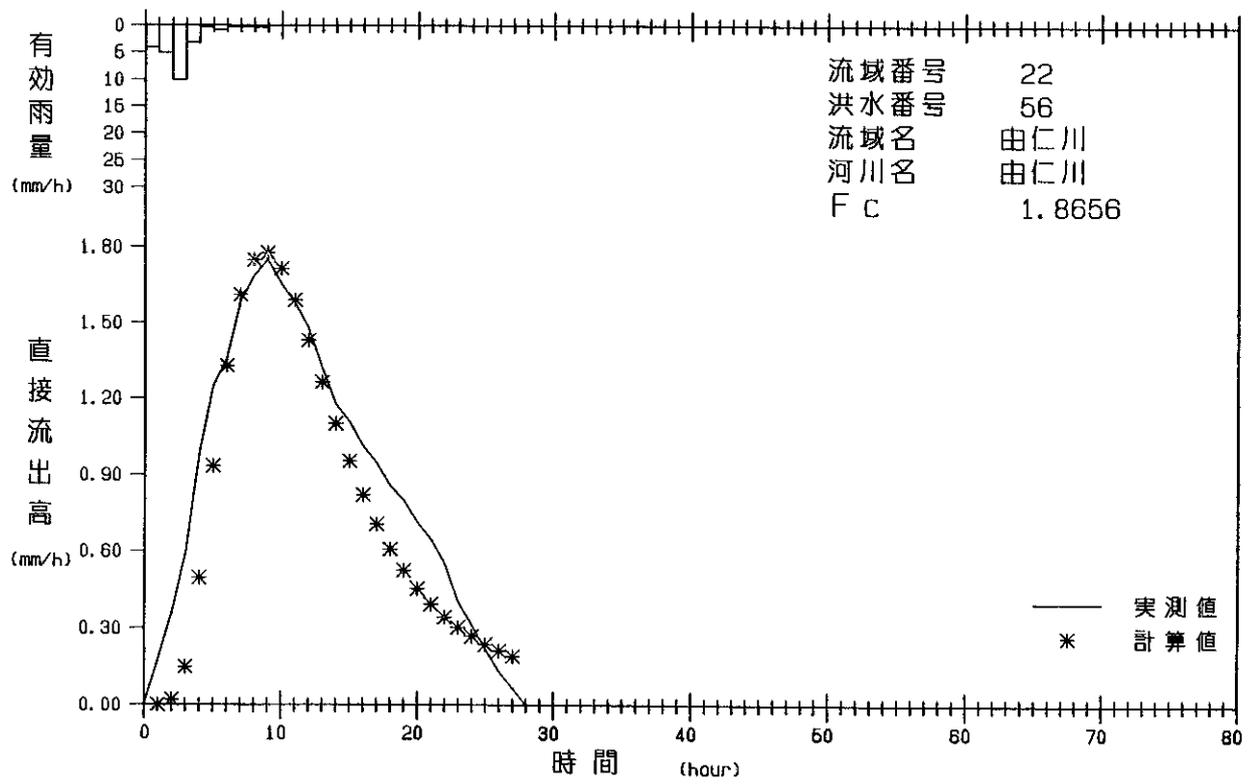
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



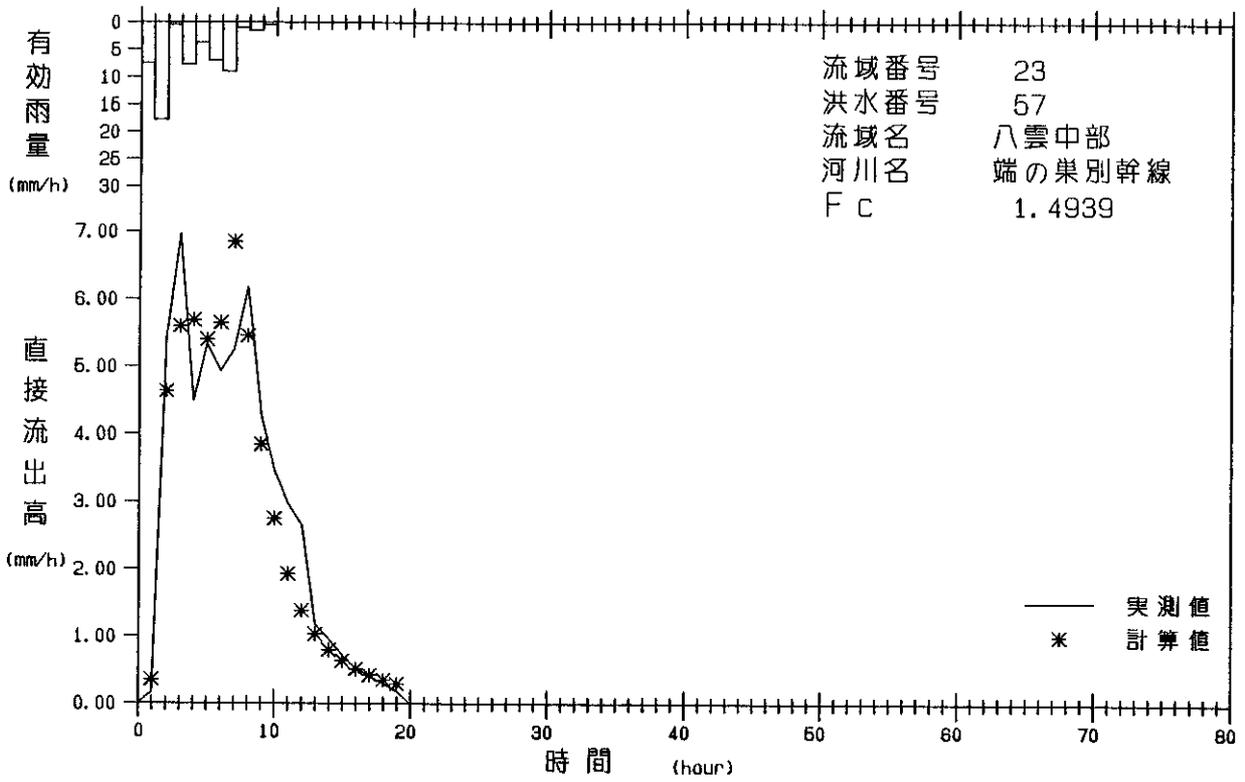
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



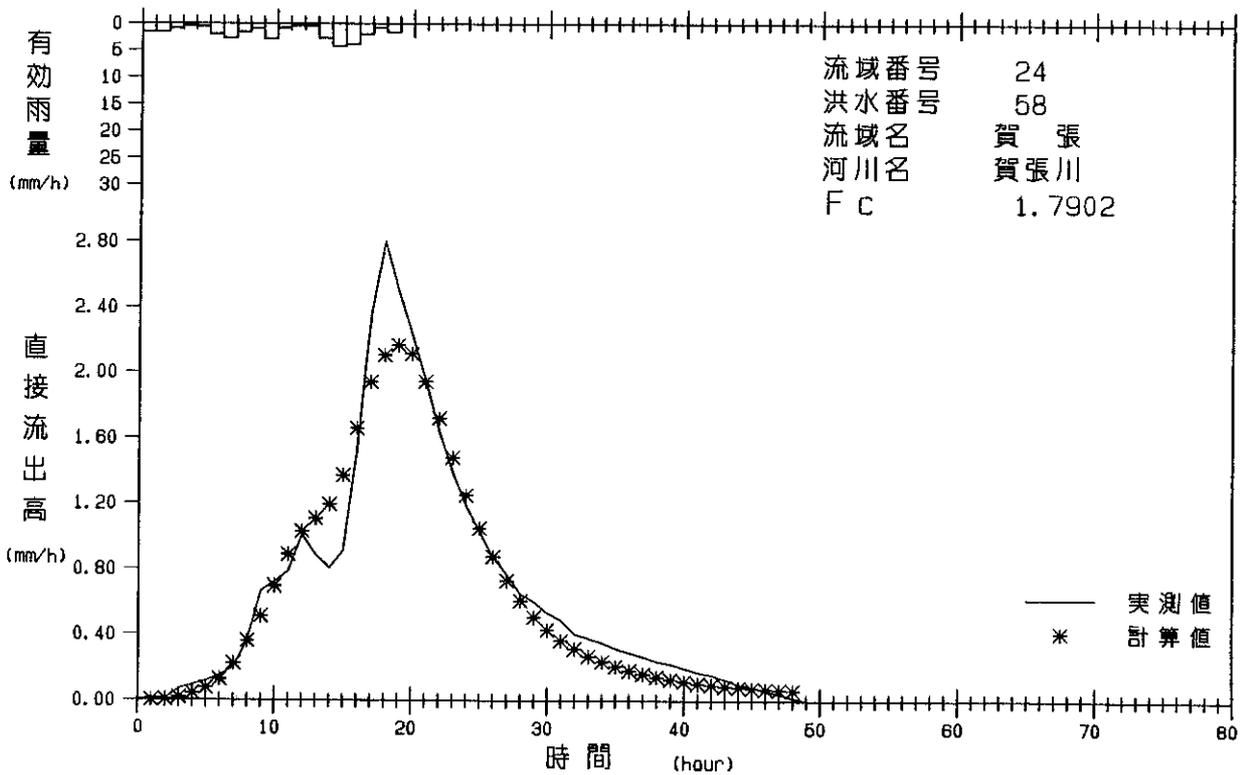
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



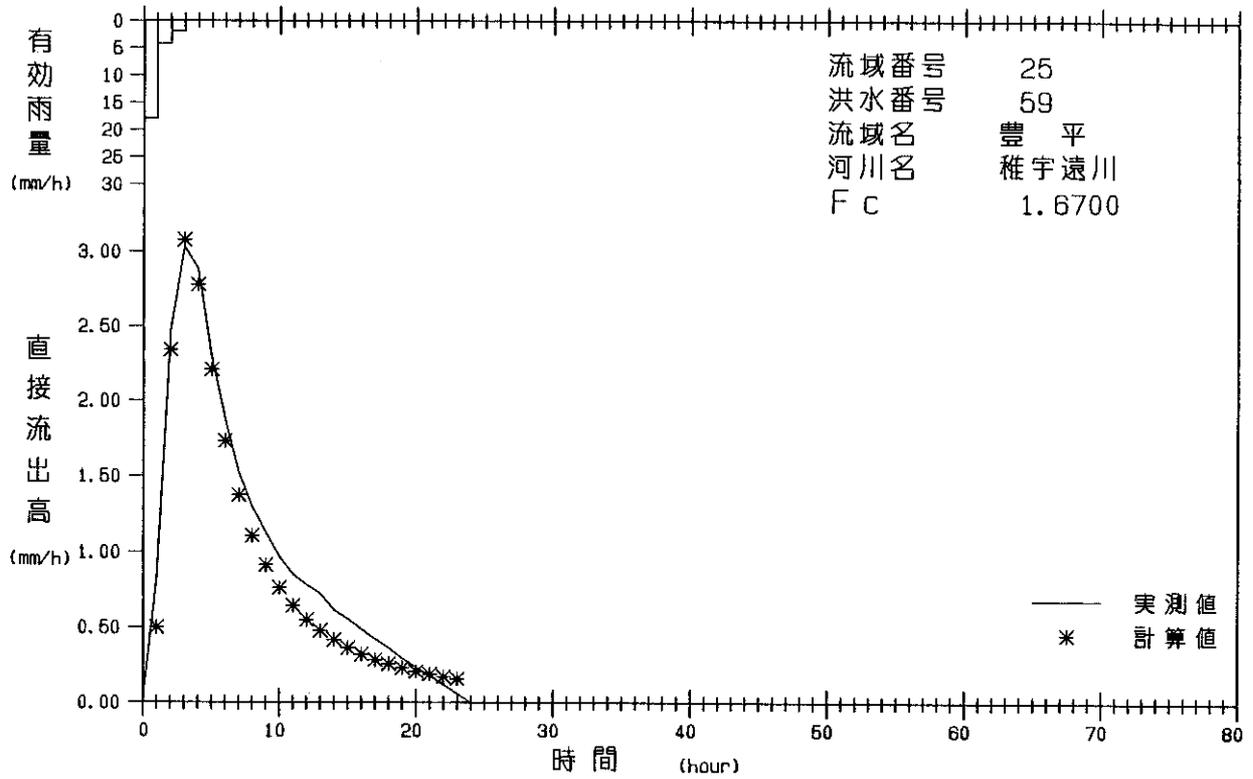
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



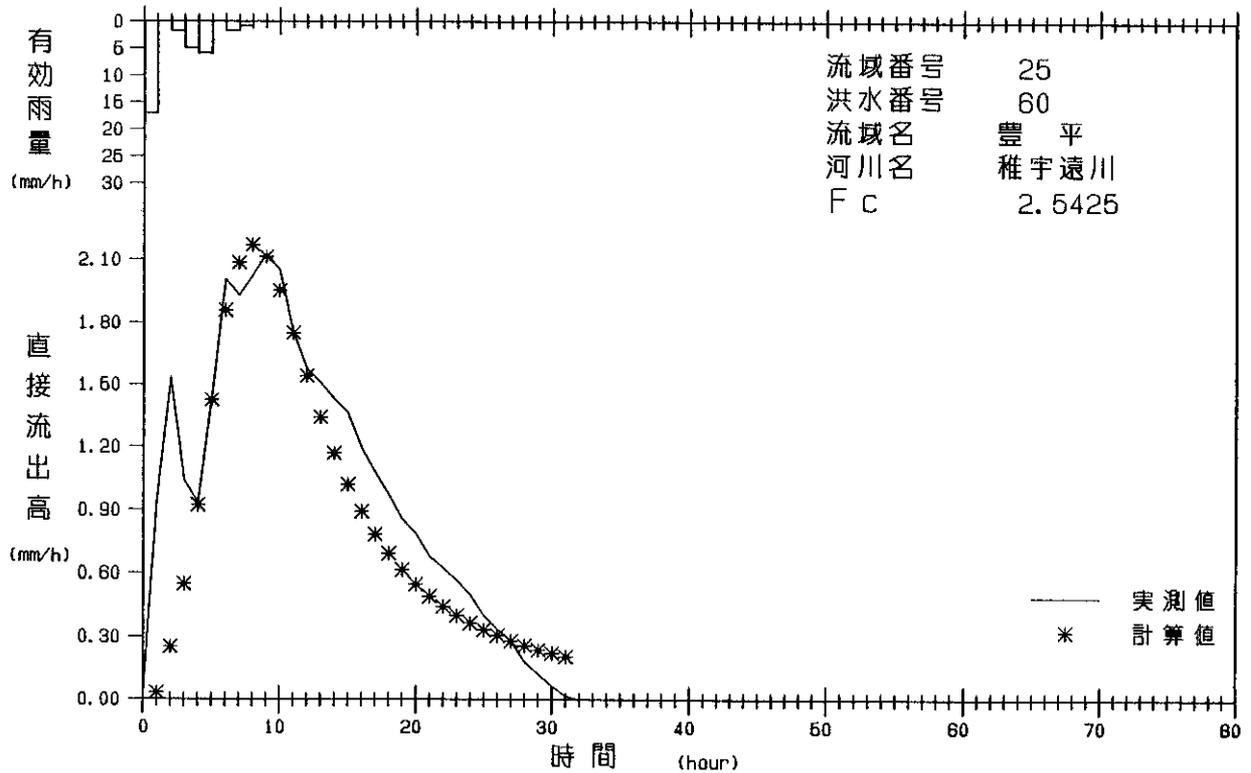
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



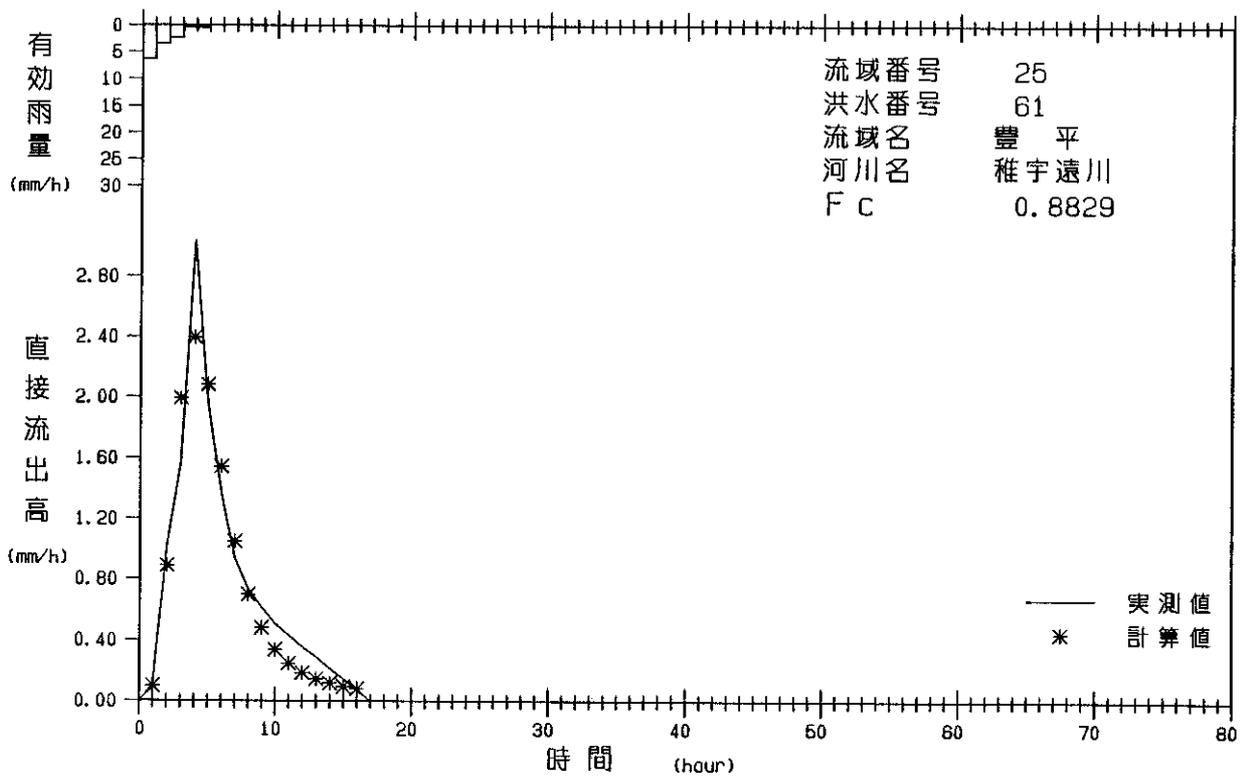
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



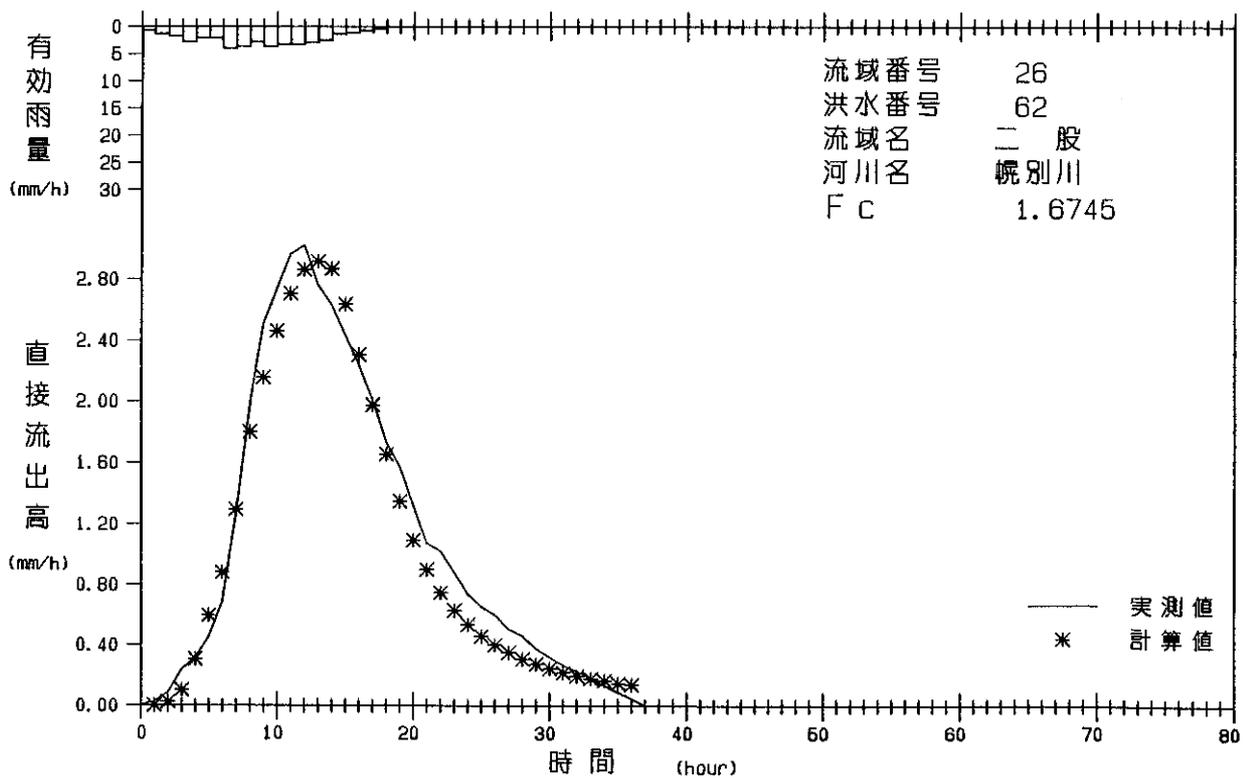
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



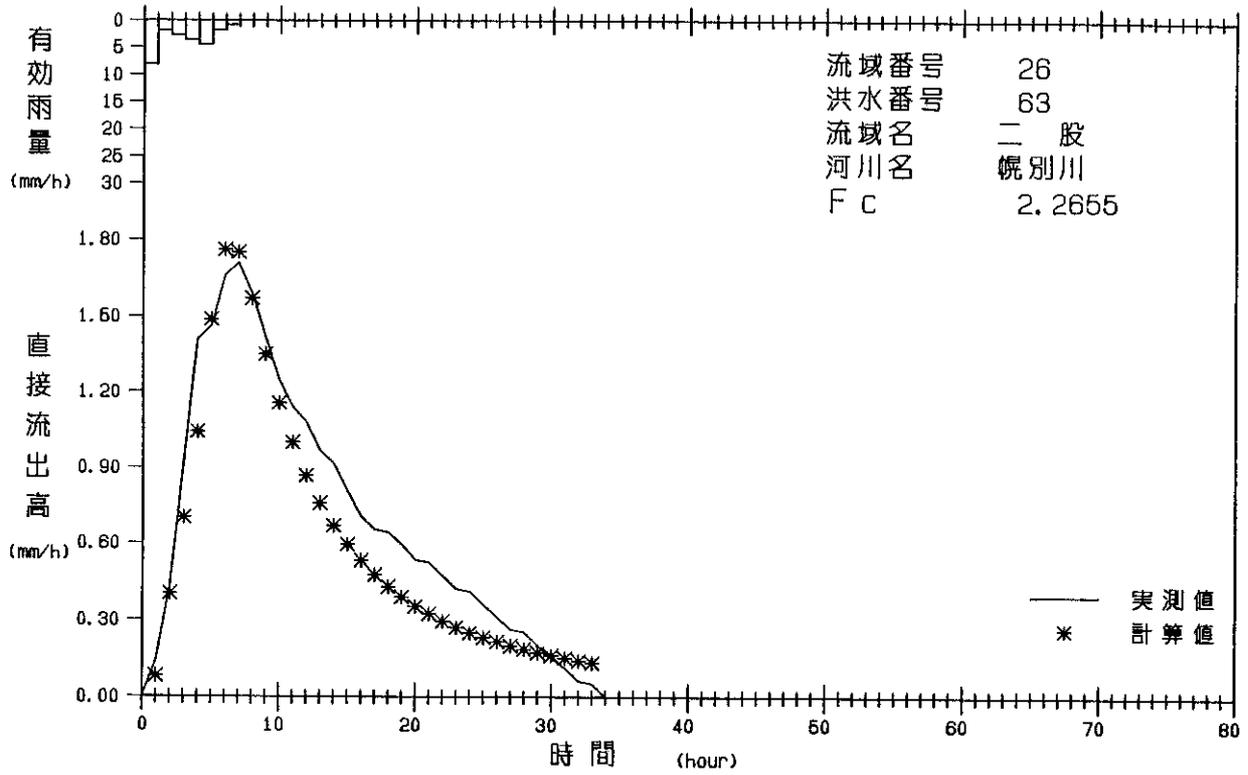
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



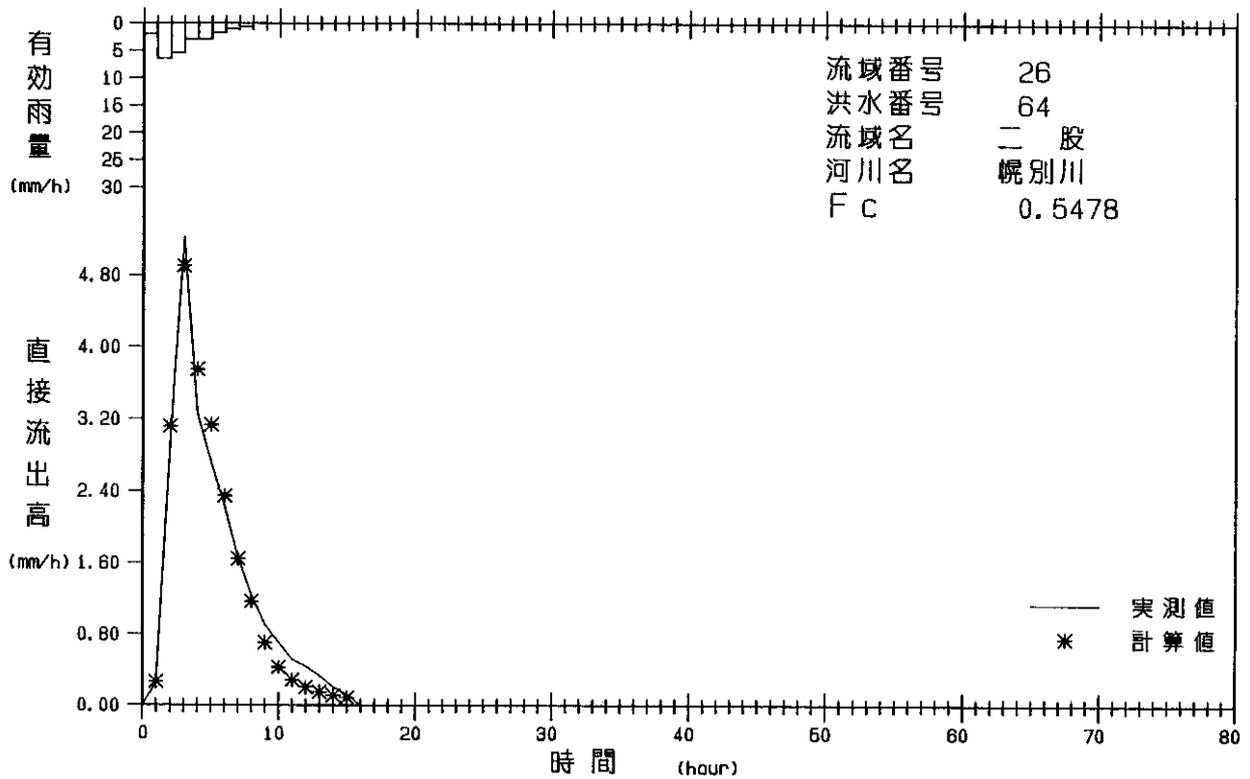
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



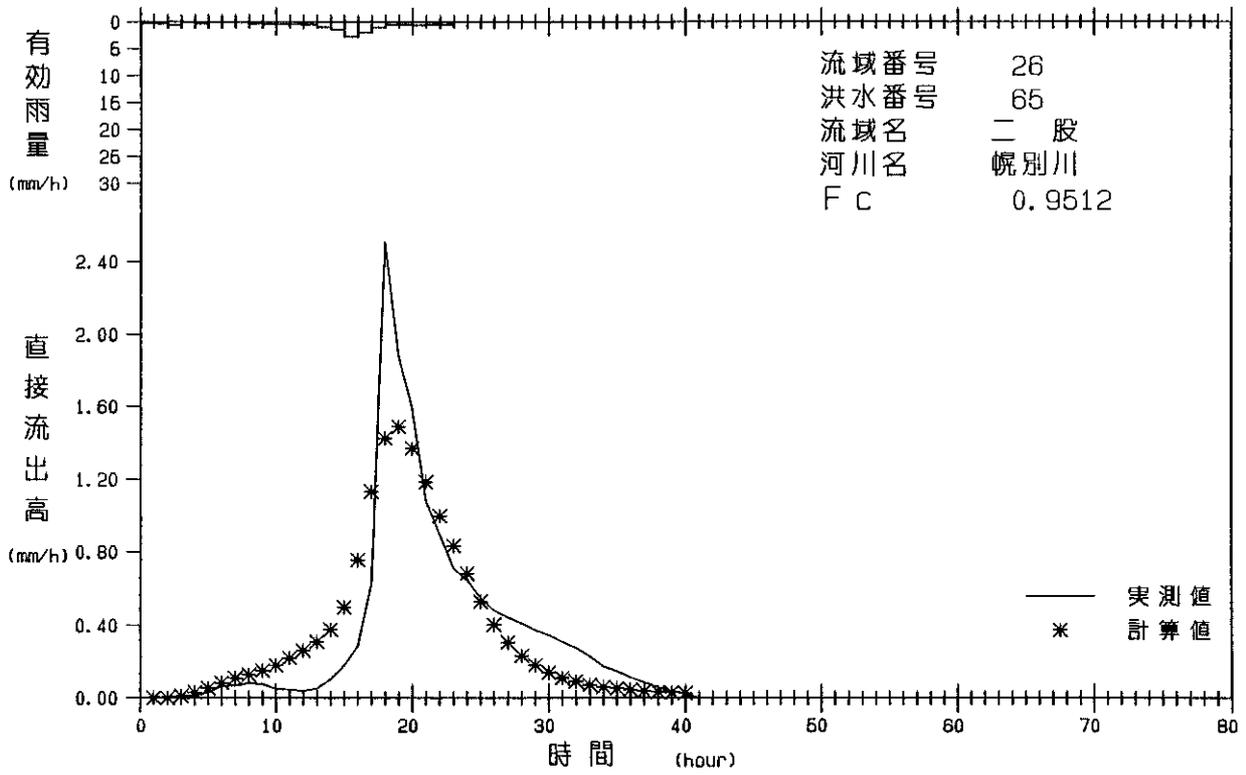
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



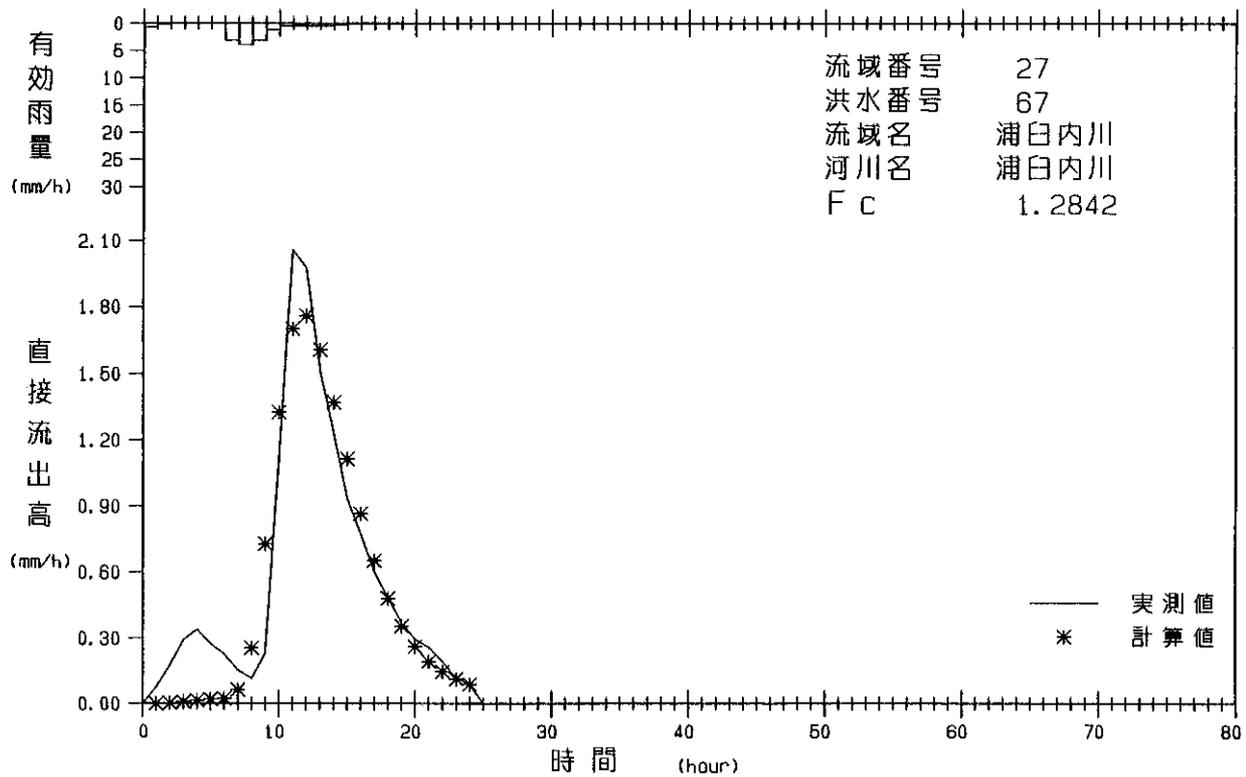
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



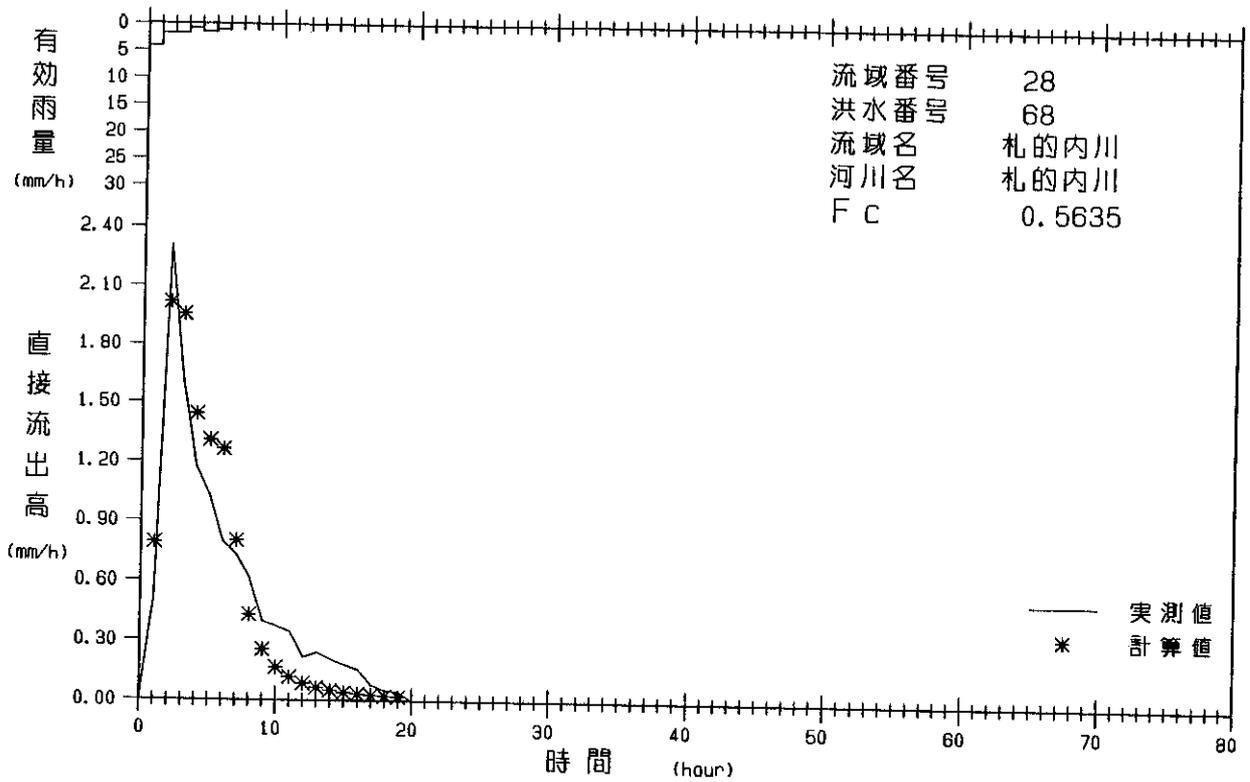
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



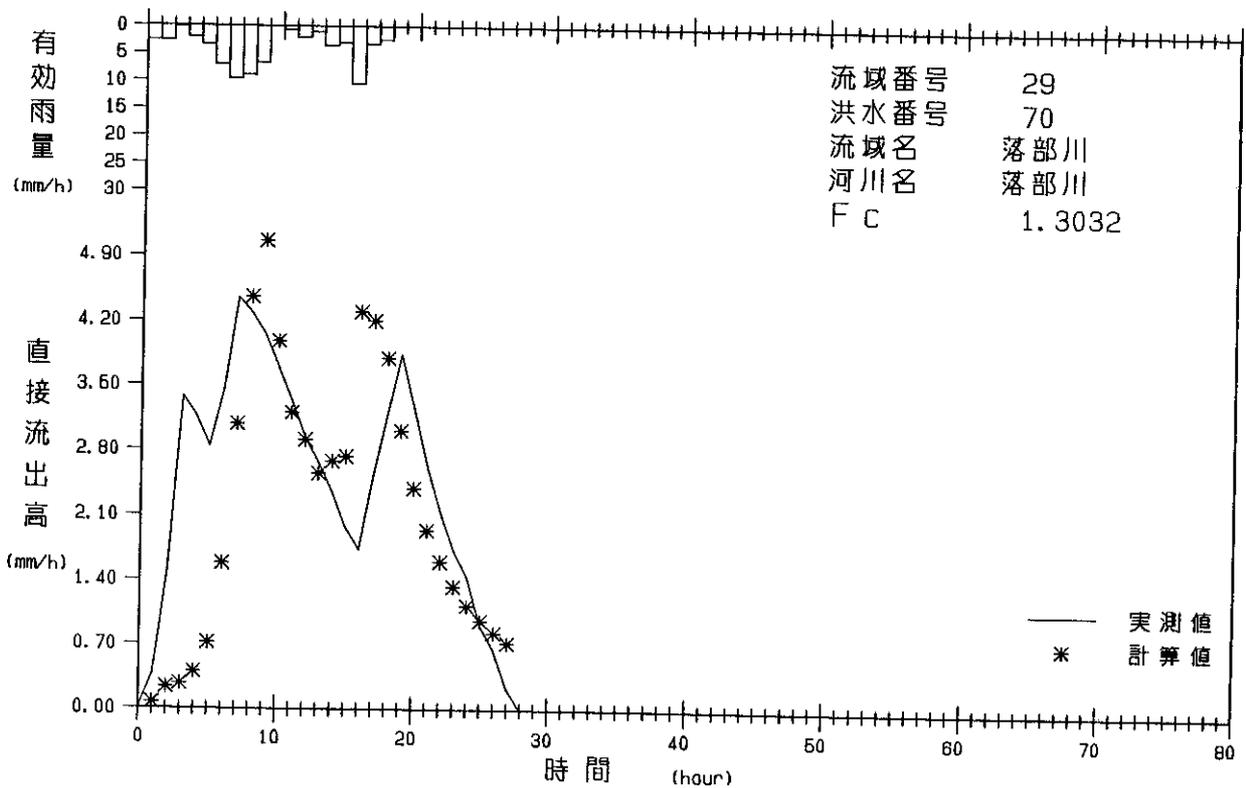
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



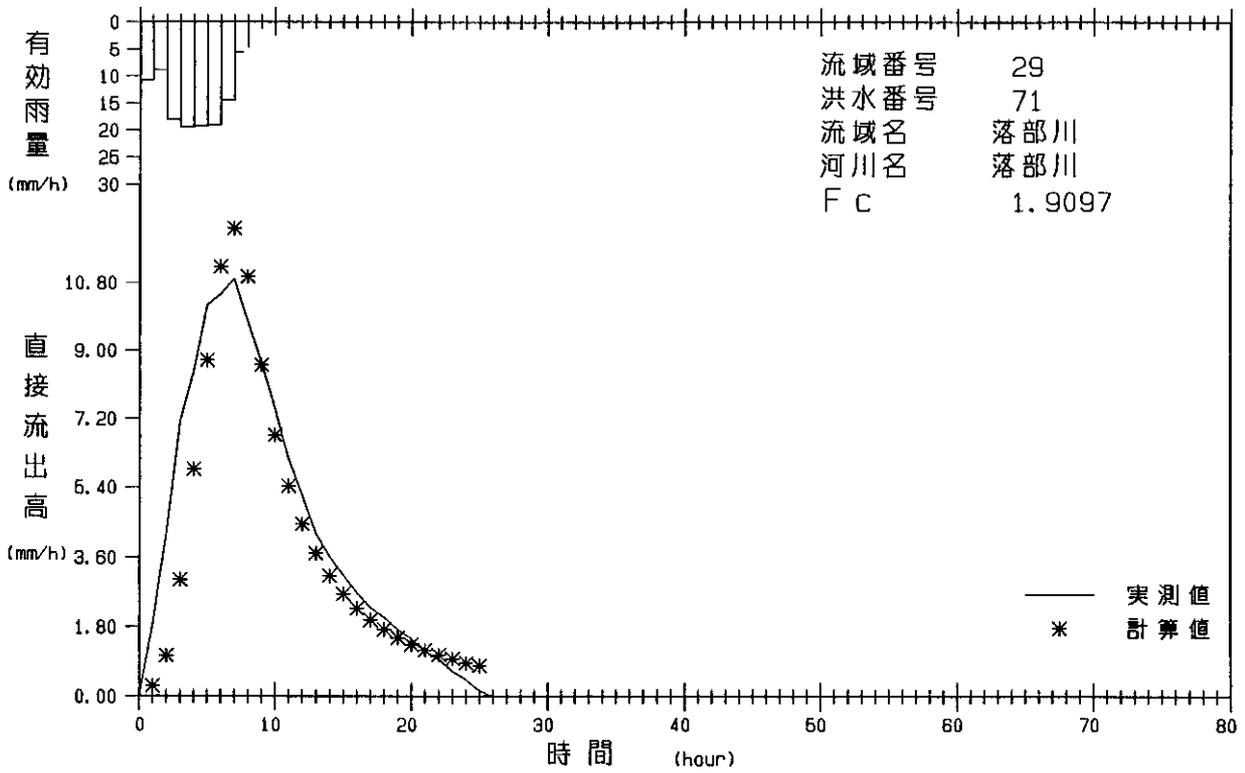
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



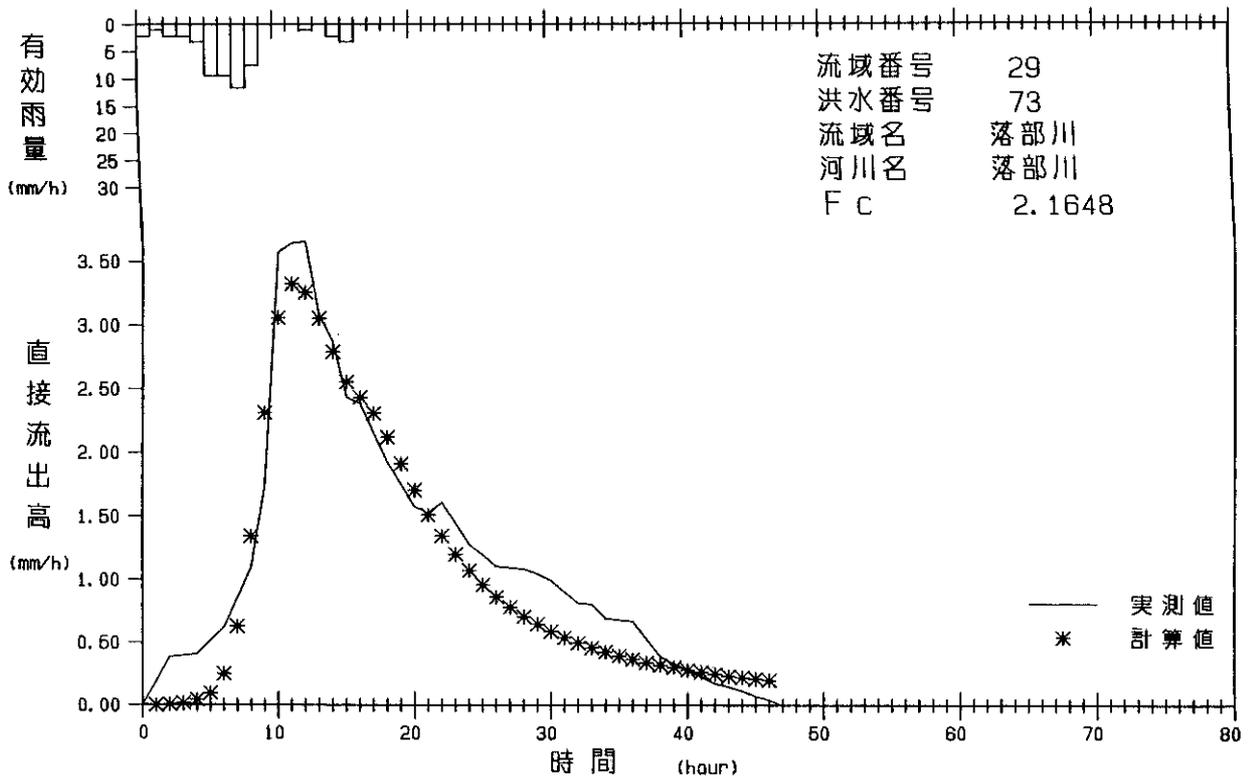
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



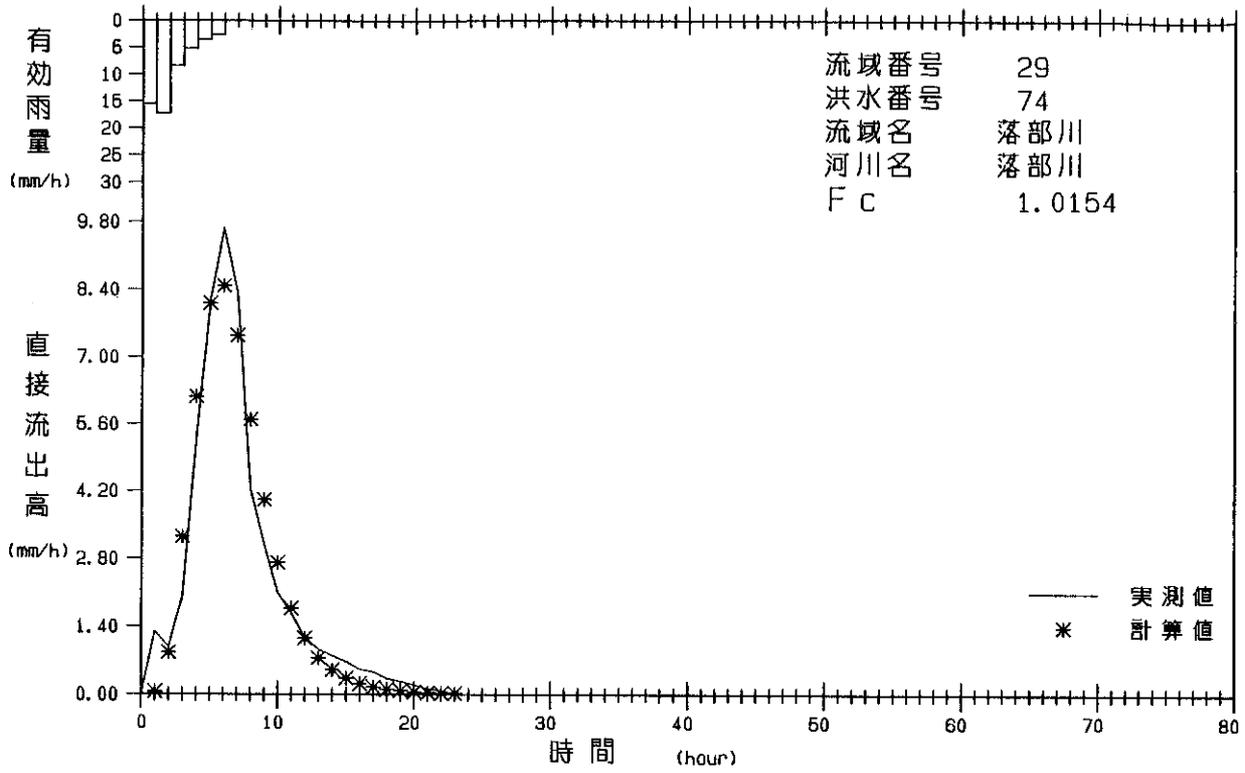
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



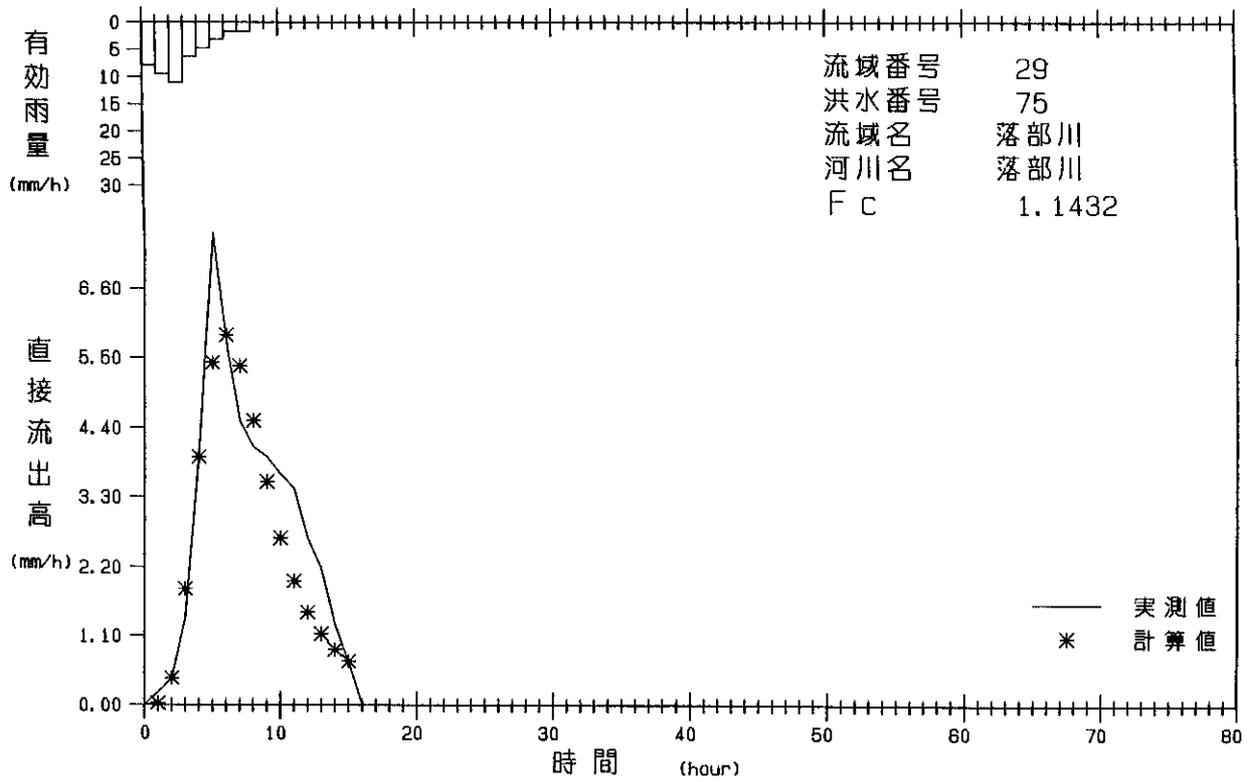
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



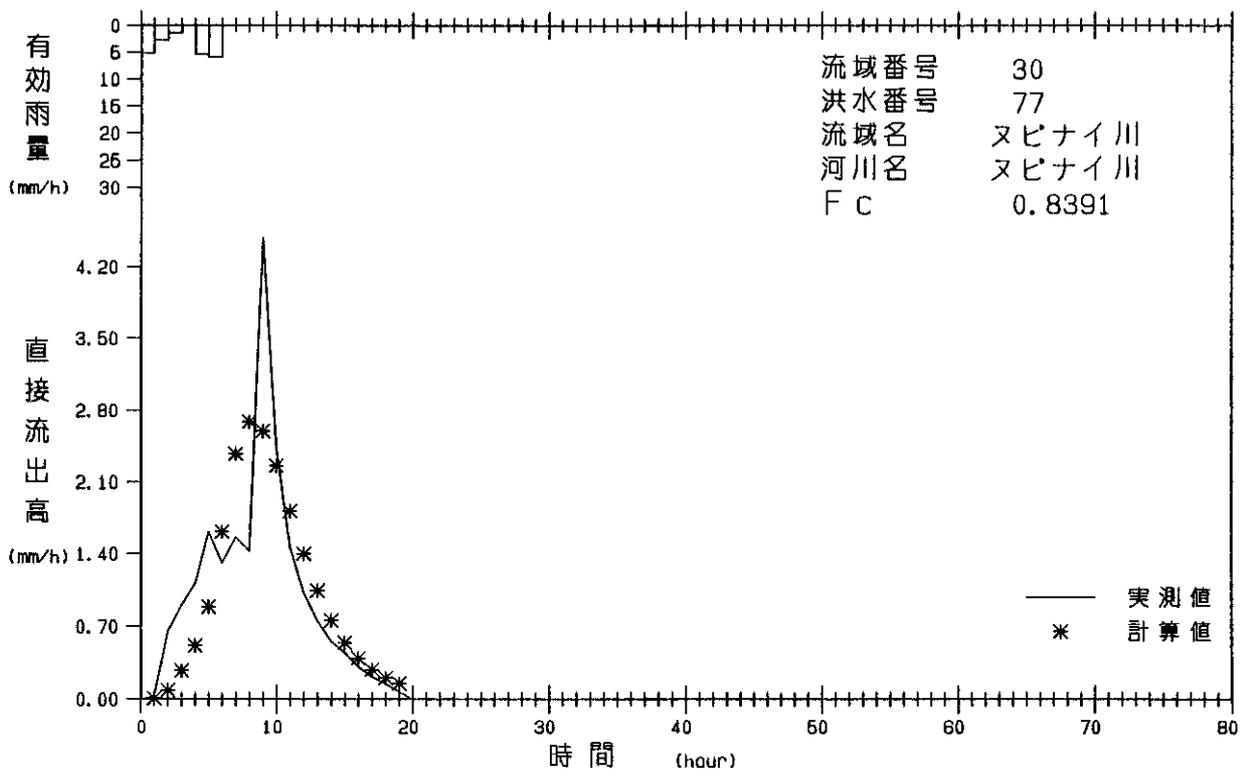
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



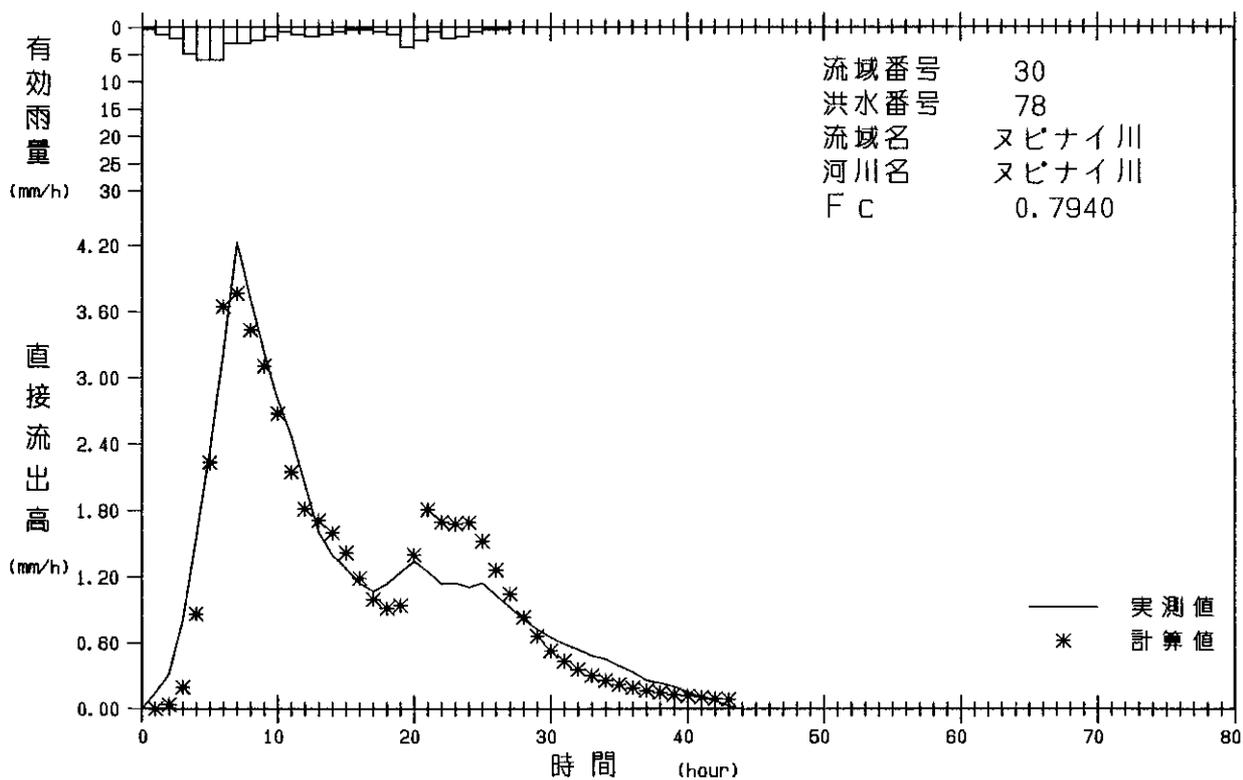
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



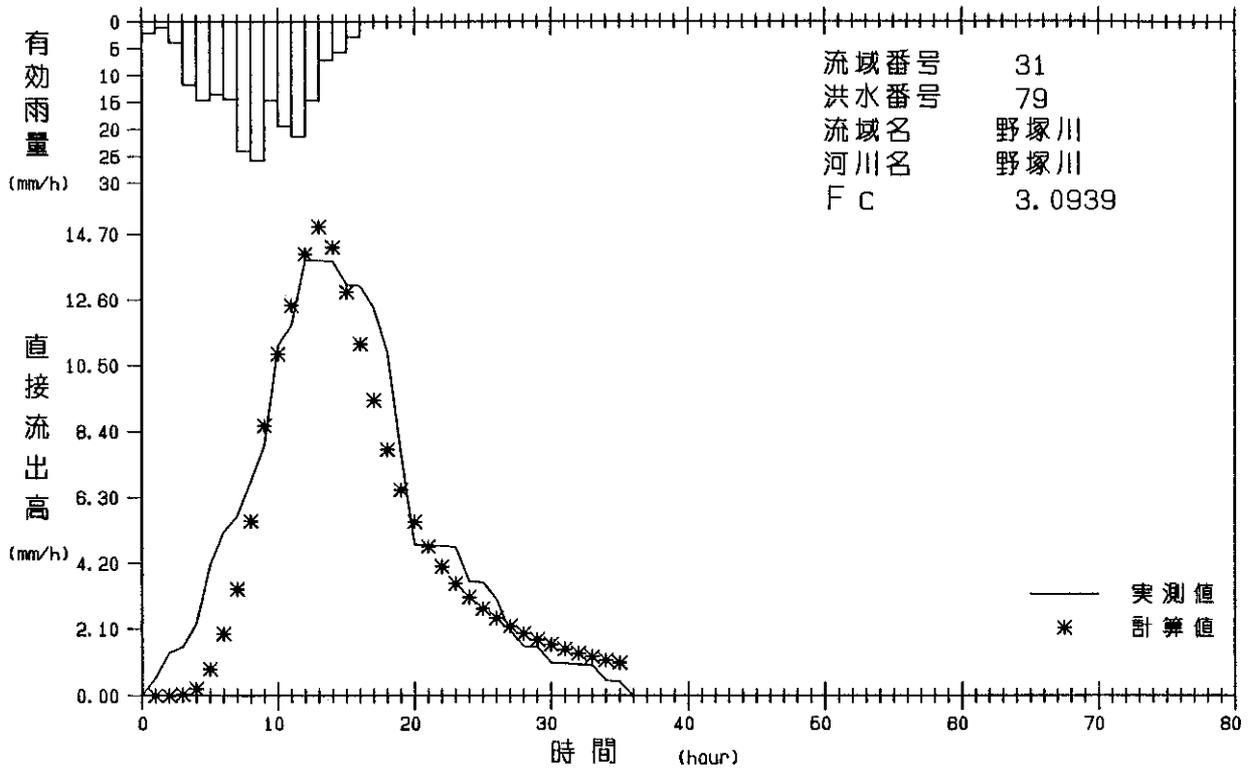
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



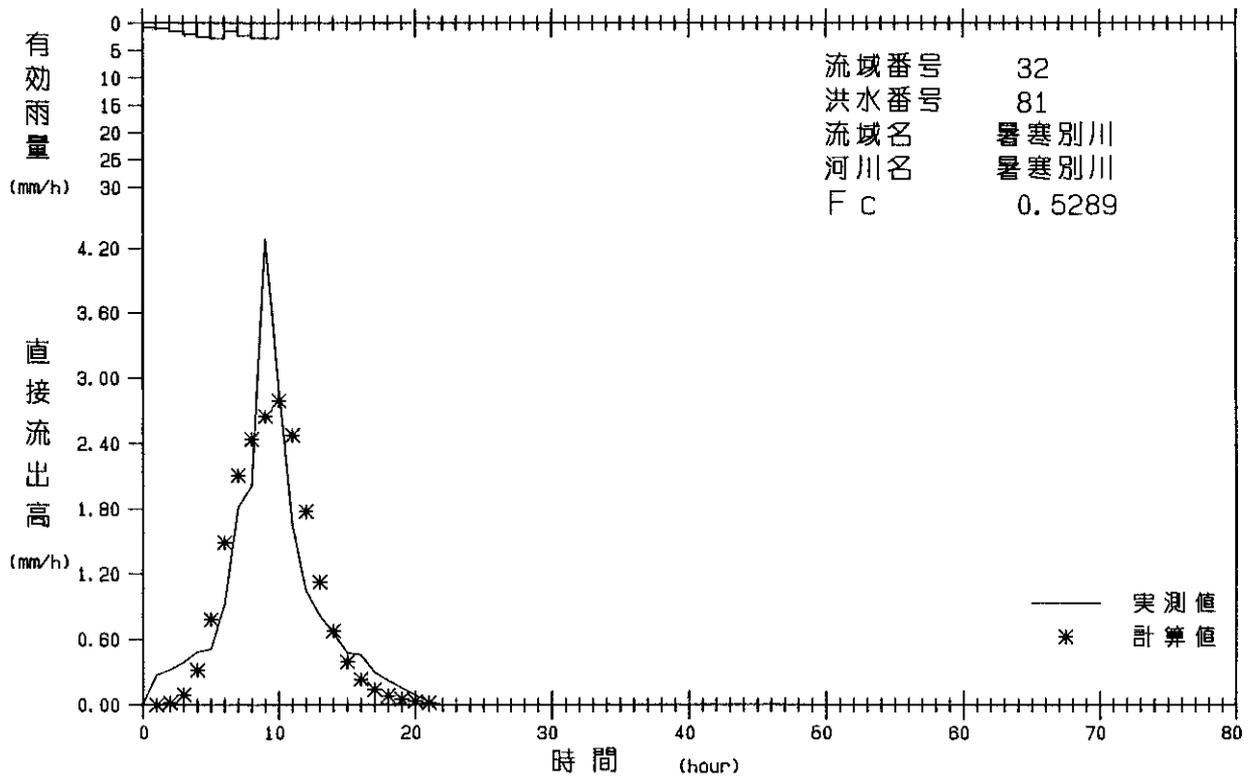
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



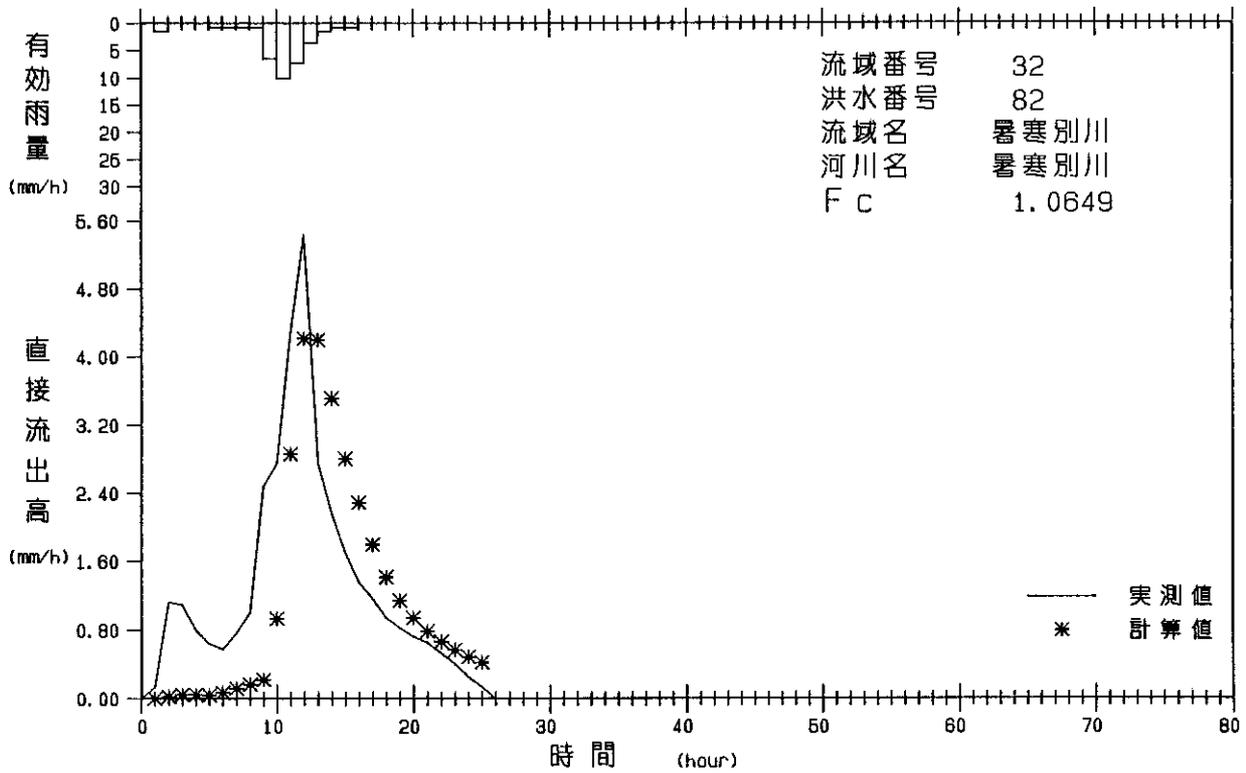
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



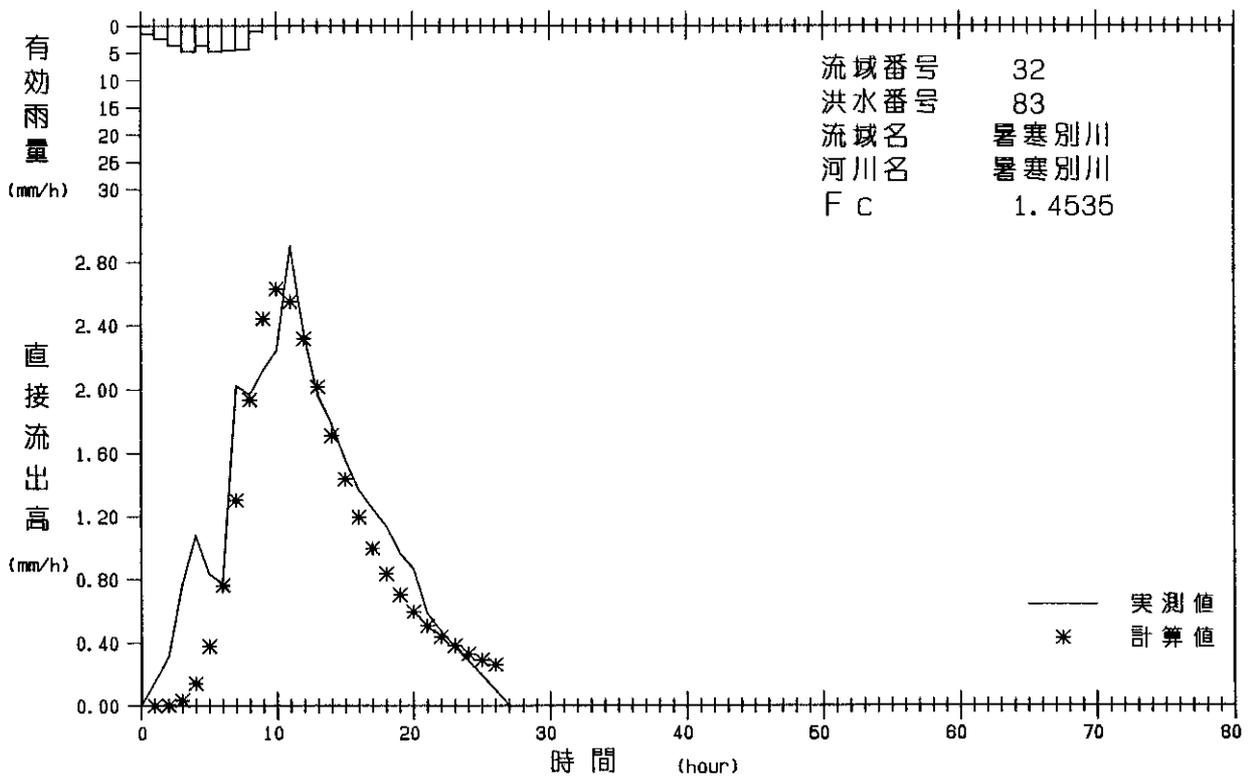
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



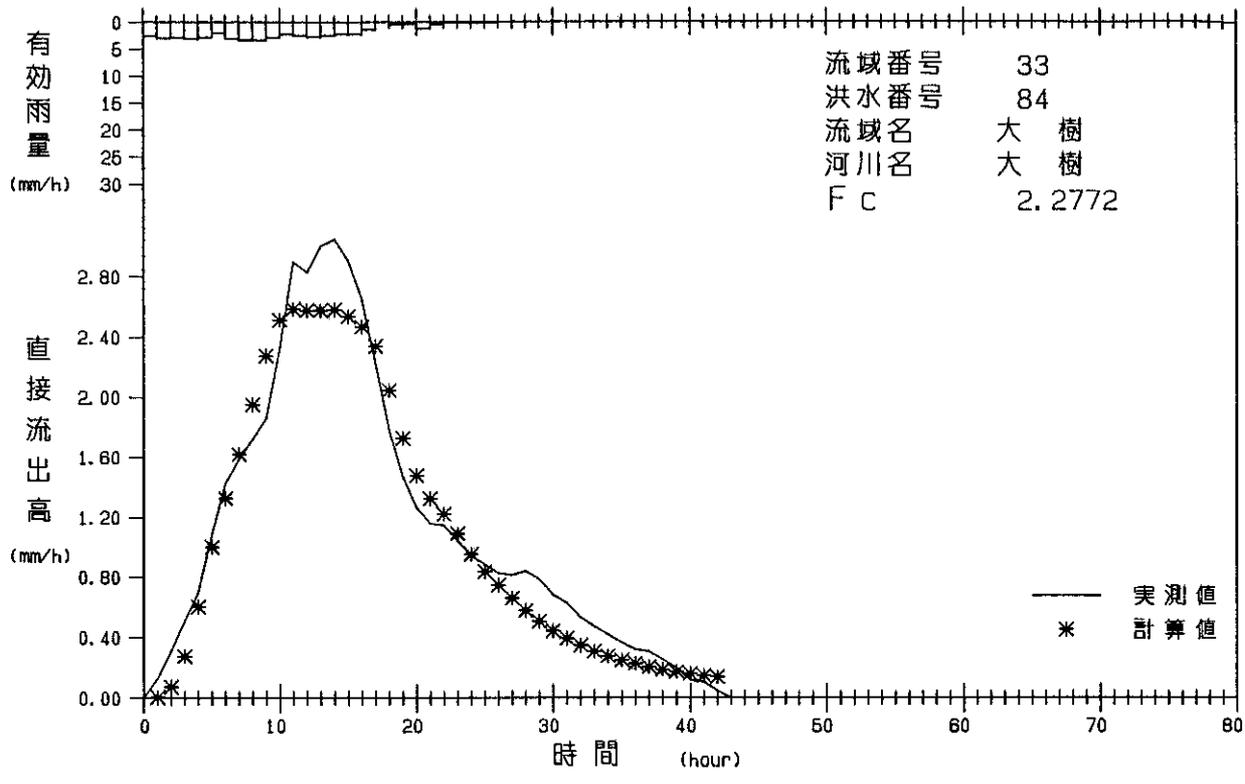
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



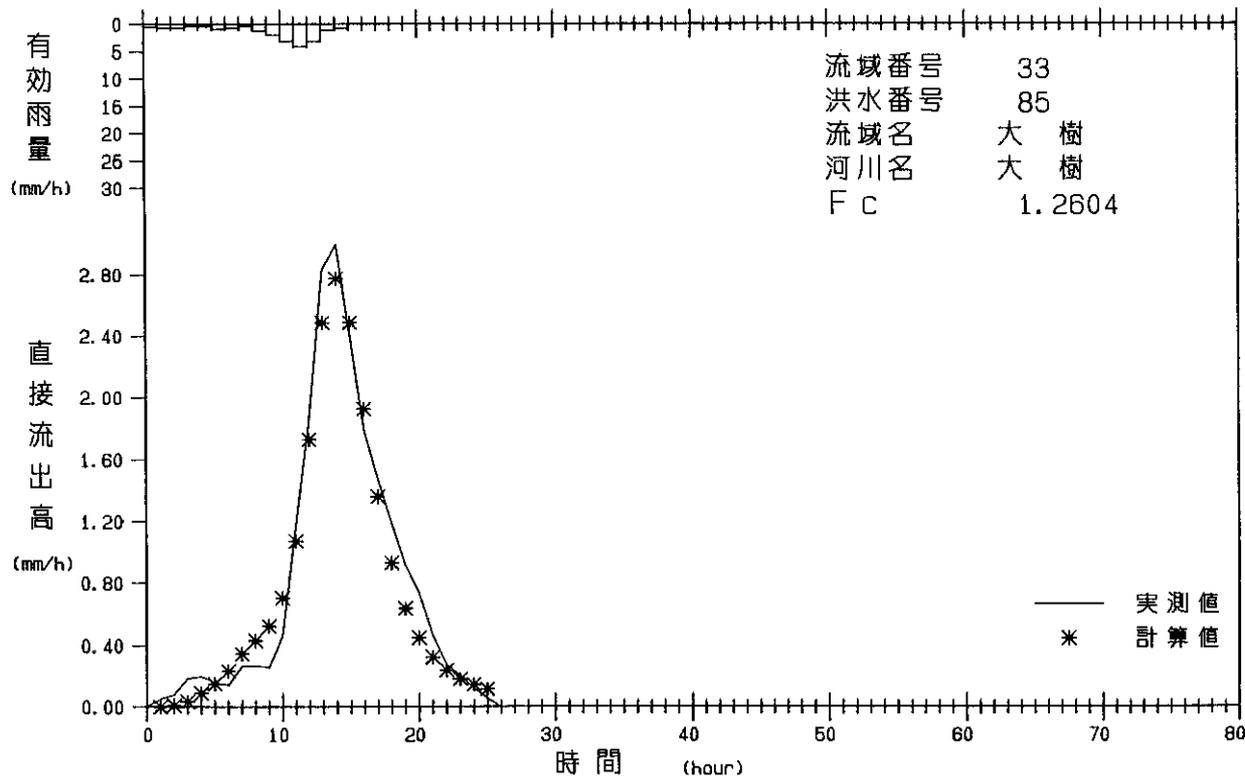
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



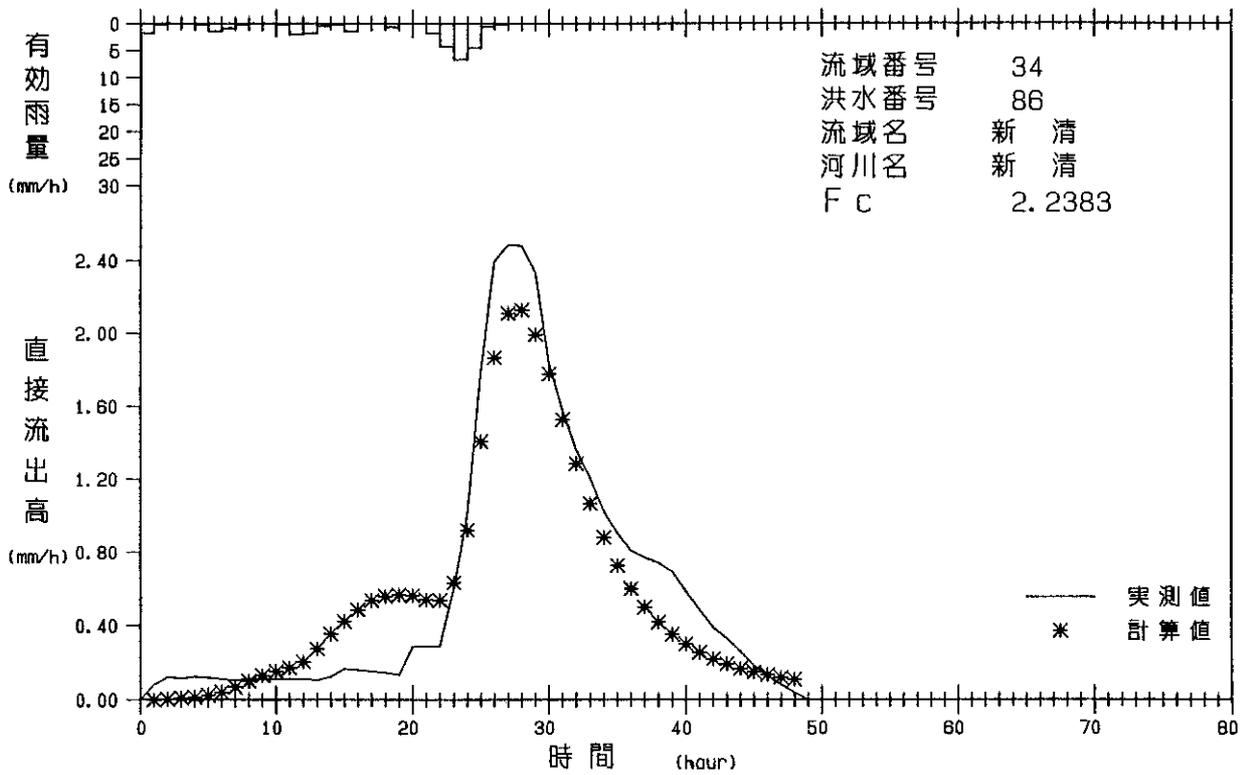
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



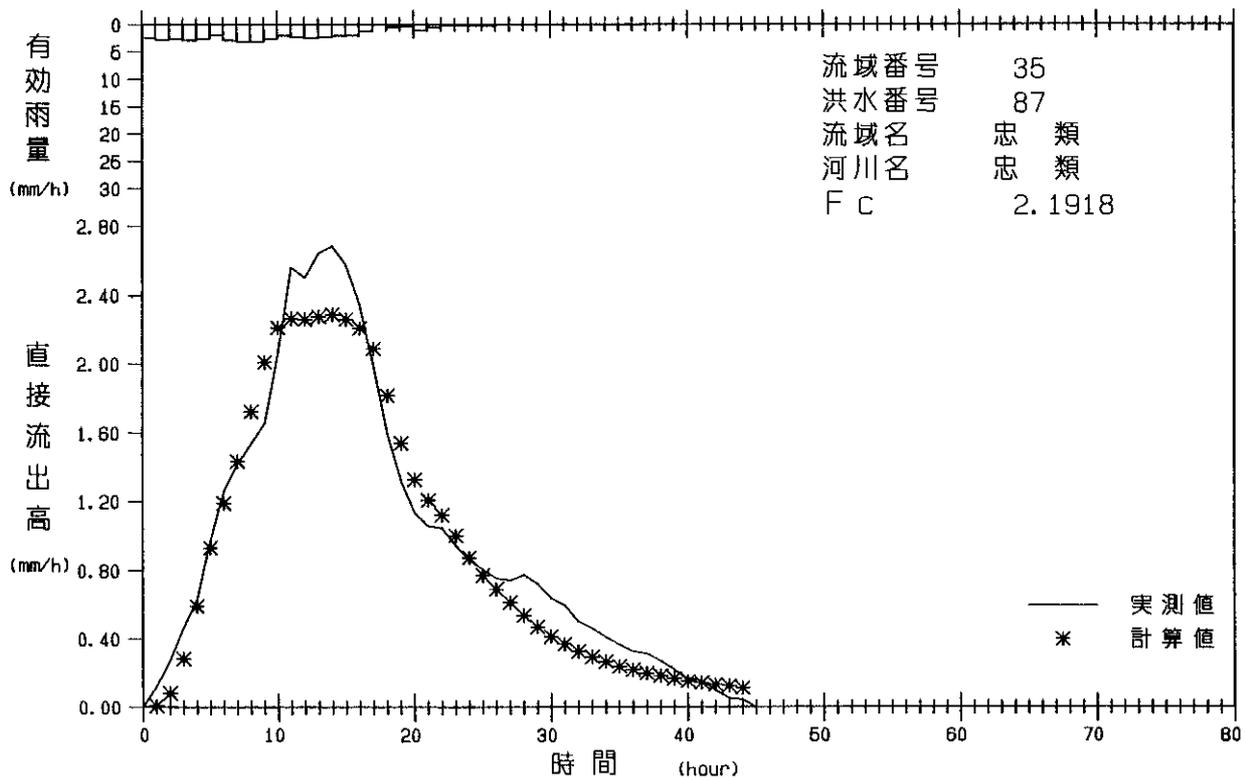
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



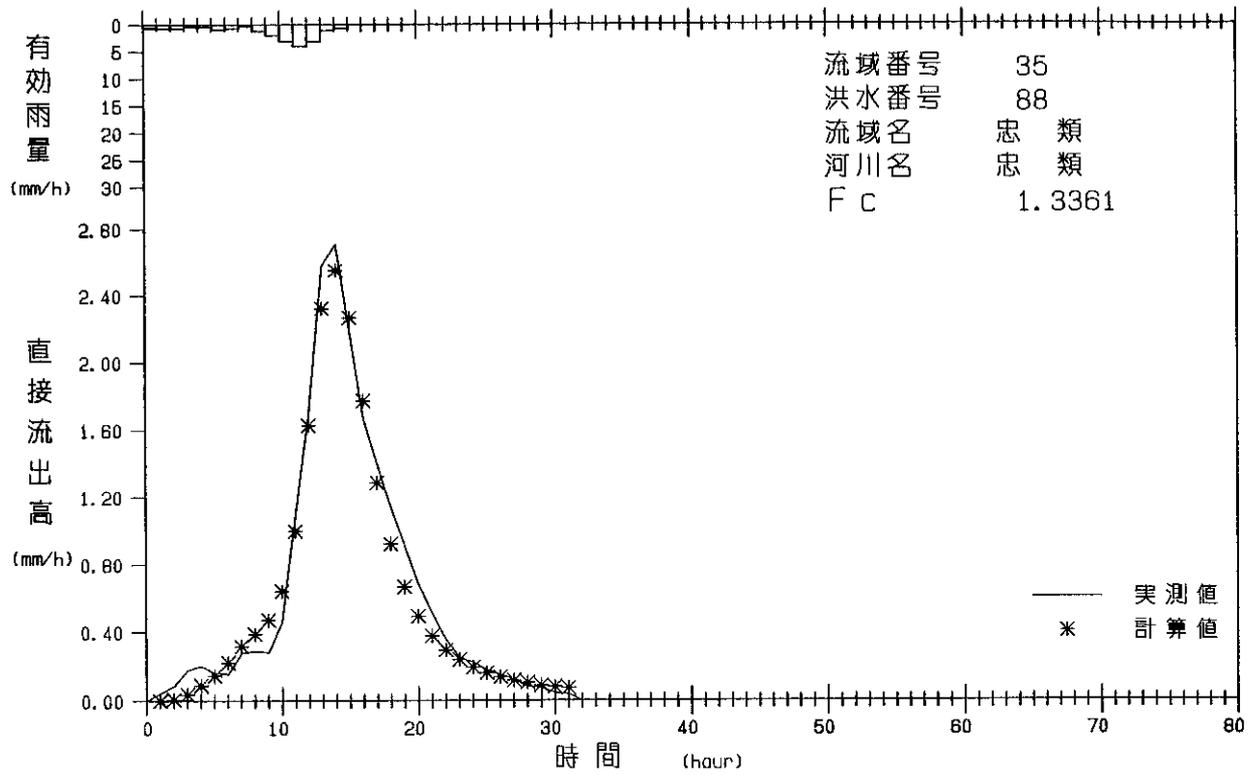
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



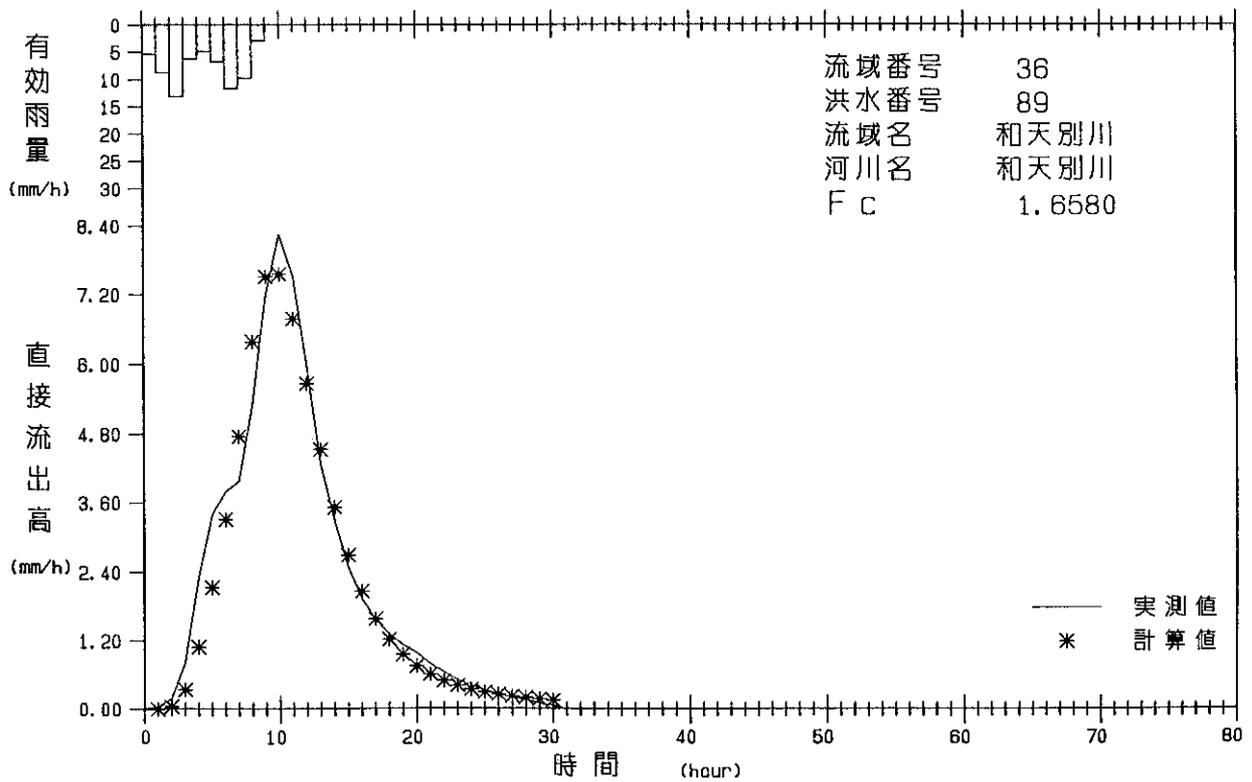
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



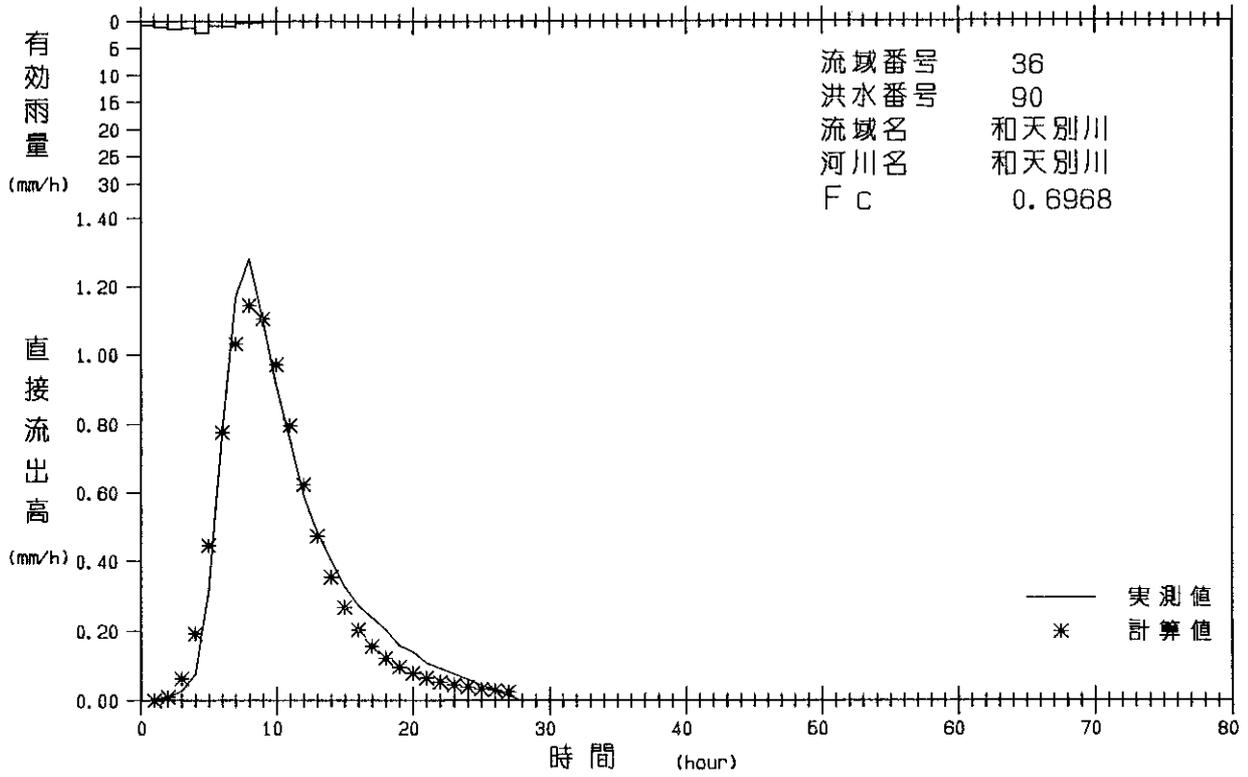
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



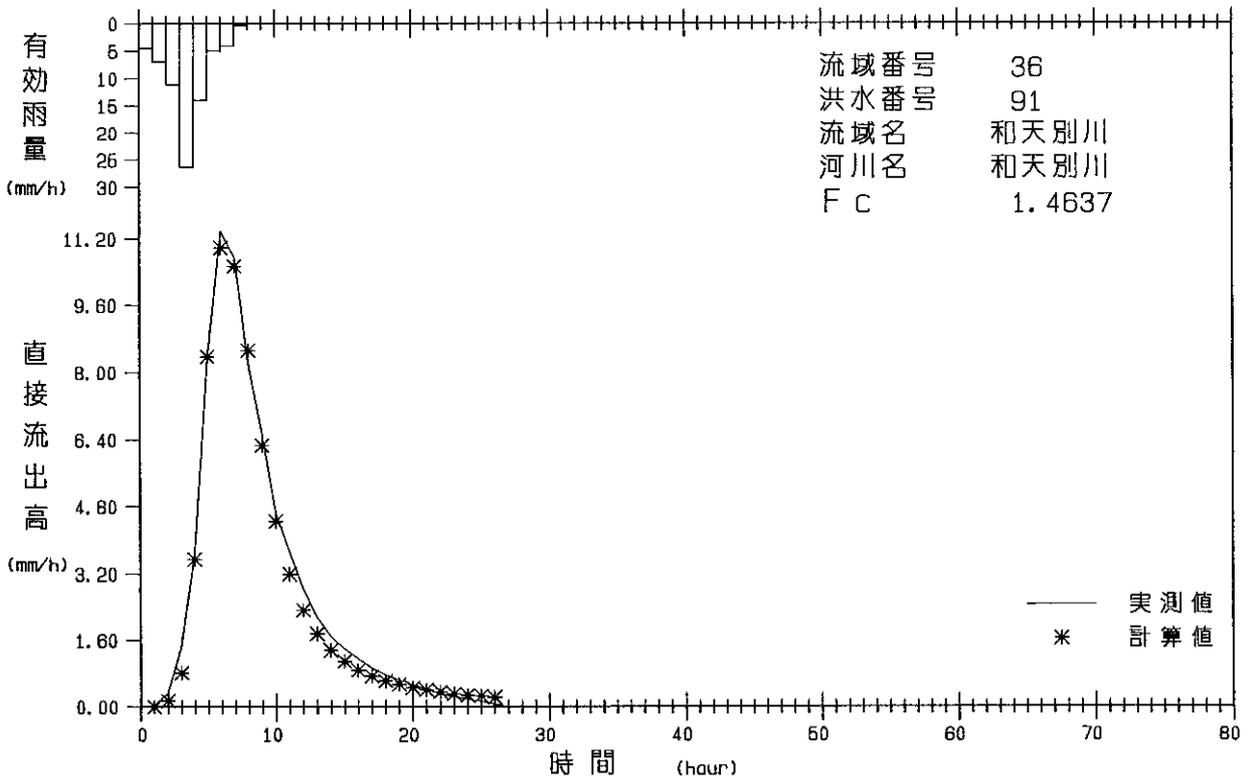
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



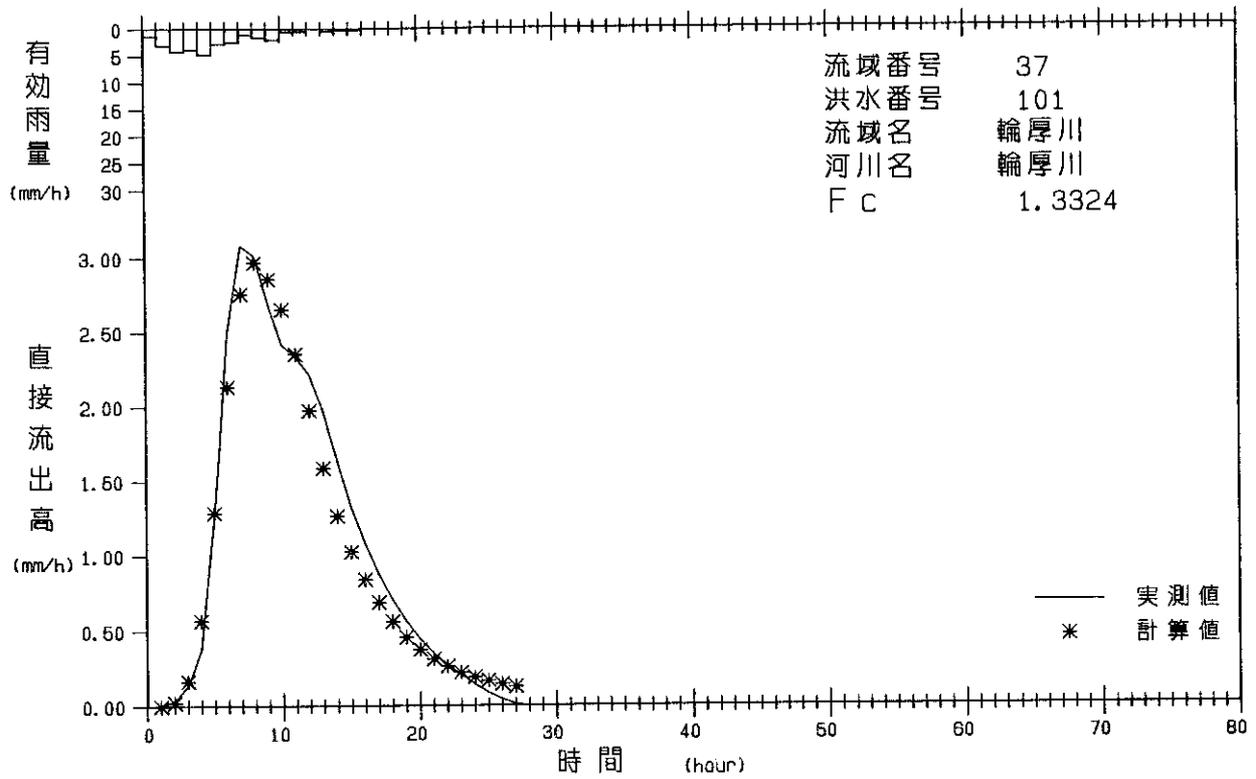
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



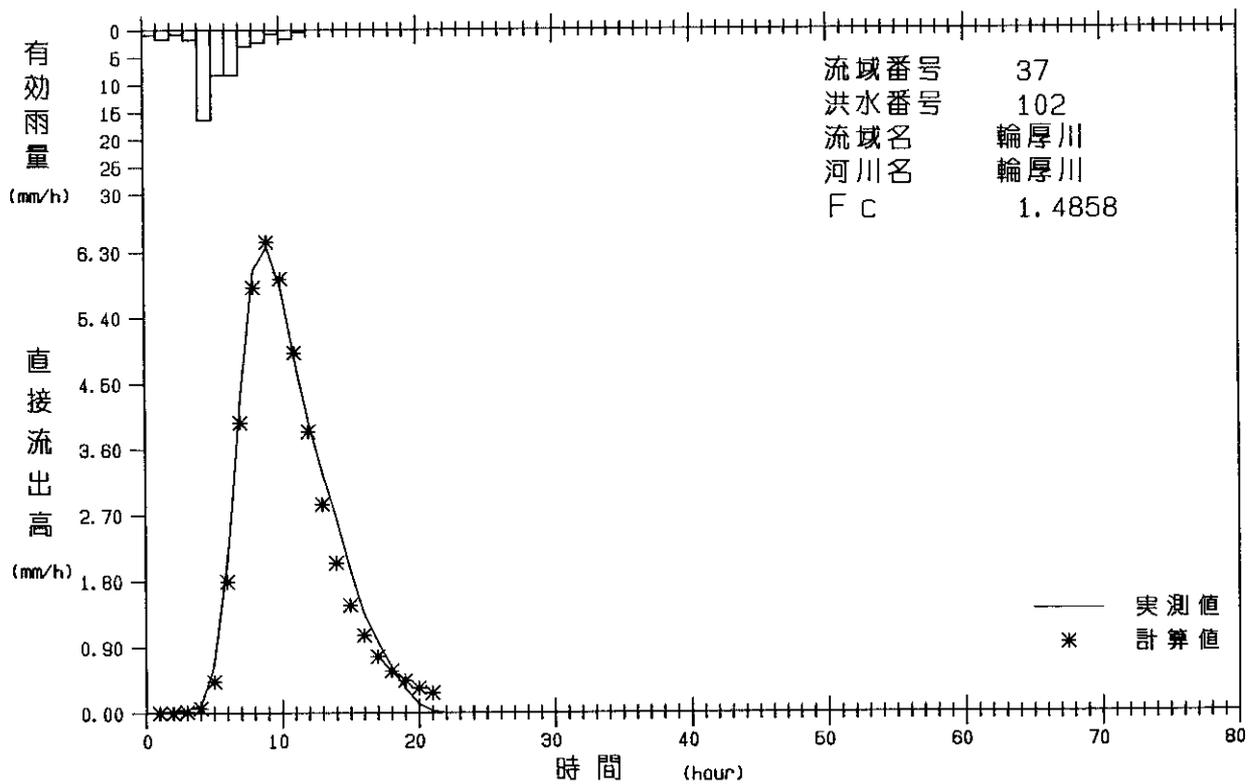
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



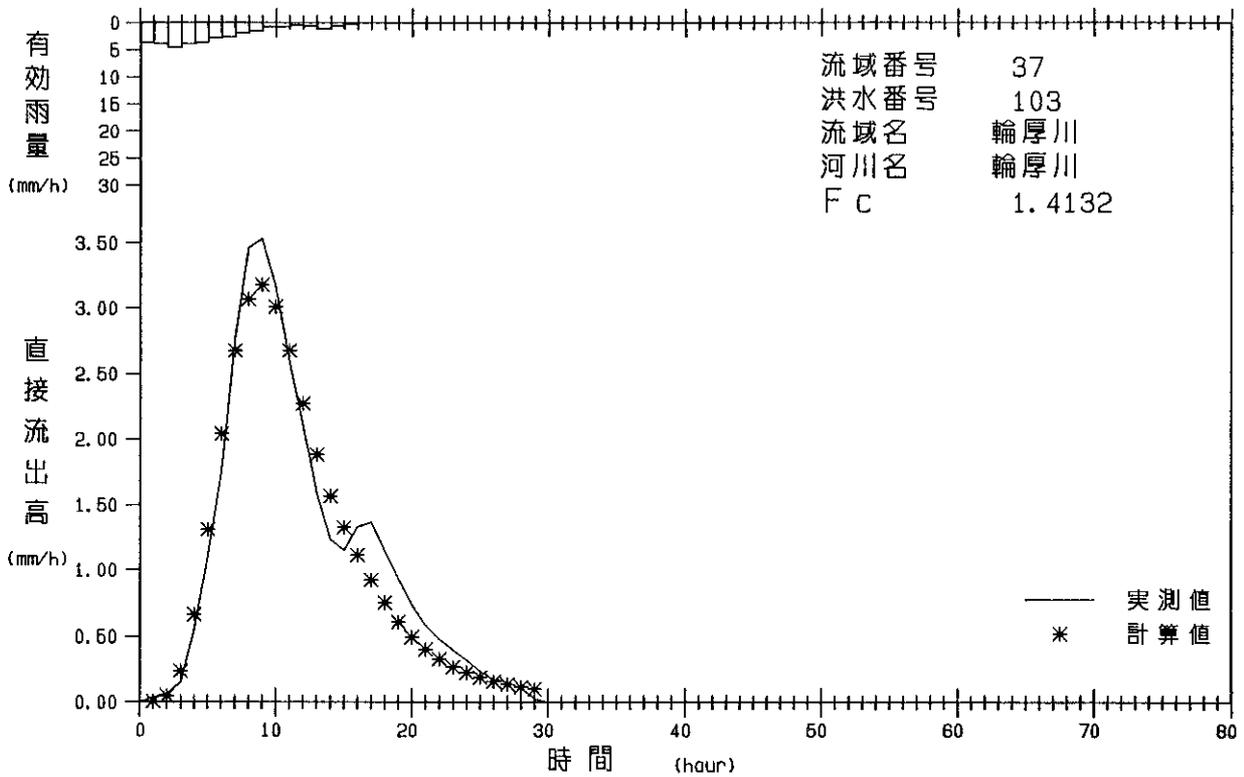
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



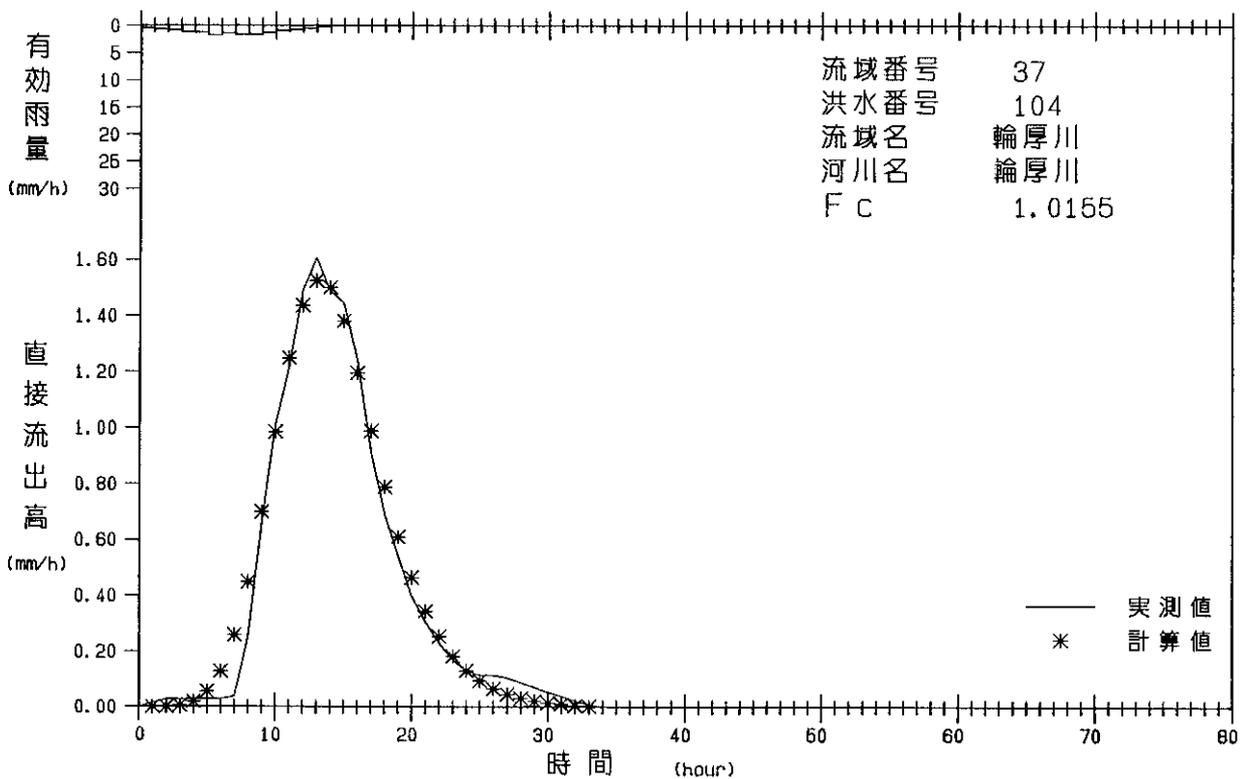
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



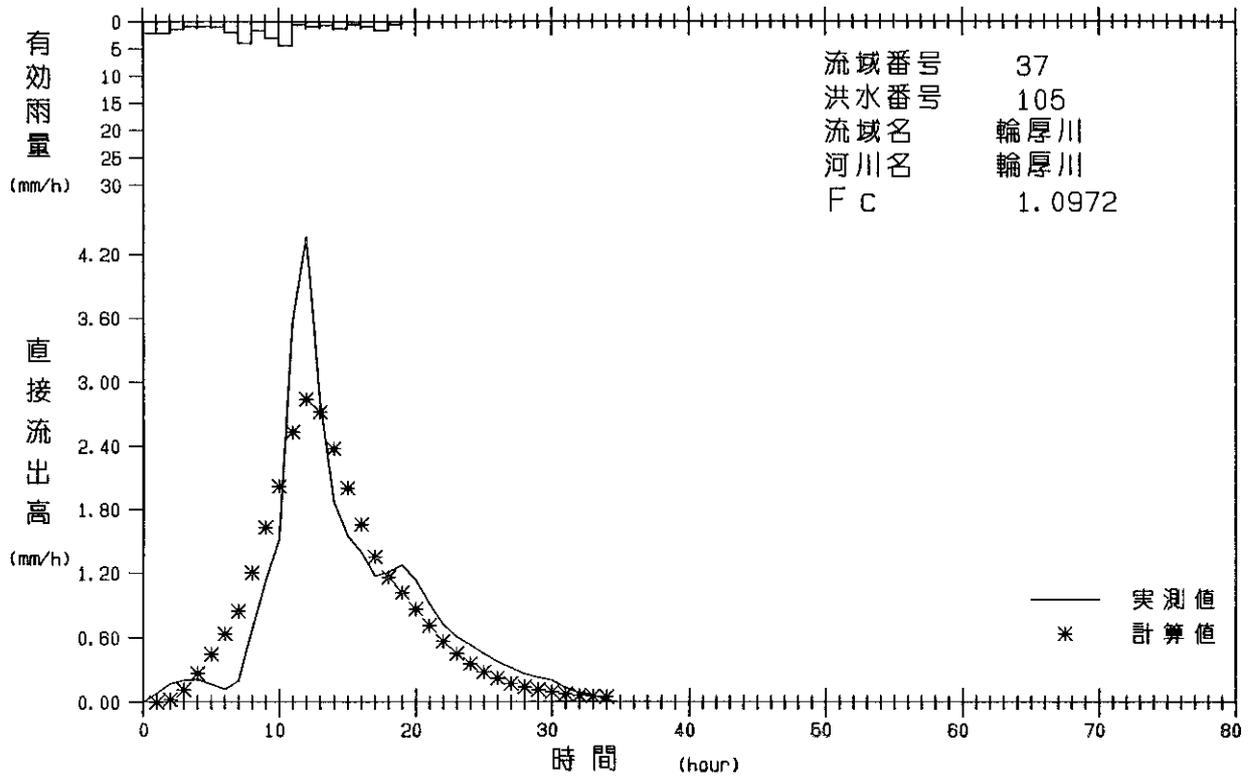
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



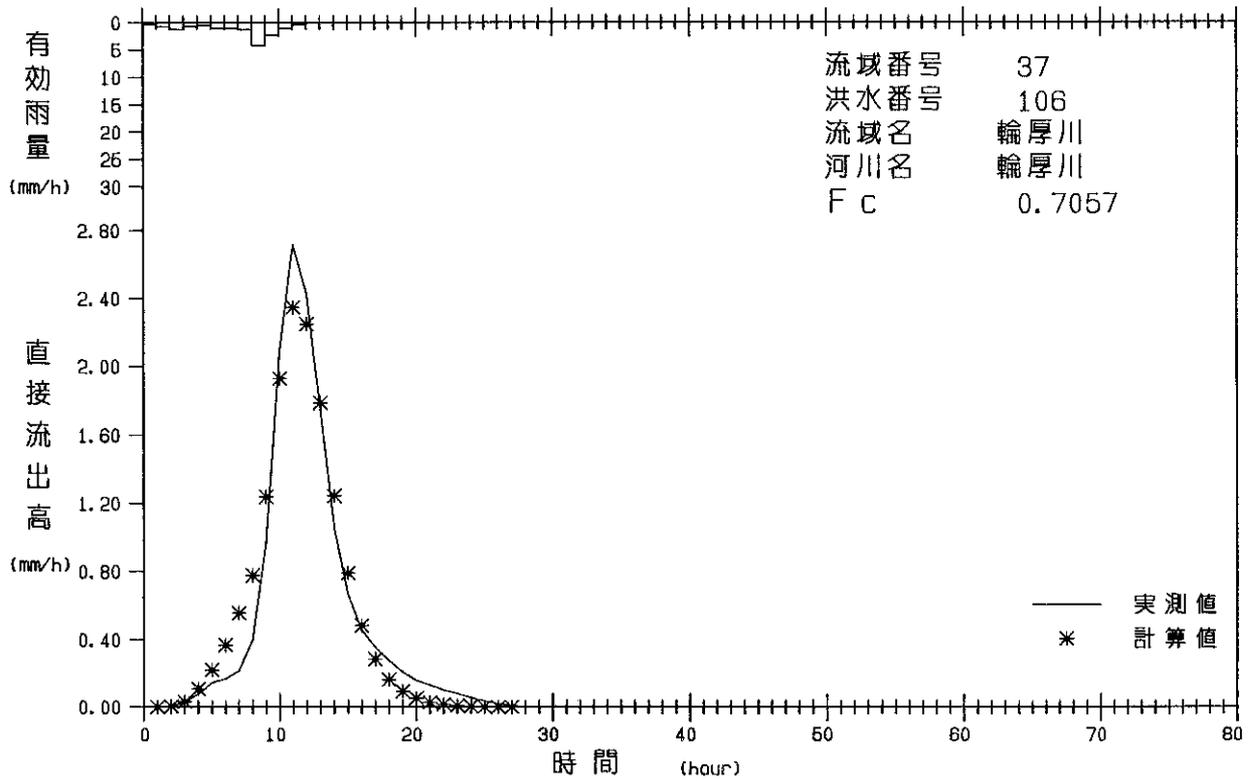
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



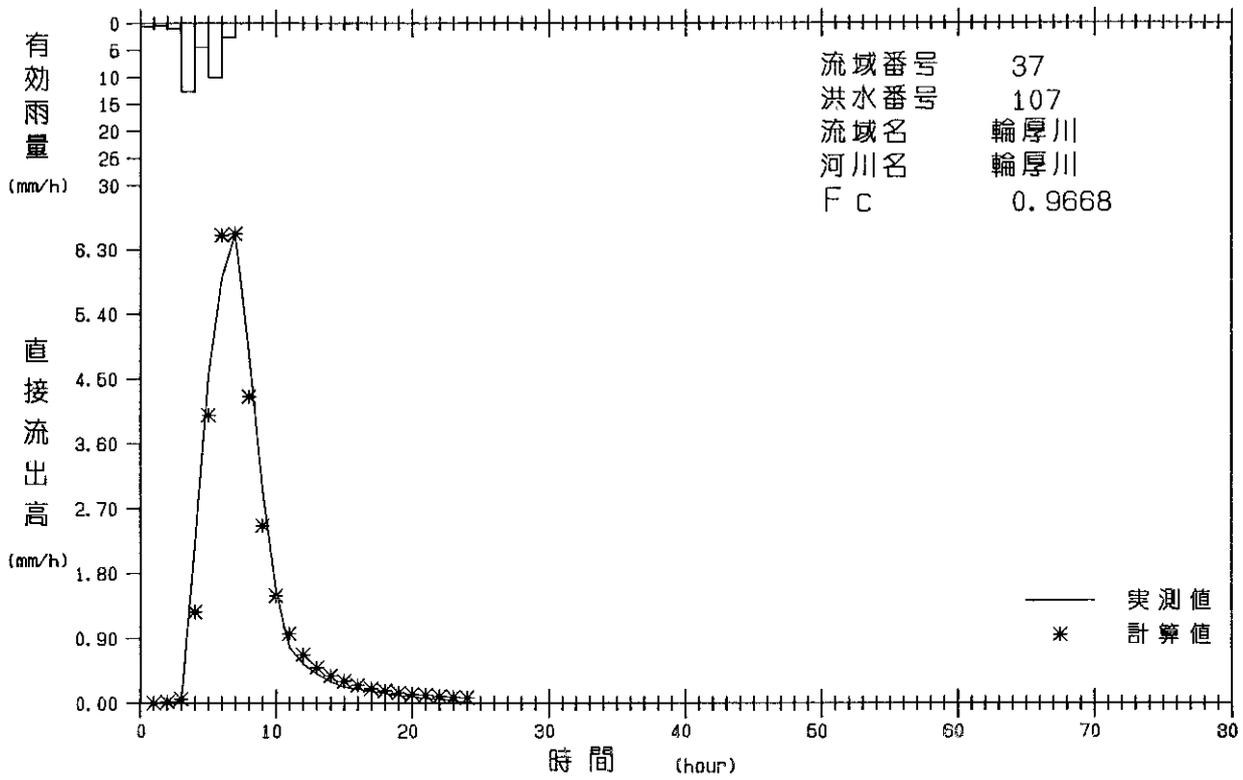
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



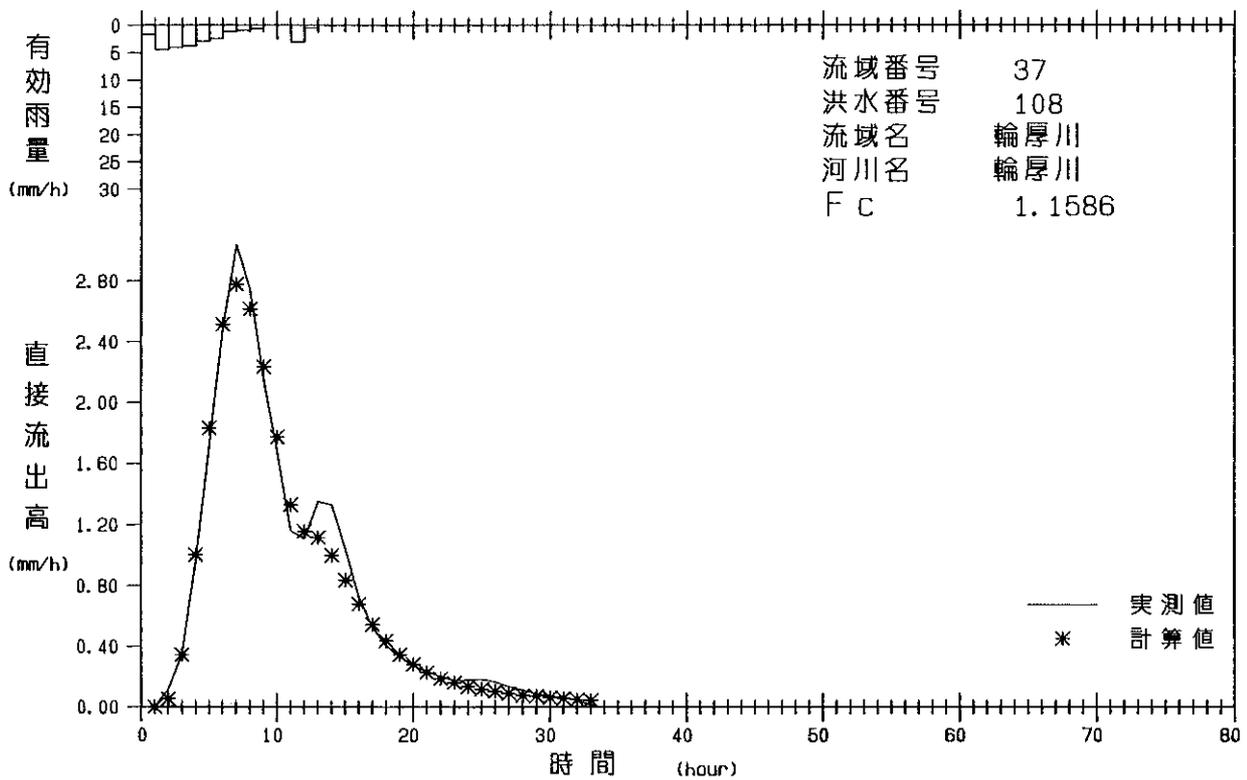
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



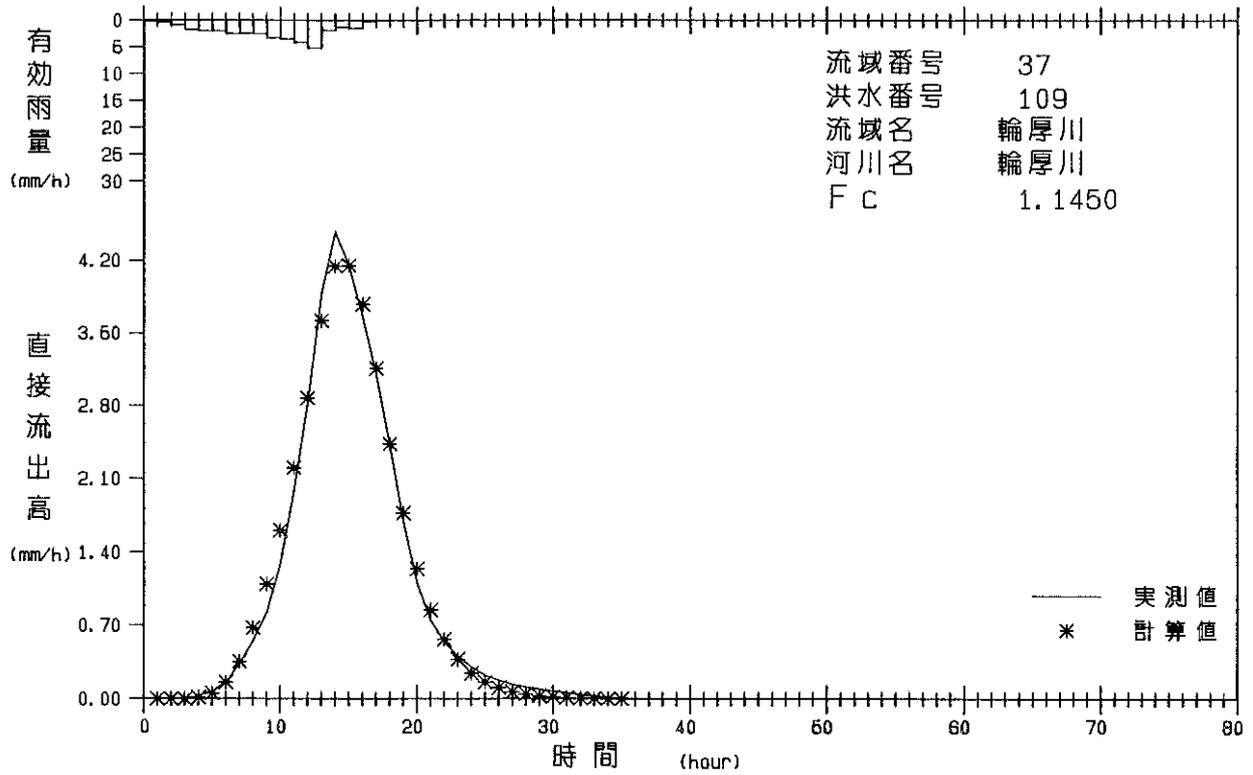
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



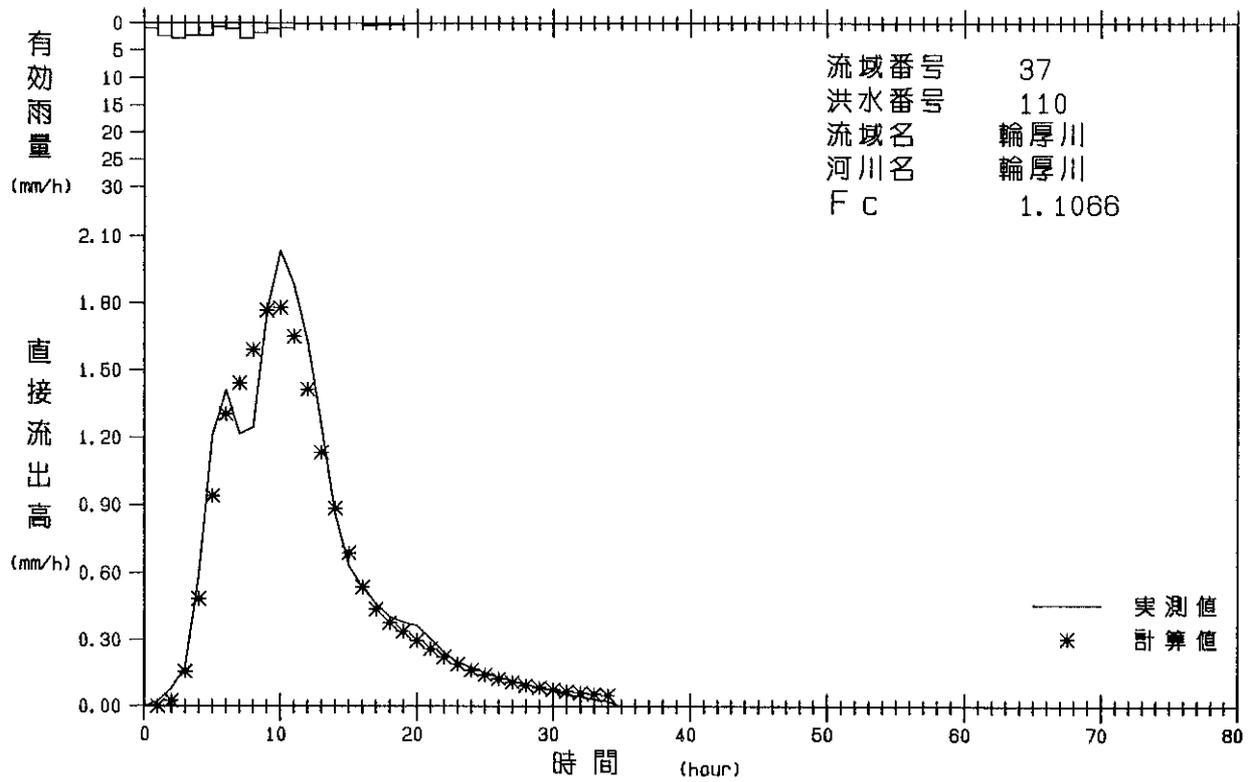
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



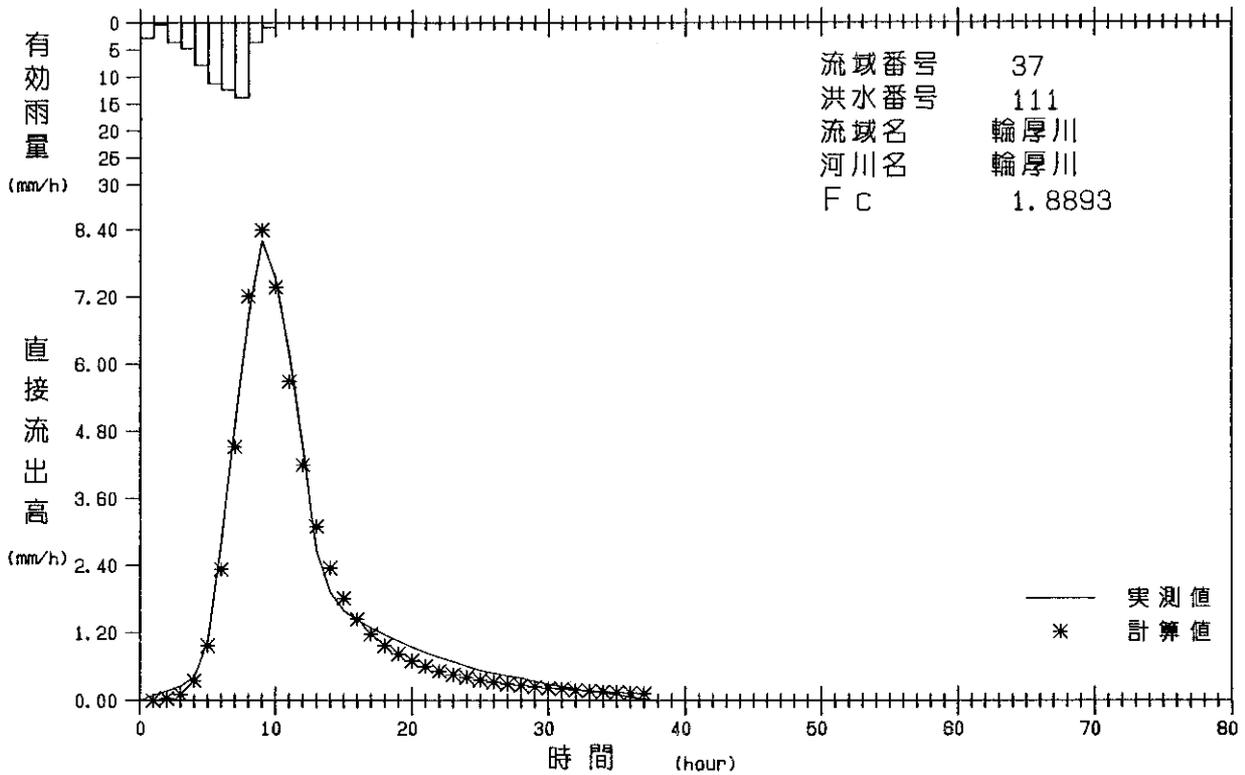
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



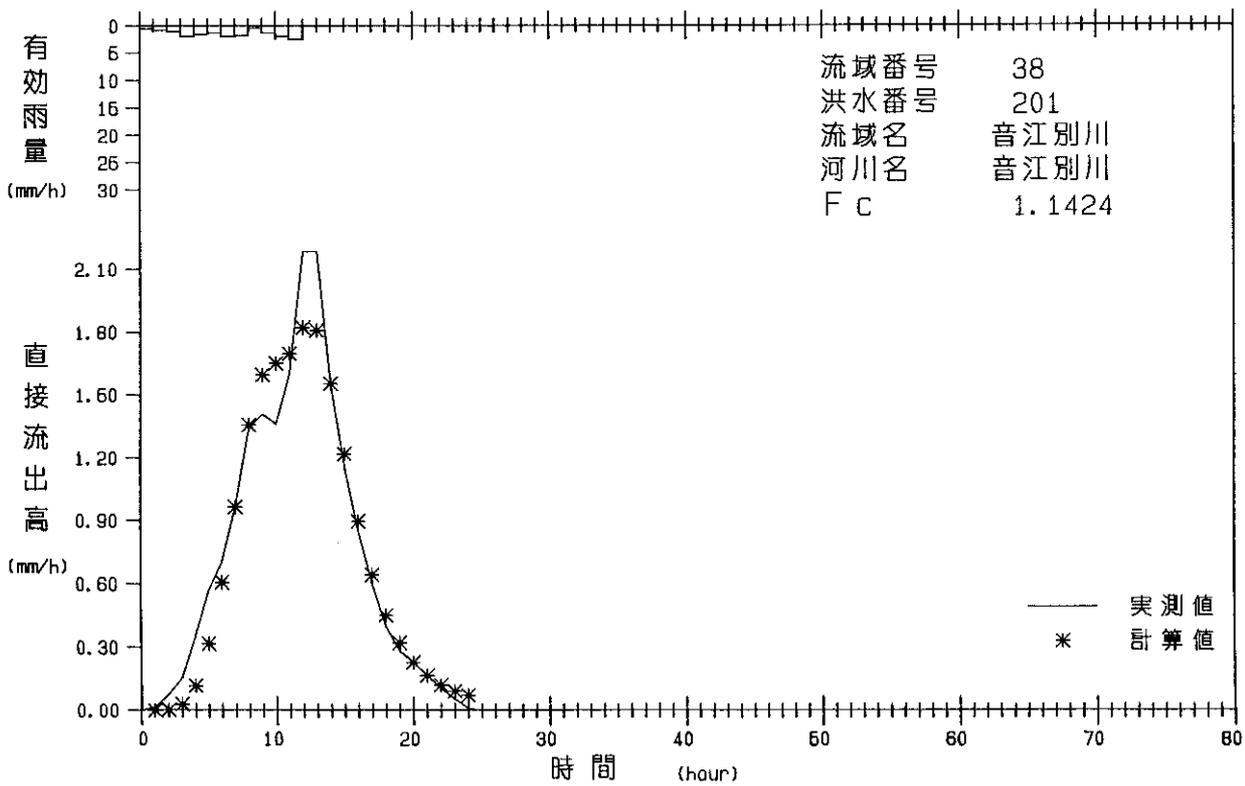
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



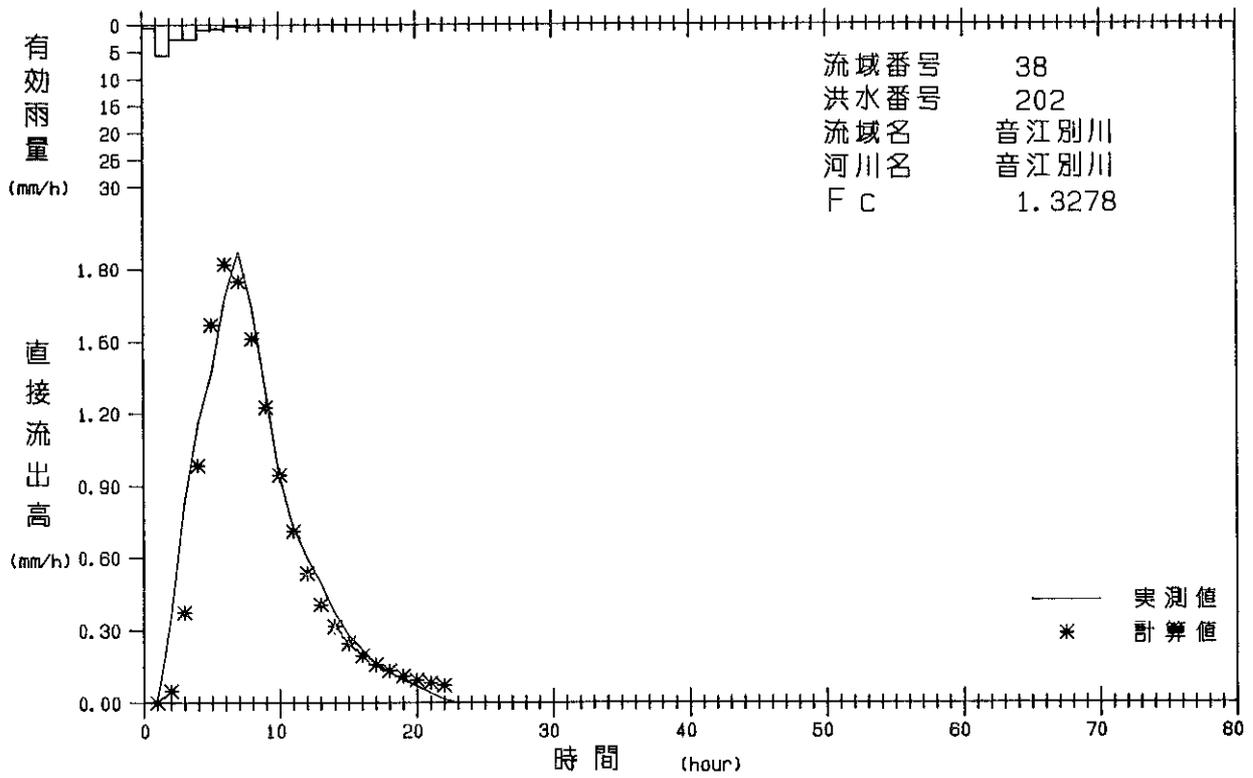
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



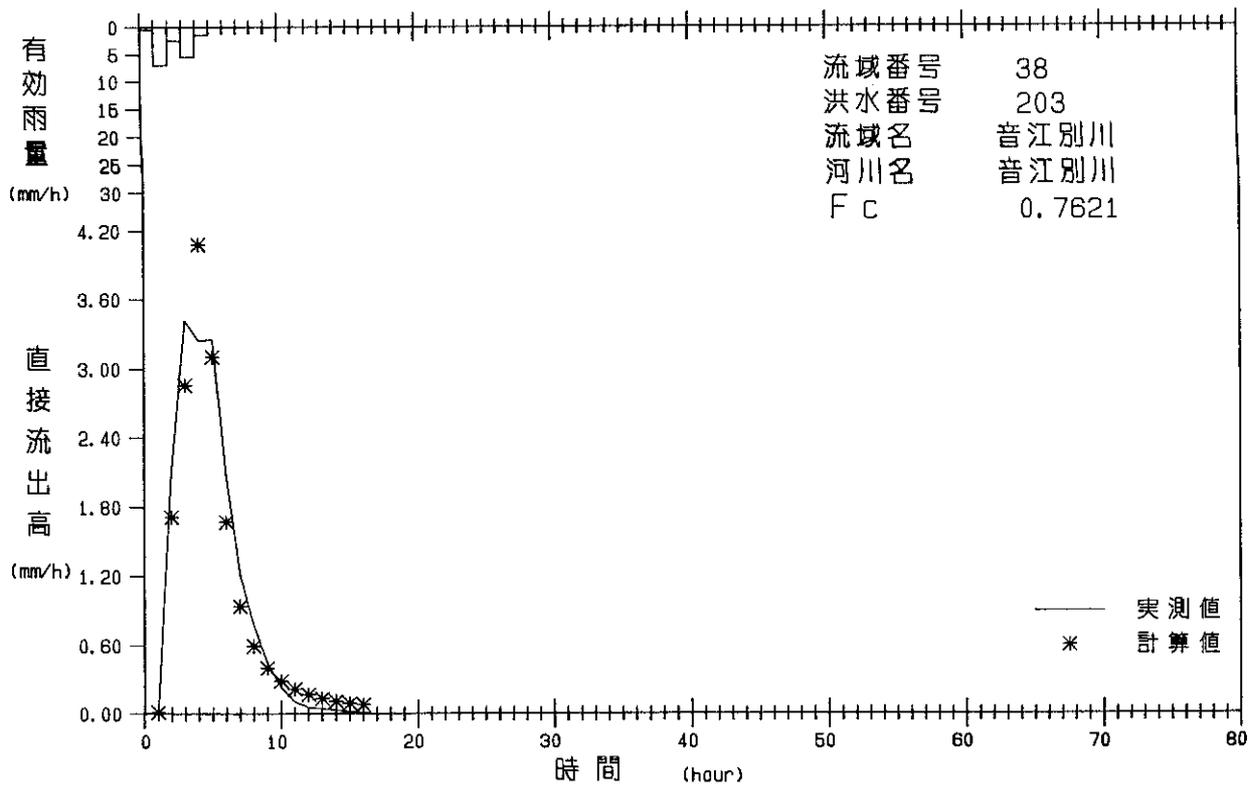
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



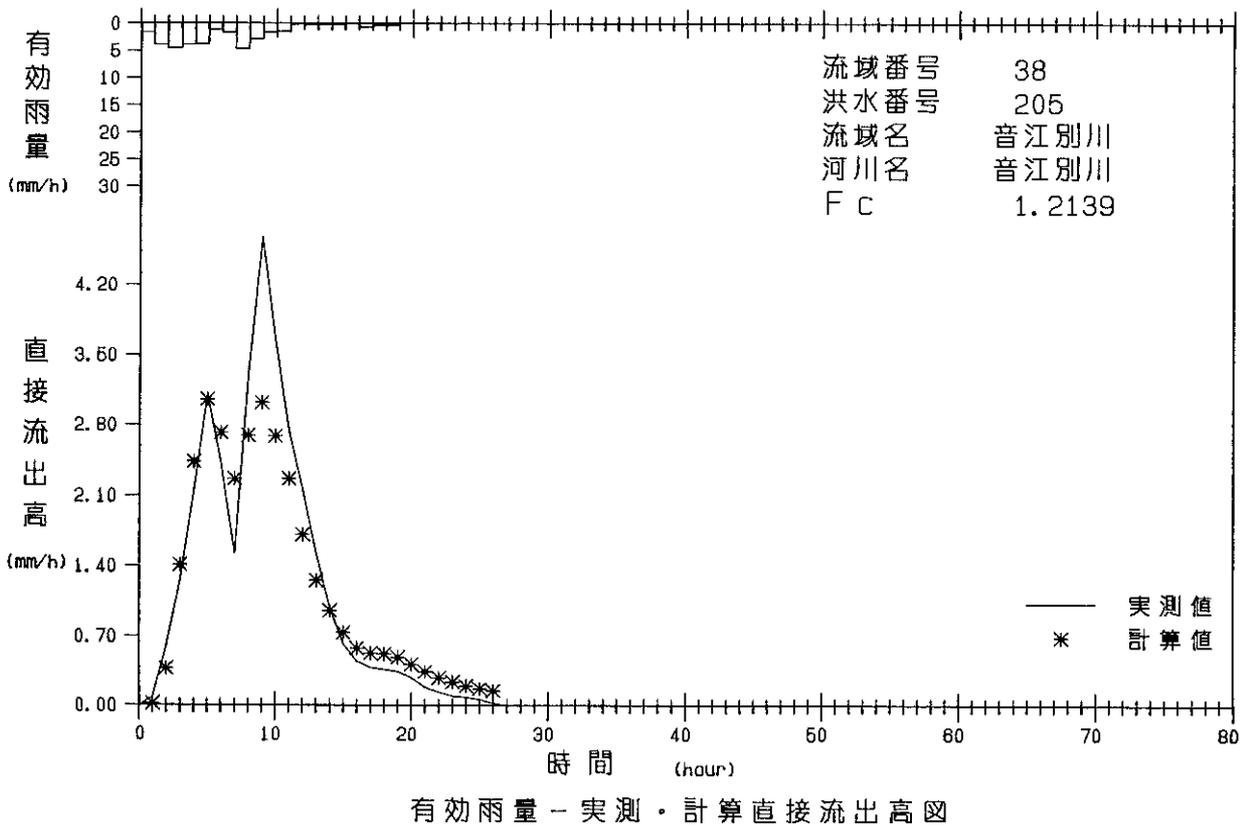
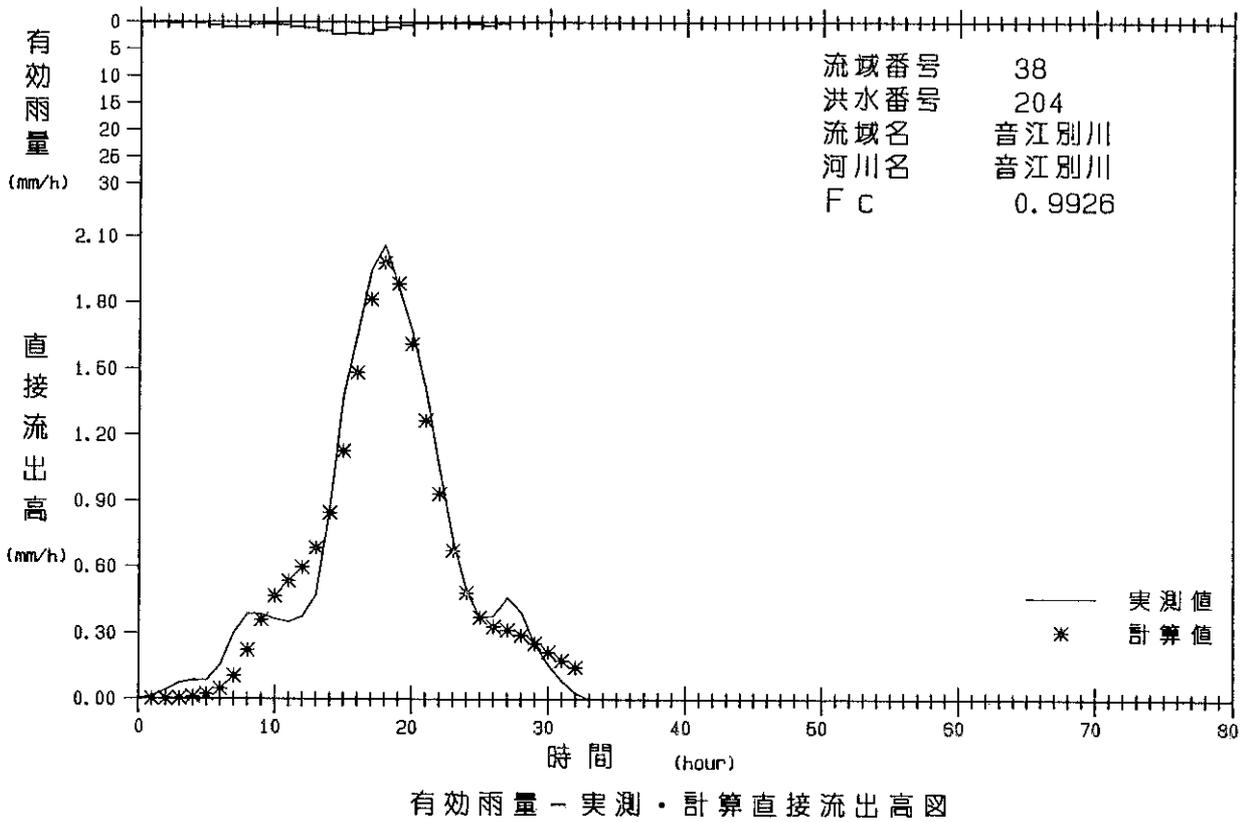
有効雨量 - 実測・計算直接流出高図

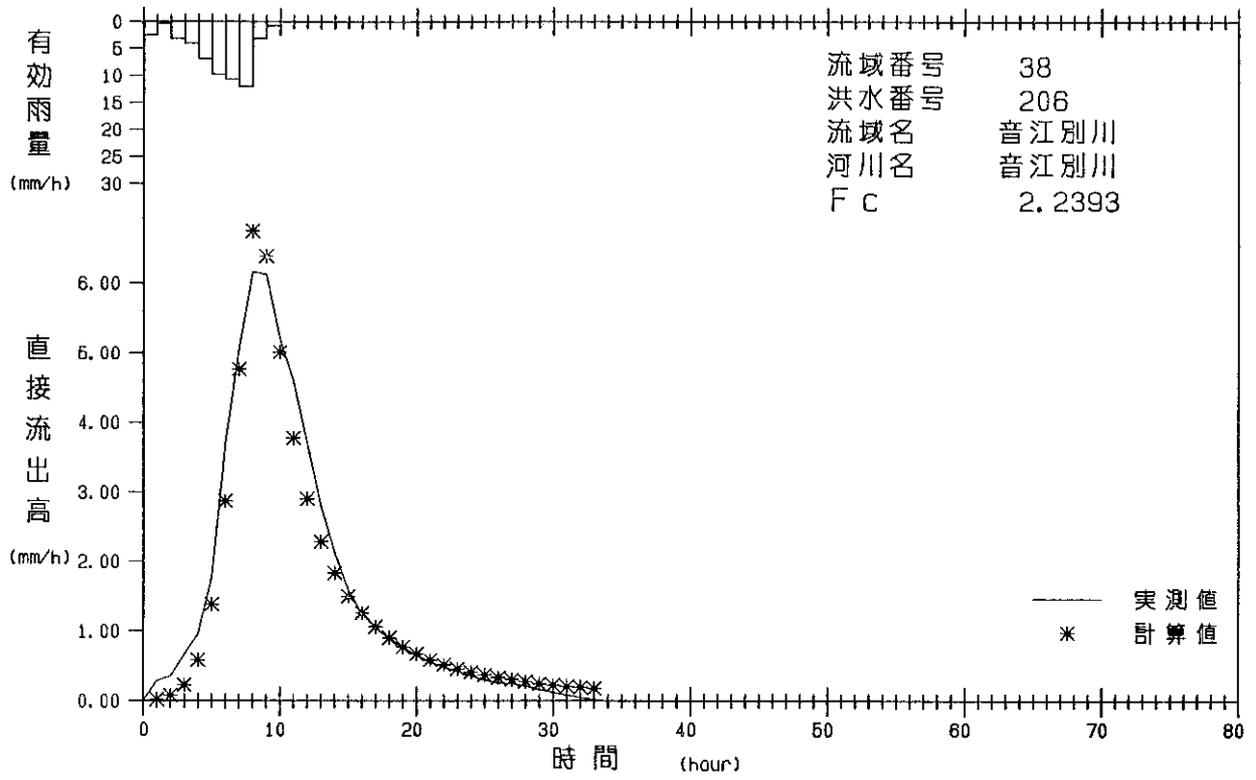


有効雨量 - 実測・計算直接流出高図



有効雨量 - 実測・計算直接流出高図





有効雨量 - 実測・計算直接流出高図

補遺 3

パラメータ k_1, k_2, p_1, p_2 と有効雨量系列既知の
流出計算プログラムと計算例

補遺3 パラメータ k_1, k_2, p_1, p_2 と有効雨量系列既知の流出計算プログラムと計算例

当モデルは非線形であり、理論解が得られないため数値解法によらざるを得ないことは前述した通りである。ここではモデルパラメータ p_1, p_2, k_1, k_2 が既知であるときの計算の流れを説明する。また、計算フロー、プログラム (BASIC)、テストデータによる出力例を載せておくので、本文中の理論が実用上どのようにプログラムに反映されているか流れを追ってみることをすすめる。

$$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt}(q^{p_2}) \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{ds}{dt} = r - q \dots\dots\dots (2)$$

(1), (2)式で示された非線形方程式を線形方程式に変換し、差分表示すると次のようになる。

$$X_{k+1} = \Phi_k X_k + \Gamma_k B_k \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ \phi_3 & \phi_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} (b_2)_k \dots\dots\dots (4)$$

(4)式中の要素 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \gamma_1, \gamma_2, b_2$ は本文中 P 8 ~ P 9 に示されている。これらの要素が求められれば、 x_1, x_2 は次のように求められる。

$$\begin{cases} (x_1)_{k+1} = \phi_1(x_1)_k + \phi_2(x_2)_k + \gamma_1(b_2)_k \\ (x_2)_{k+1} = \phi_3(x_1)_k + \phi_4(x_2)_k + \gamma_2(b_2)_k \end{cases} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $x_1 = q^{p_1}, x_2 = \frac{d}{dt}(q^{p_2})$

本文中 P 8 ~ 9 に示されるように、 ϕ, γ の係数は級数に展開されている。一般にある関数を級数展開したとき、項数を多くすれば解の精度は向上する。しかし、計算時間間隔 T を 1 時間とするよりも、1 時間の 5 分の 1 あるいは 10 分の 1 に設定すれば、 T のべき乗に関する項は項数が多くなるにつれ無視できる程度に小さくなることが予想される。また、そうすることにより、計算しなければならない項が少なくて済む利点がある。ここでは、1 時間を 5 分割し、それを計算ステップとして逐次計算を行う。

計算時間間隔と計算値の出力に関しては図-3・1を参照されたい。計算時間間隔 T ごとに(5)式を計算し、 x_1, x_2 を逐次求めていく。流出高の出力は図-3・1の黒丸の時点 (サンプリング時間間隔ごと) で $q = x_1^{1/p_1}$ を計算して出力してやればよい。

ここではパラメータ p_1, p_2, k_1, k_2 が既知であるとき、有効降雨を与えたときの流量 (直接流出高) をどのように求めていくかをフロー図として示し、その後プログラム、テストデータとその出力例を示す。

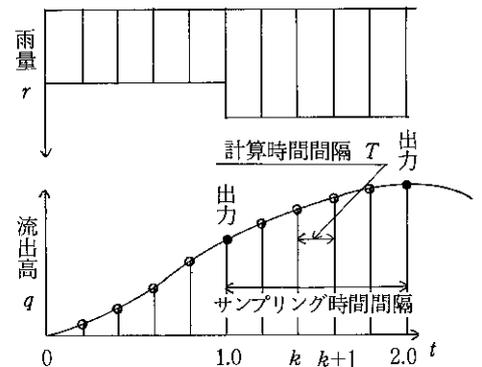
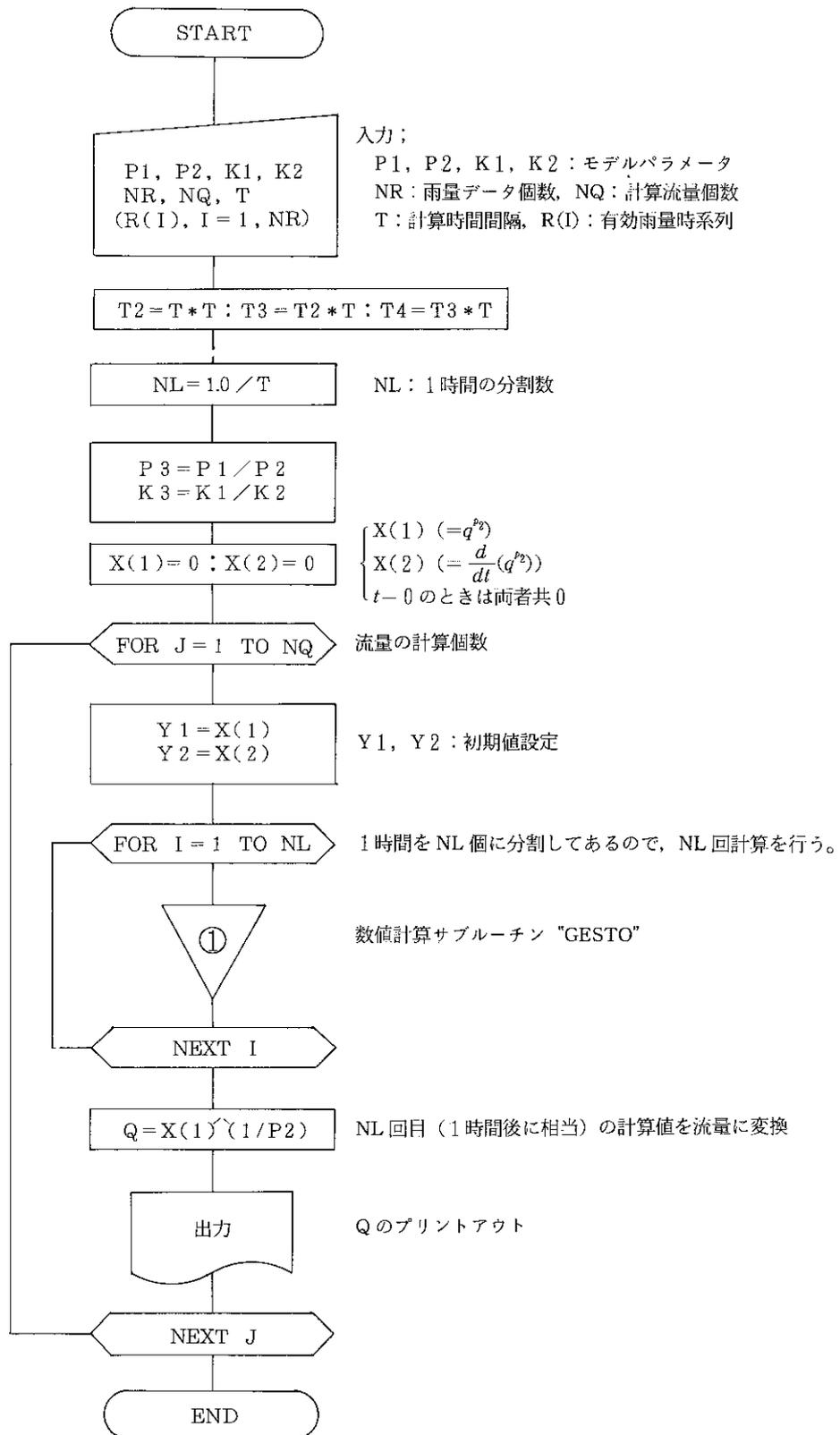
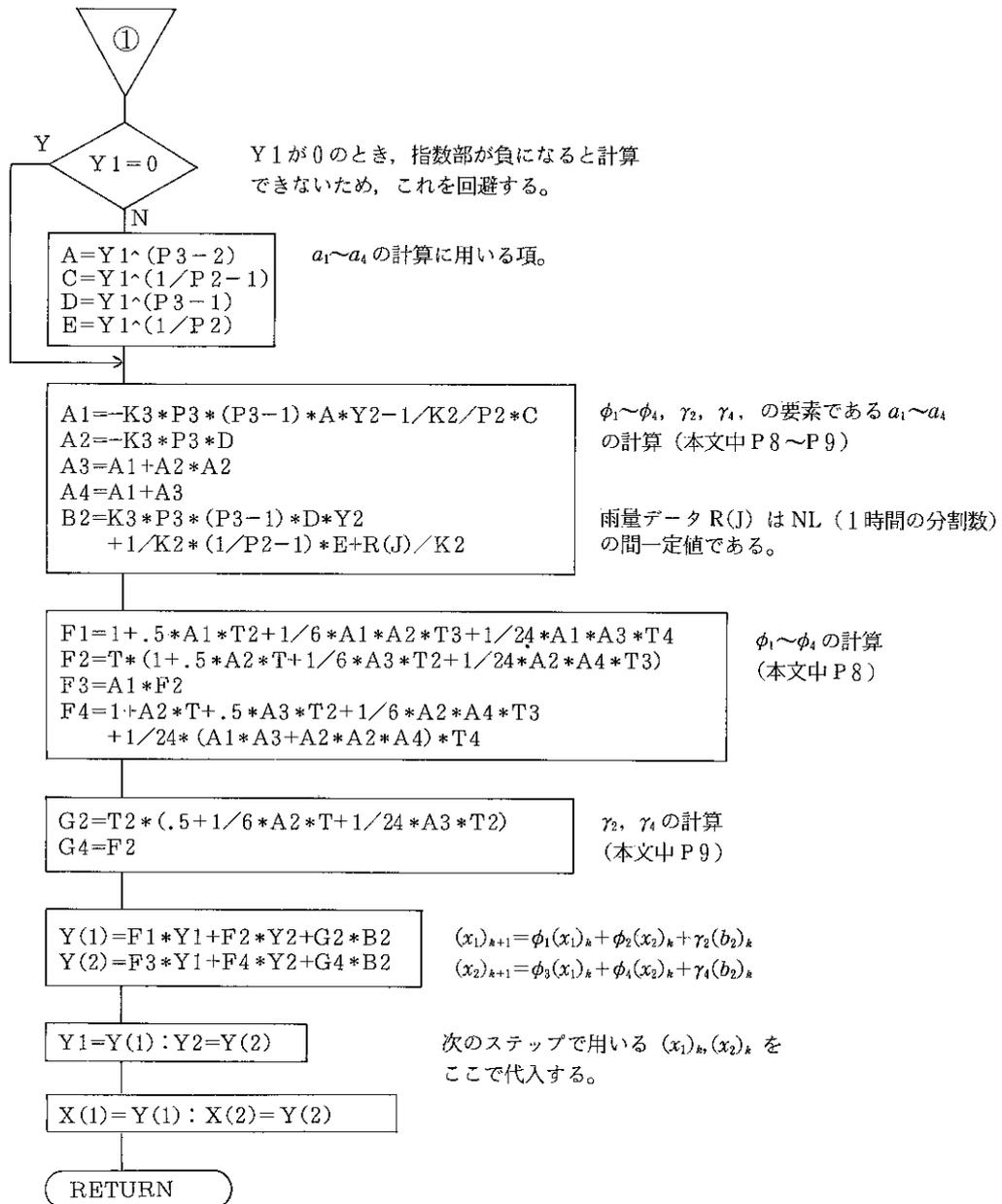


図-3・1 計算値の出力

p_1, p_2, k_1, k_2 が既知のときの計算フロー



サブルーチン "GESTO" のフロー



パラメータが既知のときの流量計算プログラム

```

30 DIM R(50),Q(50)
40 P1=.6:P2=.4648
50 K1= 6.3459 :K2=10.552
60 NR=15:NQ=31
70 ' R DATA
80 FOR I=1 TO NR:READ R(I):NEXT I
90 DATA 0.5940,0.7920,0.6930,0.3960,0.4950,0.9900,0.6930,0.3960
95 DATA 1.1880,1.9799,3.0689,4.0588,3.0689,1.0890,0.6930
100 '
110 T=1/5 : ' CULCULATION STEP 1/5(HOUR)
120 T2=T*T:T3=T2*T:T4=T3*T
130 NL=INT(1/T+1E-03)
140 '
150 P3=P1/P2:K3=K1/K2
160 PRINT
170 LPRINT USING "NL=##";NL
180 LPRINT USING "NR=##  NQ=##";NR;NQ
190 LPRINT USING "K1=###.###  K2=###.###";K1;K2
200 LPRINT
210 LPRINT "NO      YR      CQ"
220 LPRINT "      (MM/H)  (MM/H)"
230 FOR J=1 TO NQ
240 Y1=X(1) :Y2=X(2)
250 FOR I=1 TO NL
260 GOSUB 1000:'SUBROUTINE GESTO
470 NEXT I
480 Q(J)=X(1)^(1/P2)
490 LPRINT USING "##  ##.###  ##.###";J;R(J);Q(J)
500 NEXT J
510 END
1000 'SUBROUTINE GESTO
1010 IF Y1=0 THEN GOTO 1060
1020 A=Y1^(P3-2)
1030 C=Y1^(1/P2-1)
1040 D=Y1^(P3-1)
1050 E=Y1^(1/P2)
1060 A1=-K3*P3*(P3-1)*A*Y2-1/K2/P2*C
1070 A2=-K3*P3*D
1080 A3=A1+A2*A2:A4=A1+A3
1090 B2=K3*P3*(P3-1)*D*Y2+1/K2*(1/P2-1)*E+R(J)/K2
1100 ' FAI MATRIX
1110 F1=1+.5*A1*T2+1/6*A1*A2*T3+1/24*A1*A3*T4
1120 F2=T*(1+.5*A2*T+1/6*A3*T2+1/24*A2*A4*T3)
1130 F3=A1*F2
1140 F4=1+A2*T+.5*A3*T2+1/6*A2*A4*T3+1/24*(A1*A3+A2*A2*A4)*T4
1150 ' GAMMA MATRIX
1160 G2=T2*(.5+1/6*A2*T+1/24*A3*T2)
1170 G4=F2
1180 '
1190 Y(1)=F1*Y1+F2*Y2+G2*B2
1200 Y(2)=F3*Y1+F4*Y2+G4*B2
1210 Y1=Y(1):Y2=Y(2)
1220 FOR L=1 TO 2:X(L)=Y(L):NEXT L
1230 RETURN

```

テストデータ及び出力例

NL= 5
 NR=15 NQ=31
 K1= 6.3459 K2= 10.5520

NO	YR (MM/H)	CQ (MM/H)
1	0.594	0.000
2	0.792	0.008
3	0.693	0.035
4	0.396	0.083
5	0.495	0.139
6	0.990	0.217
7	0.693	0.313
8	0.396	0.388
9	1.188	0.473
10	1.980	0.642
11	3.069	0.988
12	4.059	1.608
13	3.069	2.309
14	1.089	2.561
15	0.693	2.305
16	0.000	1.814
17	0.000	1.319
18	0.000	0.940
19	0.000	0.675
20	0.000	0.496
21	0.000	0.375
22	0.000	0.291
23	0.000	0.232
24	0.000	0.189
25	0.000	0.157
26	0.000	0.132
27	0.000	0.113
28	0.000	0.098
29	0.000	0.086
30	0.000	0.076
31	0.000	0.068

NL : 1時間の分割数
 NR : 雨量データ個数
 NQ : 計算流量個数
 K1, K2 : モデルパラメータ k_1, k_2
 YR : 有効雨量 (mm/hr)
 CQ : 直接流出高 (mm/hr)

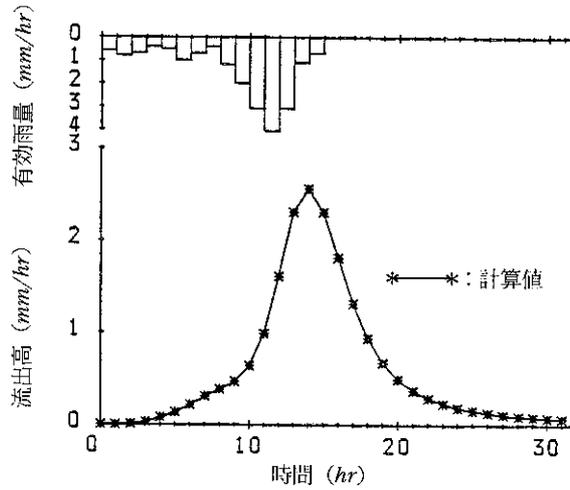


図-3・2

補遺 4

一次元探索 f_c の最適化プログラムと計算例

補遺 4 一次元探索 f_c の最適化プログラムと計算例

手法で採用した貯留関数モデルは次式で表わされる。

$$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt}(q^{p_2}) \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{ds}{dt} = r - q \dots\dots\dots (2)$$

$$p_1 = 0.6 \dots\dots\dots (3)$$

$$p_2 = 0.4648 \dots\dots\dots (4)$$

$$k_1 = 2.8235 f_c A^{0.24} \dots\dots\dots (5)$$

$$k_2 = 0.2835 k_1^2 \bar{r}^{-0.2648} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 s ：貯留高 (mm)、 q ：流出高 (mm/hr)、 r ：有効雨量 (mm/hr)、 t ：時間 (hr)、 k_1 、 k_2 、 p_1 、 p_2 ：モデルパラメータ、 n ：等価粗度、 i ：斜面勾配、 A ：流域面積 (km²)。

(5)式に示される f_c 値は 1～2 のオーダーで分布していることが知られている。 f_c 値さえ決定できれば(1)式中のパラメータはすべて決定でき、流出計算が可能となる。

ここでは既往洪水資料から分離された雨量（有効雨量）と流量（直接流出高）を用いて、当該洪水に合う f_c 値を探索する。探索の手法は一次元的に f_c 値を変化させ、それぞれの f_c 値において決定されたパラメータを用いて流出計算を行い、実測流出高と計算流出高の差の 2 乗和を最小としたときの f_c 値が最適 f_c 値として同定される。この評価関数は次式に示される。

$$\text{Min}_{f_c} J(f_c) = \sum_{j=1}^N (q_j^* - q_j(f_c))^2 \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 q_j^* ：実測(分離)流出高 (mm/hr)、 $q_j(f_c)$ ：ある f_c 値が与えられたときの計算流出高 (mm/hr)、 N ：流出高標本数。

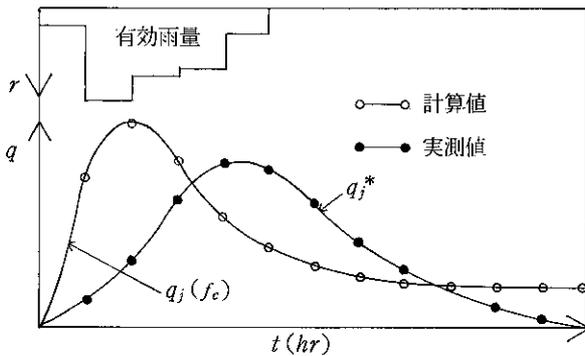


図-4・1 実測・計算ハイドログラフ

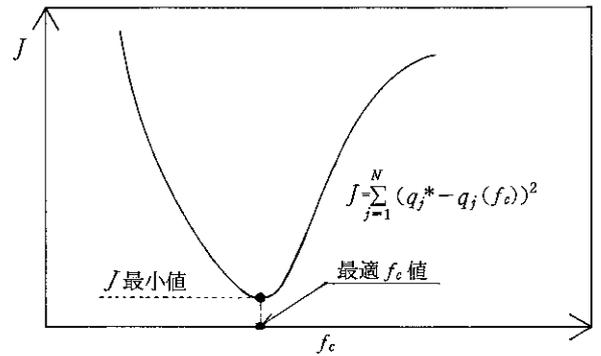


図-4・2 評価関数の変化

一般には、図-4・1に示すように計算値と実測値は必ずしも合致しない。しかしながら、 f_c の値を変化させて(7)式の値を計算していくと、図-4・2のような関係が見出せることが経験的に知られている。(7)式で計算される J の値が最小となるとき（実測と計算のハイドログラフが最も良く合ったとき）、その時点に設定した f_c 値が当該洪水の最適 f_c 値であると判断できる。ここでは、 f_c 値を一次元的に探索する手法として比較的簡単な方法と数学的に求める方法の 2 種類を紹介する。

f_c 探索手法（その1）の説明

考え方は非常に簡単である。（ここでは、有効降雨データが既知である。）

- ① 流域面積 A ，モデルパラメータ p_1 ， p_2 ，有効雨量系列 $R(I)$ ，直接流出高系列 $Q(I)$ を入力する。
- ② 平均有効雨量強度 \bar{r} を計算する。
- ③ f_c 値の初期値を設定する。（オーダーが1～2であったことに留意する）
- ④ f_c 値のきざみ幅 Δf_c を設定する。（大体， $\Delta f_c = 0.1$ 程度）
- ⑤ $f_c = f_c + \Delta f_c$
- ⑥ ⑤で得られた f_c 値をもとに，(3)，(4)，(5)，(6)式によりモデルパラメータを全部決定する。
- ⑦ 補遺3のプログラムを用いて流量を計算する。
- ⑧ $J = \sum_{j=1}^N (q_j^* - q_j(f_c))^2$ を計算し，出力する。
- ⑨ ⑤に戻る。

⑤～⑨の作業を何回か行くと，図-4・2に示すように， J の値が最小となる所が必ず1箇所だけ出てくる。その時点に設定された f_c 値が当該洪水の最適 f_c 値である。①～⑨の手順は次項のフロー図中に示すので参照されたい。

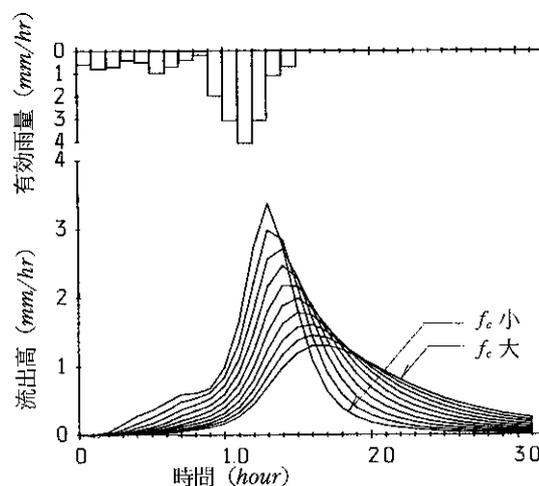
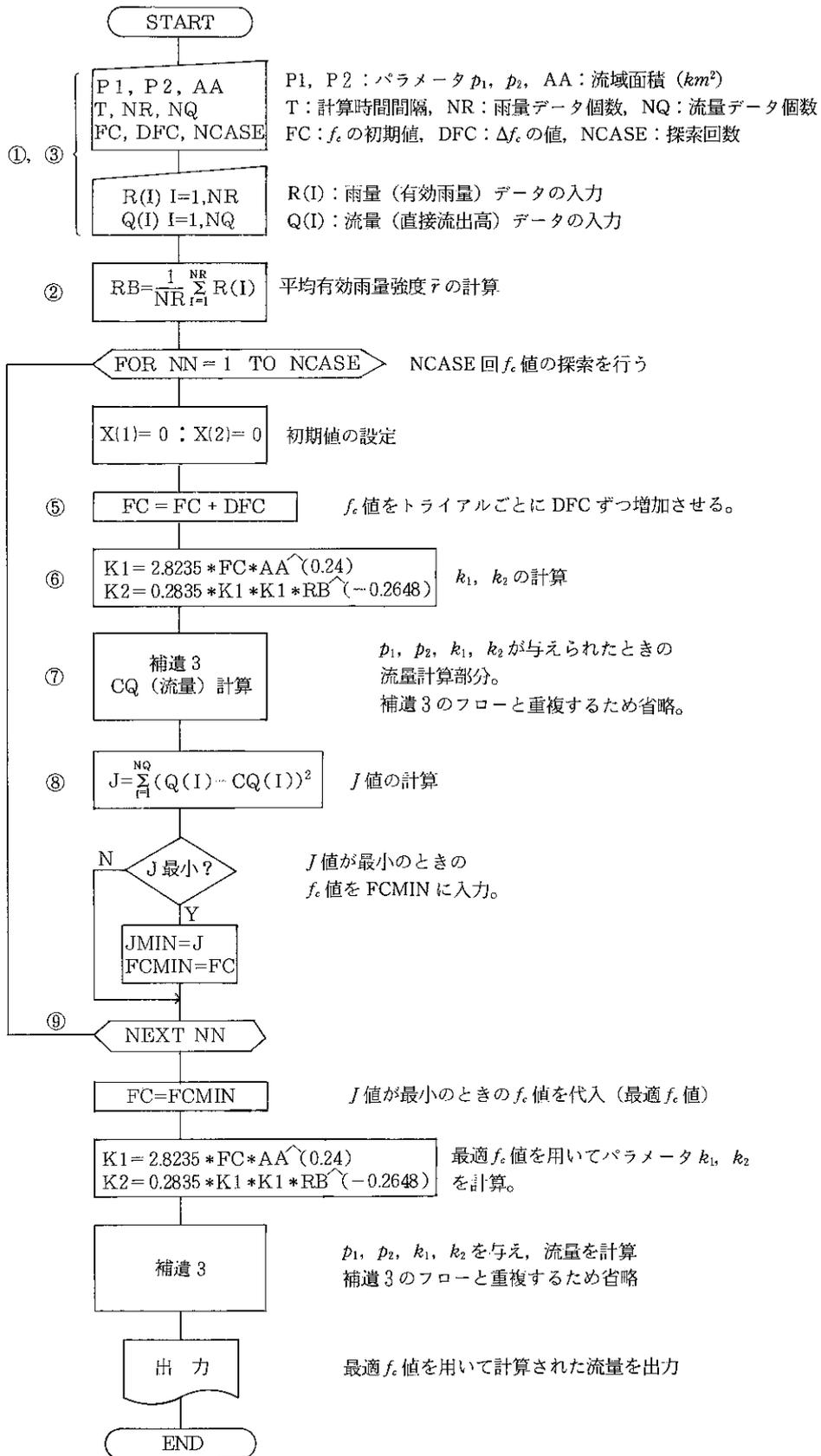


図-4・3 f_c のハイドログラフに及ぼす影響

Δf_c 値を小さく設定すれば求める f_c 値の精度も高くなる。しかしながら， Δf_c 値を小さく設定すれば探索回数が増加し，計算時間がかかりすぎるおそれがある。したがって，実用上 f_c 値の初期値を 0.2， Δf_c 値を 0.1 程度に設定し，探索回数を 30 回程度とればよい。図-4・3 はここで示す手法を用いて f_c 値を逐次更新していったときのハイドログラフの変化である。 f_c 値は等価粗度と斜面勾配の関数である。1つの流域に着目し，斜面勾配の変化を無視できるものとする，変化することが予想されるのは等価粗度のみとなる。 f_c 値（等価粗度）が減少すると，ピーク流出高が増加し，ピーク生起時刻が早まる。したがって f_c 値は都市化に代表される流出形態の変化を表現できる。次に， f_c 探索手法（その1）の計算フローとプログラム，テストデータ，出力例を示す。なお，ここではサブルーチン "GESTO" のプログラムリストは載せていない（補遺3参照のこと）。

f_c 探索手法 (その1) のフロー



f. 探索手法 (その1) プログラムリスト

```

10 ' SAVE "10:KINEFRC",A
20 '
30 DIM X1(2),X2(2),R(50),RCQ(50),CCQ(50)
40 NCASE=10
50 P1=.6:P2=.4648
60 AA=8.9:'AREA KM^2
70 NR=15:NQ=31
80 FC=1.27 :DFC=.01
90 ' R DATA
100 FOR I=1 TO NR:READ R(I):NEXT I
110 DATA 0.5940,0.7920,0.6930,0.3960,0.4950,0.9900,0.6930,0.3960,1.1880
120 DATA 1.9799,3.0689,4.0588,3.0689,1.089,0.693
130 '
140 FOR I=1 TO NQ:READ RCQ(I):NEXT I
150 DATA 0.0422,0.0844,0.1766,0.1988,0.1609,0.1531,0.2753,0.2875,0.2797,0.4619
160 DATA 1.0841,1.6963,2.5784,2.7106,2.1828,1.6650,1.3972,1.1394,0.9116,0.6838
170 DATA 0.5159,0.3581,0.2503,0.2225,0.1747,0.1469,0.1191,0.0813,0.0734,0.0456
180 DATA 0.0378
190 FOR I=1 TO NR:SS=SS+R(I):NEXT I
200 RB=SS/NR:PRINT "RB=";RB
210 '
220 T=1/5:' CULCULATION STEP 1/5(HOUR)
230 T2=T*T:T3=T2*T:T4=T3*T
240 NL=INT(1/T+1E-03)
250 FCMIN=9999:JMIN=9999
260 FOR KK=1 TO NCASE
280 X(1)=0:X(2)=0:ER=0
290 FC=FC+DFC
300 K1=2.8235*FC*AA^.24
310 K2=.2835*K1^2*RB^-.2648:PRINT "K1,K2=";K1;K2
320 P3=P1/P2:K3=K1/K2
330 FOR J=1 TO NQ
340 Y1=X(1) :Y2=X(2)
350 FOR I=1 TO NL
360 GOSUB 1000:'SUBROUTINE GESTO
370 NEXT I
380 CCQ(J)=X(1)^(1/P2)
390 E=RCQ(J)-CCQ(J)
400 ER=ER+E^2
420 NEXT J
430 J=ER
440 IF J<JMIN THEN JMIN=J:FCMIN=FC:'PRINT "JMIN,FCMIN=";JMIN;FCMIN
450 LPRINT USING "KK=## FC=##.#### DFC=##.#### K1=##.#### K2=##.####
      J=##.####";KK;FC;DFC;K1;K2;J
460 NEXT KK
470 '
480 FC=FCMIN
490 K1=2.8235*FC*AA^.24 485 X(1)=0:X(2)=0:ER=0
500 K2=.2835*K1^2*RB^-.2648
510 P3=P1/P2:K3=K1/K2
520 FOR J=1 TO NQ
530 Y1=X(1) :Y2=X(2)
540 FOR I=1 TO NL
550 GOSUB 1000:'SUBROUTINE GESTO
560 NEXT I
570 CCQ(J)=X(1)^(1/P2)
580 E=RCQ(J)-CCQ(J)
590 ER=ER+E^2
600 NEXT J
610 J=SQR(ER/NQ)
620 GOSUB 640
630 END
640 ' OPTIMIZATION FC OUTPUT
650 LPRINT
660 LPRINT USING "NL=##";NL
670 LPRINT USING "NR=## NQ=##";NR;NQ
680 LPRINT USING "A=##.### RAVE=";AA;RB
690 LPRINT USING "FC=##.####";FCMIN
700 LPRINT USING "K1=##.#### K2=##.####";K1;K2
710 LPRINT
720 LPRINT "NO YR RCQ CCQ"
730 LPRINT " (MM/H) (MM/H) (MM/H)"
740 FOR J=1 TO NQ
750 LPRINT USING "## ##.### ##.### ##.###";J;R(J);RCQ(J);CCQ(J)
760 NEXT J
770 RETURN

```

テストデータ及び出力例

KK= 1	FC= 1.2800	DFC= 0.01000	K1= 6.1073	K2= 9.7736	J= 0.4714
KK= 2	FC= 1.2900	DFC= 0.01000	K1= 6.1550	K2= 9.9269	J= 0.4588
KK= 3	FC= 1.3000	DFC= 0.01000	K1= 6.2028	K2=10.0814	J= 0.4501
KK= 4	FC= 1.3100	DFC= 0.01000	K1= 6.2505	K2=10.2371	J= 0.4443
KK= 5	FC= 1.3200	DFC= 0.01000	K1= 6.2982	K2=10.3940	J= 0.4414
KK= 6	FC= 1.3300	DFC= 0.01000	K1= 6.3459	K2=10.5520	J= 0.4413 ※
KK= 7	FC= 1.3400	DFC= 0.01000	K1= 6.3936	K2=10.7113	J= 0.4439
KK= 8	FC= 1.3500	DFC= 0.01000	K1= 6.4413	K2=10.8718	J= 0.4494
KK= 9	FC= 1.3600	DFC= 0.01000	K1= 6.4890	K2=11.0334	J= 0.4575
KK=10	FC= 1.3700	DFC= 0.01000	K1= 6.5368	K2=11.1963	J= 0.4683

※ 最小値

NL= 5
 NR=15 NQ=31
 A= 8.900 RAVE= 1.346
 FC= 1.3300
 K1= 6.3459 K2= 10.5520

NL : 1時間の分割数
 NR : 雨量データ個数
 NQ : 流量データ個数
 A : 流域面積 (km²)
 RAVE : 平均雨量強度 \bar{r} (mm/hr)
 FC : f_c 値
 K1, K2 : パラメータ k_1, k_2
 YR : 雨量 (有効雨量) (mm/hr)
 RCQ : 流量 (実測直接流出高) (mm/hr)
 CCQ : 流量 (計算直接流出高) (mm/hr)

NO	YR (MM/H)	RCQ (MM/H)	CCQ (MM/H)
1	0.594	0.042	0.077
2	0.792	0.084	0.107
3	0.693	0.177	0.160
4	0.396	0.199	0.218
5	0.495	0.161	0.270
6	0.990	0.153	0.340
7	0.693	0.275	0.422
8	0.396	0.288	0.477
9	1.188	0.280	0.543
10	1.980	0.462	0.099
11	3.069	1.084	1.034
12	4.059	1.696	1.643
13	3.069	2.578	2.329
14	1.089	2.711	2.568
15	0.693	2.183	2.305
16	0.000	1.665	1.811
17	0.000	1.397	1.316
18	0.000	1.139	0.938
19	0.000	0.912	0.674
20	0.000	0.684	0.495
21	0.000	0.516	0.374
22	0.000	0.358	0.290
23	0.000	0.250	0.231
24	0.000	0.223	0.188
25	0.000	0.175	0.157
26	0.000	0.147	0.132
27	0.000	0.119	0.113
28	0.000	0.081	0.098
29	0.000	0.073	0.086
30	0.000	0.046	0.076
31	0.000	0.038	0.068

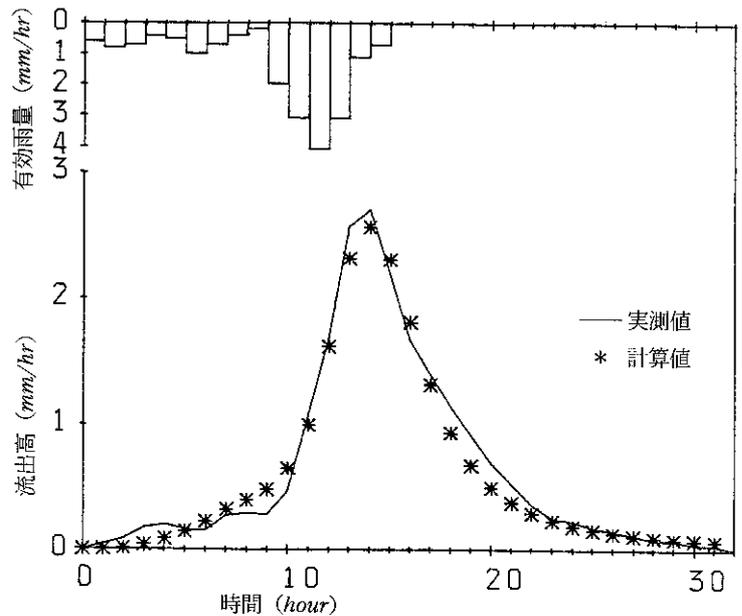


図-4.4 最適 f_c を用いた計算ハイドログラフ

f_c 探索手法（その2）の説明

f_c 探索手法（その1）において問題となるのは Δf_c 値のオーダーである。 Δf_c 値を小さくすれば f_c 値は精度の高い値が得られるが計算時間がかかりすぎる。このため図-4・2に示された評価関数 J のカーブに着目し、ニュートン法（Newton-Raphson 法）を用いて f_c 値を同定することを試みる。

図-4・2に示されるように、ある洪水例に着目して f_c 値を探索すると、誤差関数 $J(f_c)$ は、最小値をただ1つだけ持つことがわかる。今、実測値と計算値の誤差 $e_i(f_c)$ および目的関数 $J(f_c)$ を次のように定義する。

$$e_i(f_c) = q_i^* - q_i(f_c) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$J(f_c) = \sum_{j=1}^{NQ} \{e_j(f_c)\}^2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

次に、 f_c の微小変化 Δf_c を考えたとき、それに伴う $q_i(f_c)$ の変化を考えてみる。

$$\frac{\partial q_i(f_c)}{\partial f_c} \text{ (感度係数)} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(10)式は、パラメータの変化に対する計算値の変化量を表しており、一般的に感度係数と呼ばれる。

今、 $f_c + \Delta f_c$ のときの誤差 $e_i(f_c + \Delta f_c)$ を考え、1次の項までテイラー級数展開すると、

$$e_i(f_c + \Delta f_c) = e_i(f_c) + \left(\frac{\partial e_i(f_c)}{\partial f_c} \right) \Delta f_c \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$= e_i(f_c) - \frac{\partial q_i(f_c)}{\partial f_c} \Delta f_c \quad \dots\dots\dots (12)$$

よって、目的関数 $J(f_c + \Delta f_c)$ は次のように表わされる。

$$J(f_c + \Delta f_c) = \sum_{j=1}^{NQ} e_j^2(f_c + \Delta f_c)$$

あるいは(12)式を用いて、

$$J(f_c + \Delta f_c) = \sum_{j=1}^{NQ} \left(e_j(f_c) - \frac{\partial q_j(f_c)}{\partial f_c} \Delta f_c \right)^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

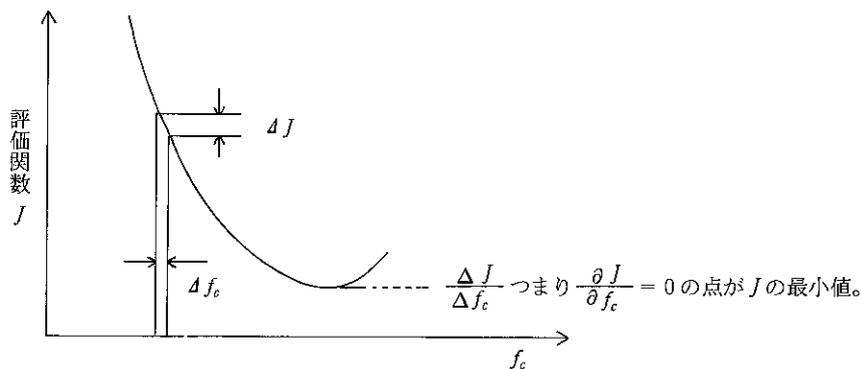


図-4・5 ニュートン法による最適値探索法

図-4・5に示すように、 J の最小化条件は $\partial J / \partial f_c = 0$ となった時点であり、 f_c 値の最適値が決定される。したがって、(13)式の両辺を Δf_c で微分してみる。

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta f_c} = 2 \sum_{j=1}^{NQ} \left[\left\{ e_j(f_c) - \frac{\partial q_j(f_c)}{\partial f_c} \Delta f_c \right\} \left\{ - \frac{\partial q_j(f_c)}{\partial f_c} \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (14)$$

(14)式の値が0となる点が J 値の最小値であることは前述した。よって、(14)式を0とおいて Δf_c について解くと

$$\Delta f_c = \frac{\sum_{j=1}^{NQ} \left\{ e_j(f_c) \times \frac{\partial q_j(f_c)}{\partial f_c} \right\}}{\sum_{j=1}^{NQ} \left\{ \frac{\partial q_j(f_c)}{\partial f_c} \right\}^2} \dots\dots\dots (15)$$

を得る。したがって、(15)式を用いれば、次回の f_c 値の更新量 Δf_c が逐次計算される。 f_c 値の収束条件は次式による。

$$\left| \frac{\Delta f_c}{f_c} \right| < \varepsilon \quad (\varepsilon = 0.001) \dots\dots\dots (16)$$

(15)式の算定上、感度係数 $\partial q_j / \partial f_c$ を求めておく必要がある。

今、(15)式で計算された Δf_c 値を m ステップ目で計算された値 Δf_c^m とすると、(10)式の感度係数は次の差分式で計算される。(図-4・6参照)

$$\frac{\partial q_j(f_c)}{\partial f_c} = \frac{q_j^m(f_c^m) - q_j^{m-1}(f_c^{m-1})}{\Delta f_c^{m-1}} \dots\dots (17)$$

ここで、

- $q_j^m(f_c^m)$: m ステップ目の計算流出高 (mm/hr),
- $q_j^{m-1}(f_c^{m-1})$: $m-1$ ステップ目の計算流出高 (mm/hr),
- Δf_c^{m-1} : $m-1$ ステップ目で計算された Δf_c 値。

次に f_c 値探索手法 (その2) の計算フロー、プログラム、テストデータ及び出力例を示す。P 158 の出力例を見ると、 f_c の補正值である Δf_c (DFC) が徐々に減少していくのがわかる。ここではサブルーチン "GESTO" のプログラムリストは載せていない (補遺3参照のこと)。

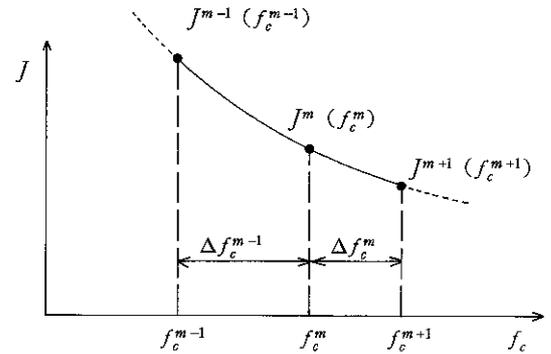
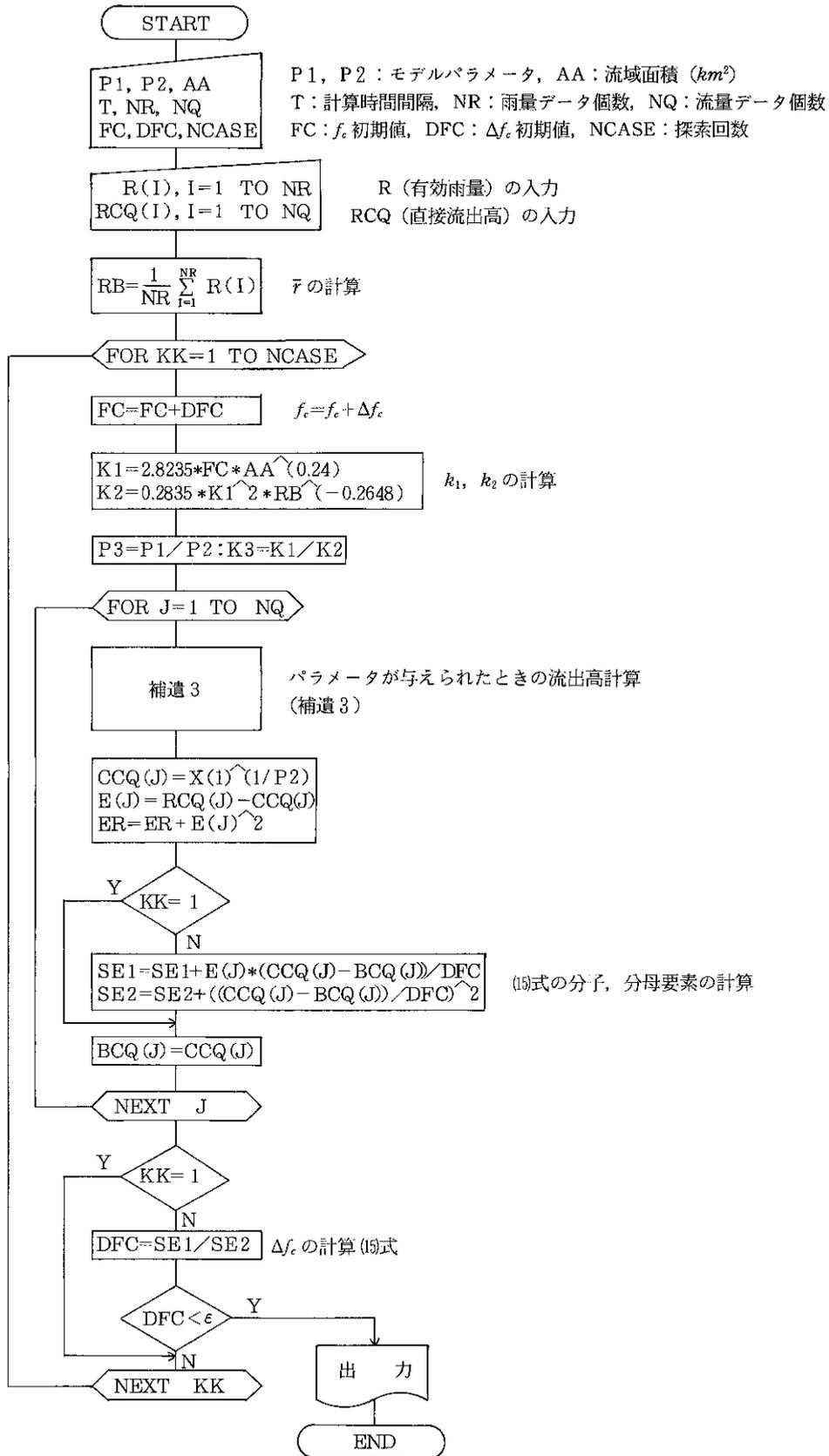


図-4・6 f_c 値と Δf_c 値の関係

f. 探索手法 (その2) のフロー



f. 探索手法 (その2) プログラムリスト

```

10 ' SAVE "10:KINEMATH",A
20 '
30 DIM X1(2),X2(2),R(50),RCQ(50),CCQ(50),BCQ(50),E(50)
40 NCASE=20
50 P1=.6:P2=.4648
60 AA=8.9:'AREA KM^2
70 NR=15:NQ=31
80 FC=.4 :DFC=.1
90 ' R DATA
100 FOR I=1 TO NR:READ R(I):NEXT I
110 DATA 0.5940,0.7920,0.6930,0.3960,0.4950,0.9900,0.6930,0.3960,1.1880
120 DATA 1.9799,3.0689,4.0588,3.0689,1.089,0.693
130 '
140 FOR I=1 TO NR:SS=SS+R(I):NEXT I
150 RB=SS/NR:PRINT "RB=";RB
160 '
170 ' Q DATA
180 FOR I=1 TO NQ:READ RCQ(I):NEXT I
190 DATA 0.0422,0.0844,0.1766,0.1988,0.1609,0.1531,0.2753,0.2875,0.2797,0.4619
200 DATA 1.0841,1.6963,2.5784,2.7106,2.1828,1.6650,1.3972,1.1394,0.9116,0.6838
210 DATA 0.5159,0.3581,0.2503,0.2225,0.1747,0.1469,0.1191,0.0813,0.0734,0.0456
220 DATA 0.0378
230 '
240 T=1/5:' CULCULATION STEP 1/5(HOUR)
250 T2=T*T:T3=T2*T:T4=T3*T
260 NL=INT(1/T+1E-03)
270 FOR KK=1 TO NCASE
280 SE1=0:SE2=0:ER=0
290 X(1)=0:X(2)=0
300 FC=FC+DFC
310 K1=2.8235*FC*AA^.24
320 K2=.2835*K1^2*RB^-.2648
330 P3=P1/P2:K3=K1/K2
340 FOR J=1 TO NQ
350 Y1=X(1) :Y2=X(2)
360 FOR I=1 TO NL
370 GOSUB 1000:'SUBROUTINE GESTO
380 NEXT I
390 CCQ(J)=X(1)^(1/P2)
400 E(J)=RCQ(J)-CCQ(J)
410 ER=ER+E(J)^2
420 IF KK=1 THEN 450
430 SE1=SE1+E(J)*(CCQ(J)-BCQ(J))/DFC
440 SE2=SE2+((CCQ(J)-BCQ(J))/DFC)^2
450 BCQ(J)=CCQ(J)
460 NEXT J
470 IF KK=1 THEN 520
480 J=ER
490 DFC=SE1/SE2
500 -LPRINT USING "KK=## FC=##.#### DFC=##.##### K1=##.#### K2=##.####
      J=##.####";KK;FC;DFC;K1;K2;J
510 IF ABS(DFC/FC)<1E-03 THEN 530
520 NEXT KK
530 ' OPTIMIZATION FC OUTPUT
540 LPRINT
550 LPRINT USING "NL=##";NL
560 LPRINT USING "NR=## NQ=##";NR;NQ
570 LPRINT USING "A=##.### RAVE=";AA;RB
580 LPRINT USING "FC=##.####";FC
590 LPRINT USING "K1=##.#### K2=##.####";K1;K2
600 LPRINT
610 LPRINT "NO YR RCQ CCQ"
620 LPRINT " (MM/H) (MM/H) (MM/H)"
630 FOR J=1 TO NQ
640 LPRINT USING "## ##.### ##.### ##.###";J;R(J);RCQ(J);CCQ(J)
650 NEXT J
660 END

```

テストデータ及び出力例

KK= 2	FC= 0.6000	DFC= 0.39609	K1= 2.8628	K2= 2.1475	J=10.7111
KK= 3	FC= 0.9961	DFC= 0.20325	K1= 4.7527	K2= 5.9188	J= 2.2267
KK= 4	FC= 1.1993	DFC= 0.09990	K1= 5.7225	K2= 8.5807	J= 0.6802
KK= 5	FC= 1.2992	DFC= 0.02159	K1= 6.1991	K2=10.0696	J= 0.4517
KK= 6	FC= 1.3208	DFC= 0.00436	K1= 6.3021	K2=10.4070	J= 0.4420
KK= 7	FC= 1.3252	DFC= 0.00073	K1= 6.3229	K2=10.4758	J= 0.4416

NL= 5
 NR=15 NQ=31
 A= 8.900 RAVE= 1.3464
 FC= 1.3252
 K1= 6.3229 K2= 10.4758

NO	YR (MM/H)	RCQ (MM/H)	CCQ (MM/H)
1	0.594	0.042	0.000
2	0.792	0.084	0.008
3	0.693	0.177	0.036
4	0.396	0.199	0.085
5	0.495	0.161	0.142
6	0.990	0.153	0.220
7	0.693	0.275	0.316
8	0.396	0.288	0.392
9	1.188	0.280	0.476
10	1.980	0.462	0.646
11	3.069	1.084	0.993
12	4.059	1.696	1.616
13	3.069	2.578	2.318
14	1.089	2.711	2.568
15	0.693	2.183	2.306
16	0.000	1.665	1.810
17	0.000	1.397	1.314
18	0.000	1.139	0.935
19	0.000	0.912	0.671
20	0.000	0.684	0.493
21	0.000	0.516	0.372
22	0.000	0.358	0.289
23	0.000	0.250	0.230
24	0.000	0.223	0.187
25	0.000	0.175	0.156
26	0.000	0.147	0.131
27	0.000	0.119	0.113
28	0.000	0.081	0.098
29	0.000	0.073	0.086
30	0.000	0.046	0.076
31	0.000	0.038	0.067

NL : 1時間の分割数
 NR : 雨量データ個数
 NQ : 流量データ個数
 A : 流域面積 (km²)
 RAVE : 平均雨量強度 \bar{r} (mm/hr)
 FC : f_c 値
 K1, K2 : パラメータ k_1, k_2
 YR : 雨量 (有効雨量) (mm/hr)
 RCQ : 流量 (実測直接流出高) (mm/hr)
 CCQ : 流量 (計算直接流出高) (mm/hr)

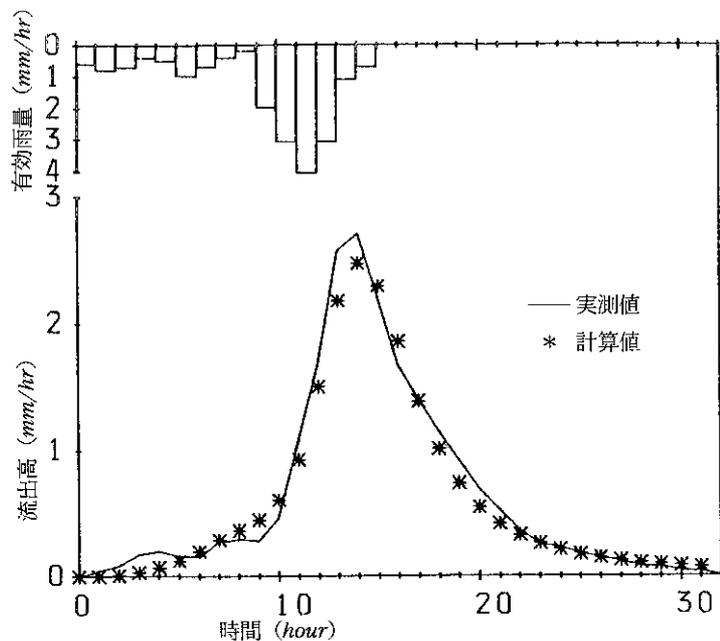


図-4.7 最適値 f_c を用いた計算ハイドログラフ

補遺 5

二次元探索 k_1 と k_2 の最適化プログラムと計算例

補遺 5 二次元探索 k_1 と k_2 の最適化プログラムと計算例

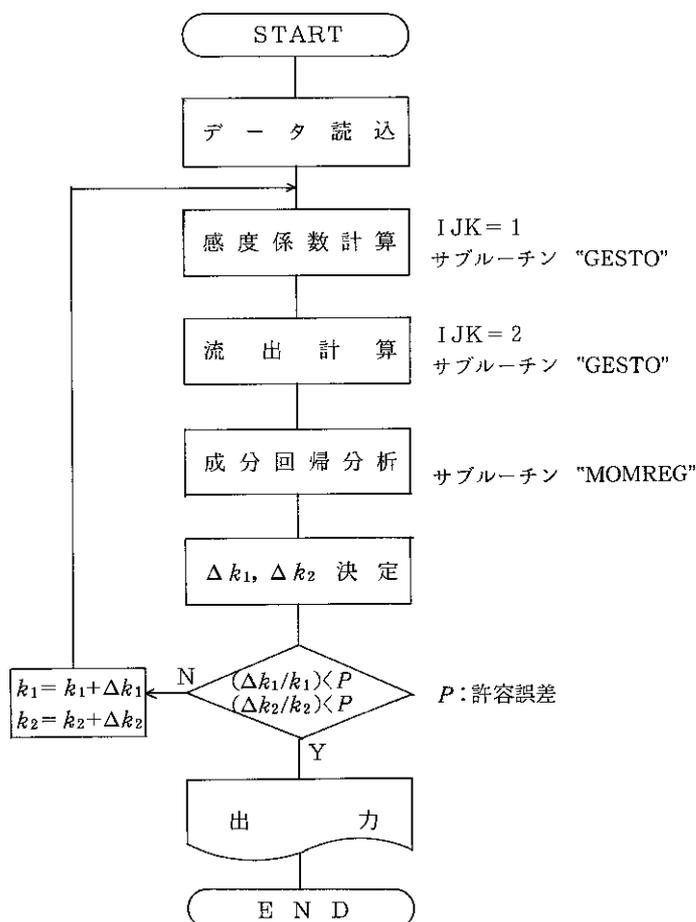
モデルに含まれるパラメータが1つであれば、1次的にパラメータを変化させて評価関数を満足させる値を同定することが可能である。しかしながら、パラメータ個数が複数になると、同定のために必要な試行錯誤過程は膨大なものになることが予想され、およそ実用的な方法とはいえない。そこで、何らかの客観的基準を用いて効率的にパラメータを同定出来ないかといった要求が上ってくるのは当然である。そこで数学的（客観的）な手法を用いて、パラメータ k_1 , k_2 を同定する手法を紹介する。数学的最適化手法の理論展開は本文中第3章に詳述してあるので参照されたい。

本手法は、本質的にはニュートン法 (*Newton-Raphson*) と同等であり、関数の1次微係数を算出しておく必要がある。この1次微係数を求める方法が元の微分方程式を解くために必要な数値解法を準拠出来る点がこの手法の特徴の1つとなっており、計算時間の短縮に大幅に貢献している。さらに、評価関数 J の最小化条件より得られたパラメータ k_1 , k_2 の更新値 Δk_1 , Δk_2 は、本文中P 13の(69), (70)式を解くことにより得られる。しかし、(69), (70)式を解く上で、種々の問題点が生ずることが予想されるため、これを解決する手段として参考文献(9)に示される成分回帰分析手法が用いられており、計算効率の向上に貢献している。プログラム自体は250行弱と、今までのものより多少長いものになっているが、基本的な流れは概略フロー図に示す通りである。

前述したように感度係数と流出計算を行うサブルーチン "GESTO" は、補遺3とほぼ同じものが用いられている。成分回帰分析によってパラメータの更新値を求めるサブルーチン "MOMREG" は、(69)式に示される方程式中の未知数 Δk_1 , Δk_2 を求めるために用いられる。こうして求められたパラ

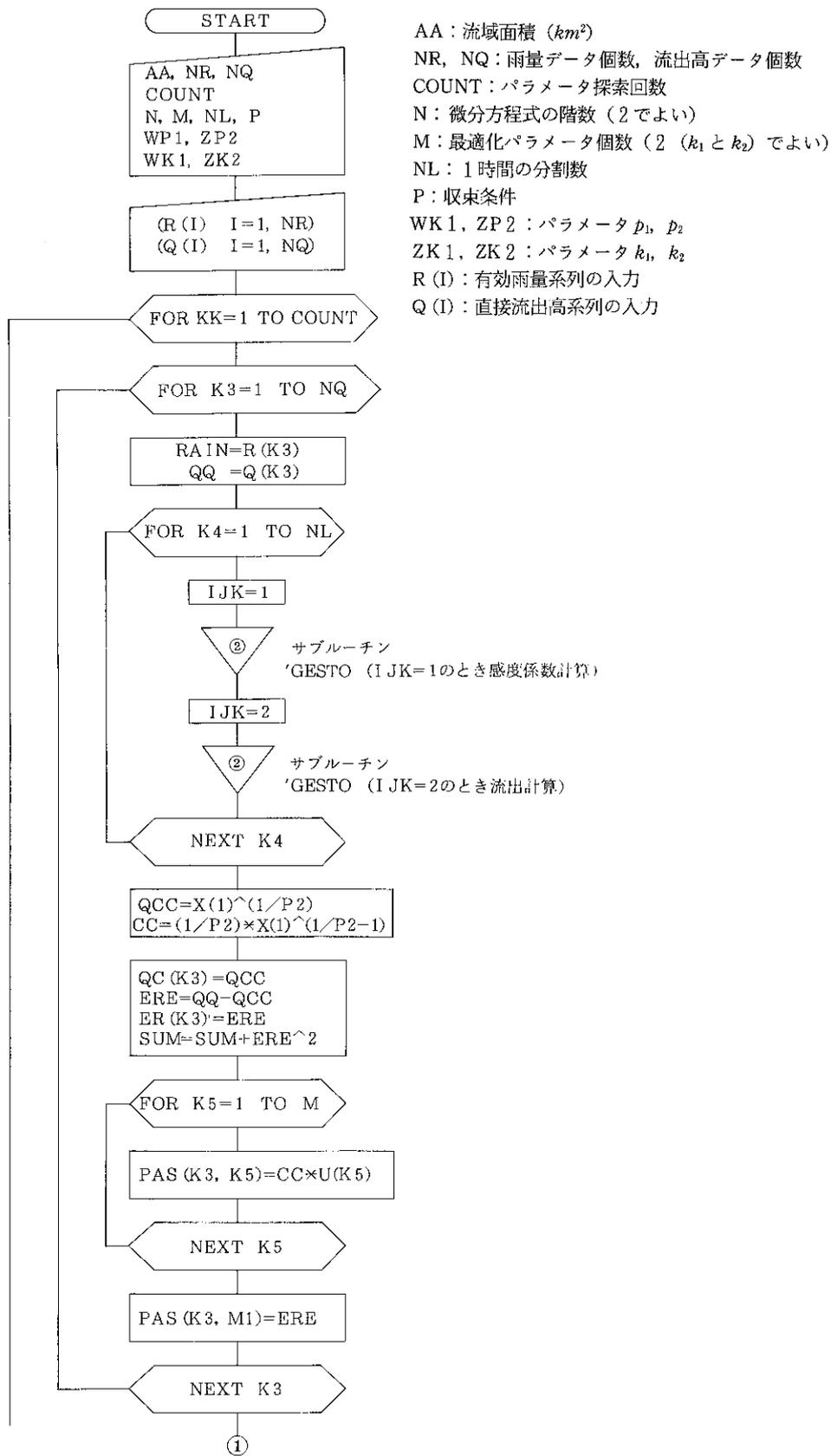
メータの更新値が、許容誤差 P 以下になったとき、パラメータの最適化が終了し、計算値が出力される。

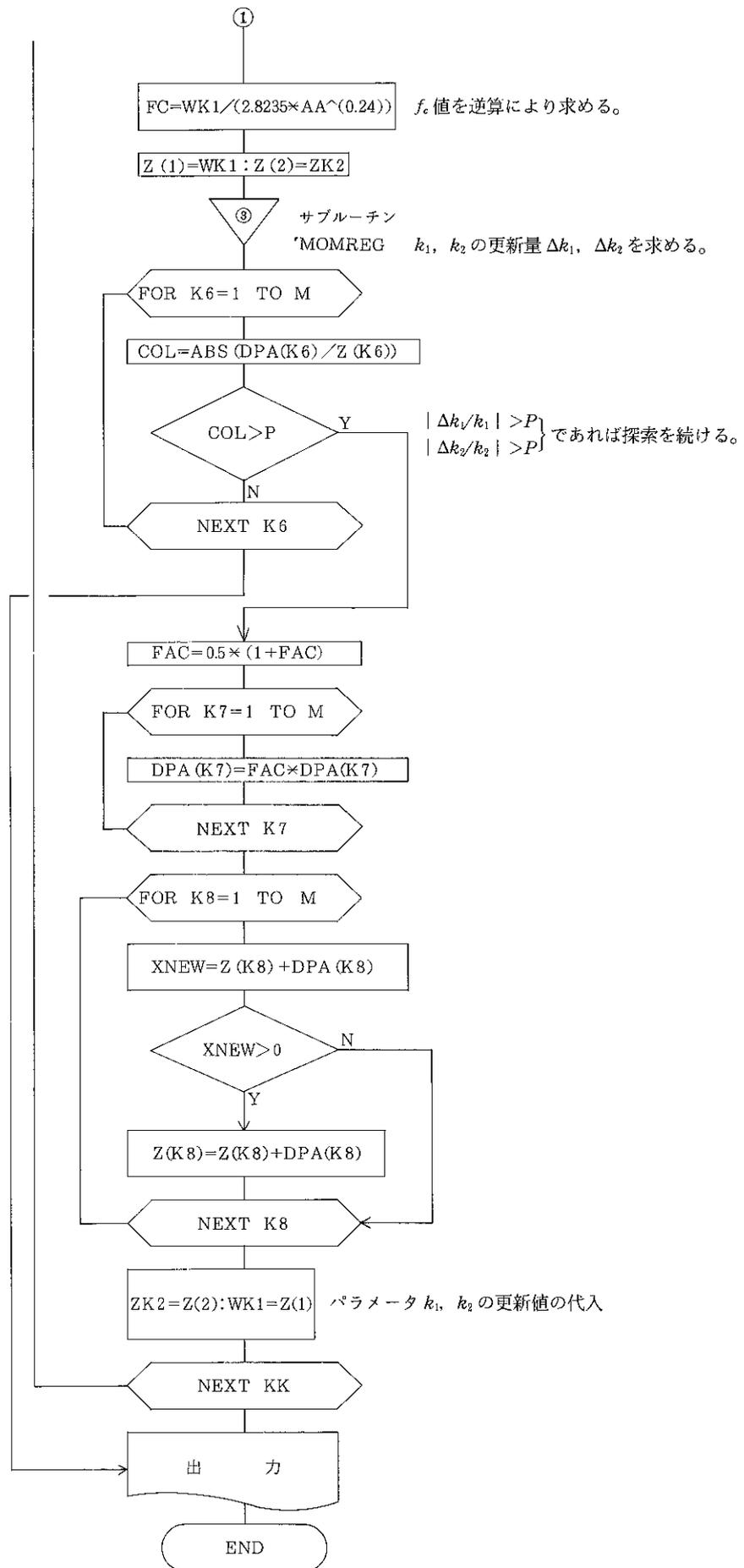
次により詳しいフローと、プログラムリスト、テストデータ及び出力例を示す。



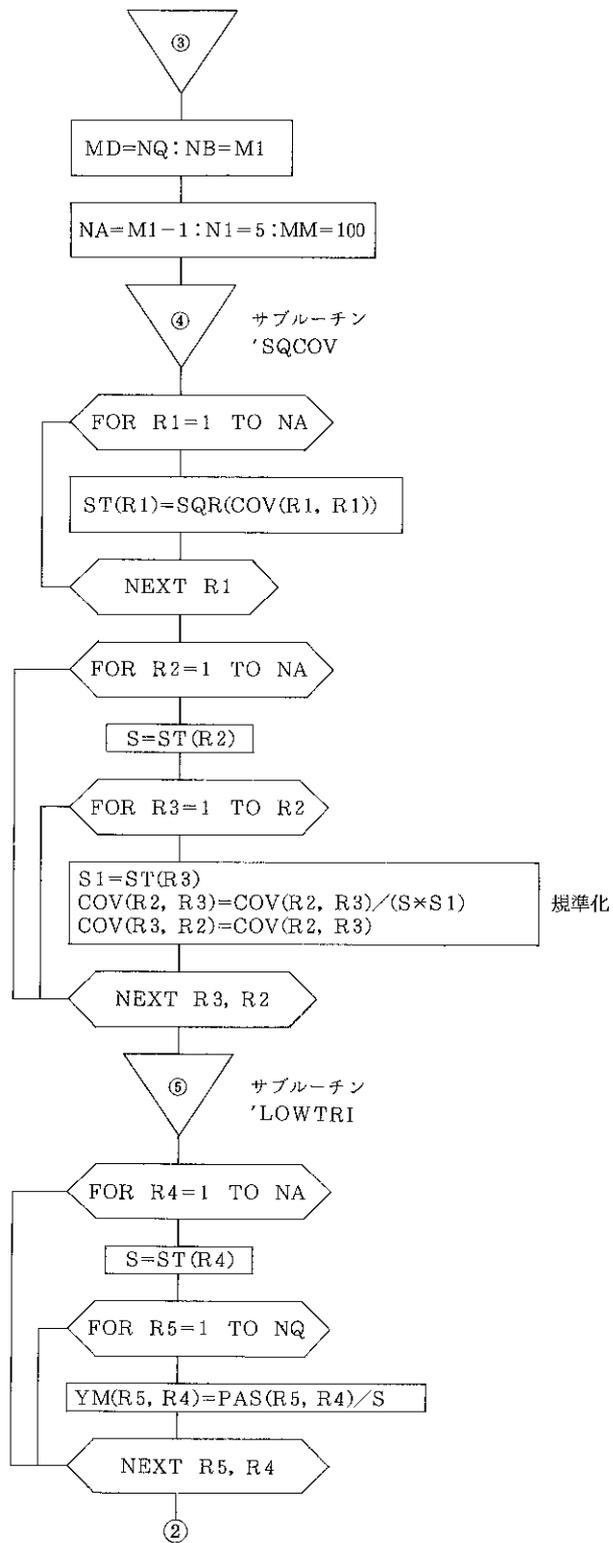
数学的最適化による k_1 , k_2 の同定手法概略フロー

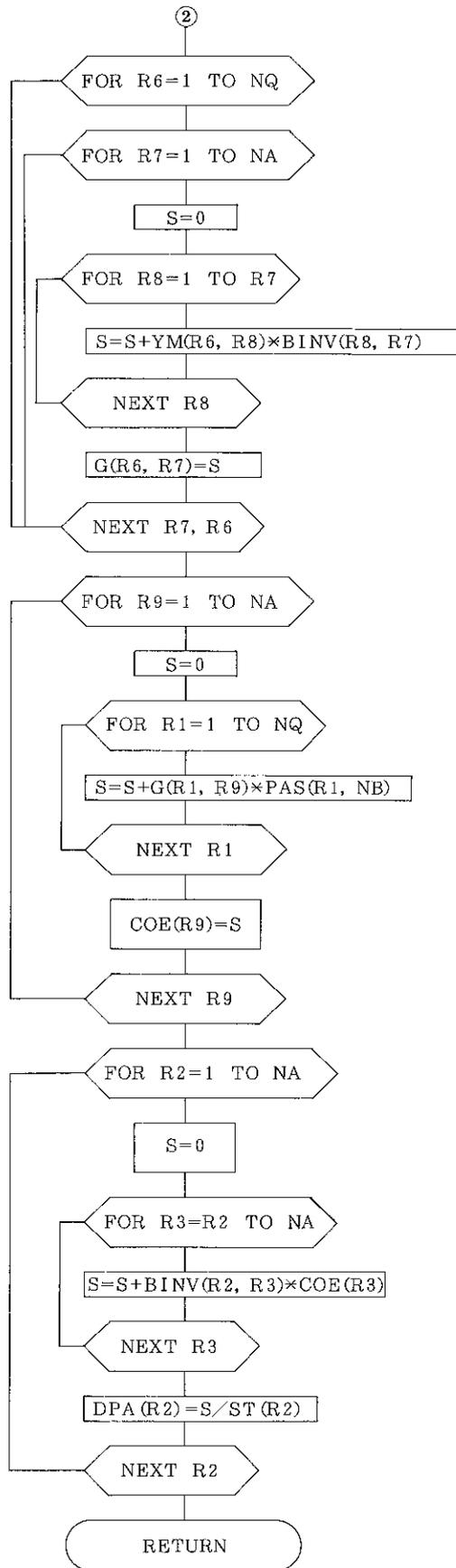
数学的最適化手法を用いた k_1, k_2 探索フロー



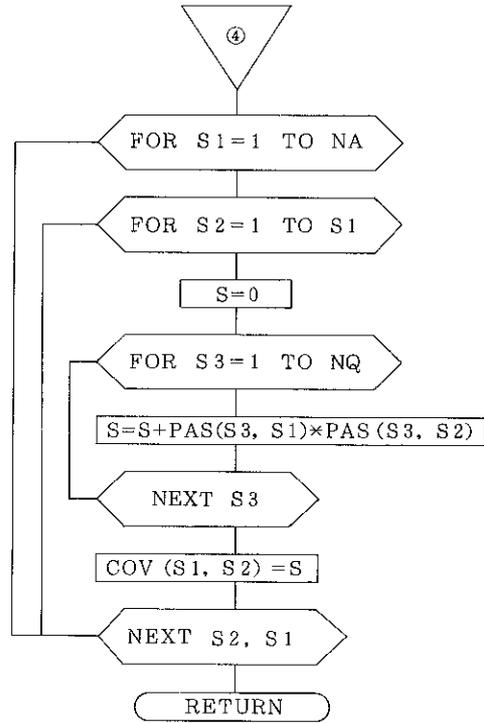


サブルーチン "MOMREG" のフロー





サブルーチン "SQCOV" のフロー



二次元探索 k_1, k_2 の最適化プログラムリスト

```

10 ' SAVE "10:KINEK1K2",A
100 ' 61/11/20 BY HOSHI
110 ' STORAGE FUNCTION MODEL
120 ' S = K1*Q^P1 + K2*D(Q^P2)/DT
130 ' P1=0.6 P2=0.4648
140 '
160 OPTION BASE 1
180 DIM R(50),Q(100),QC(100),PAS(100,5),DPA(5),X(5),U(10)
190 DIM ER(100),Z(5),G(100,5),YM(100,5),COV(5,5),ST(5),COE(5)
200 DIM BINV(5,5),UL(5,5),BL(5,5),UU(10),B(5),Y(5),PL(5,5)
220 AA=8.9: ' AREA (KM^2)
225 NR=15:NQ=31
227 COUNT=20
230 N=2:M=2:NL=5:P=.01:WP1=.6:ZP2=.4648
240 K1=6!:K2=10!
250 WK1=K1:ZK2=K2
260 ' R DATA
270 FOR I=1 TO NR:READ R(I):NEXT I
280 DATA 0.5940,0.7920,0.6930,0.3960,0.4950,0.9900,0.6930,0.3960,1.1880
290 DATA 1.9799,3.0689,4.0588,3.0689,1.089,0.693
300 ' Q DATA
310 FOR I=1 TO NQ:READ Q(I):NEXT I
320 DATA 0.0422,0.0844,0.1766,0.1988,0.1609,0.1531,0.2753,0.2875,0.2797,0.4619
330 DATA 1.0841,1.6963,2.5784,2.7106,2.1828,1.6650,1.3972,1.1394,0.9116,0.6838
340 DATA 0.5159,0.3581,0.2503,0.2225,0.1747,0.1469,0.1191,0.0813,0.0734,0.0456
350 DATA 0.0378
450 '
460 XNL=NL
470 H=1/XNL
480 H2=H^2
490 H3=H2*H
500 H4=H3*H
510 M1=M+1
520 M2=2*M
530 XNQ=NQ
540 WP2=1/ZP2
550 FAC=0
570 '
580 FOR KK=1 TO COUNT
590 WK2=1/ZK2
600 FOR K1=1 TO N:X(K1)=0:NEXT K1
610 FOR K2=1 TO M2:U(K2)=0:NEXT K2
620 SUM=0
630 FOR K3=1 TO NQ
640 IF K3<=NR THEN RAIN=R(K3) ELSE RAIN=0
650 QQ=Q(K3)
660 FOR K4=1 TO NL
670 IJK=1
680 GOSUB 1160 :' SUBROUTINE GESTO
690 IJK=2
700 GOSUB 1160 :' SUBROUTINE GESTO
710 IF X(1)<=0 THEN X(1)=0
720 NEXT K4
730 IF X(1)>0 THEN QCC=X(1)^WP2 ELSE QCC=0
740 IF X(1)>0 THEN CC=WP2*X(1)^(WP2-1) ELSE CC=0
750 QC(K3)=QCC
760 ERE=QQ-QCC
770 ER(K3)=ERE
780 SUM=SUM+ERE^2
790 FOR K5=1 TO M
800 PAS(K3,K5)=CC*U(K5)
810 NEXT K5
820 PAS(K3,M1)=ERE
830 NEXT K3
840 SUM=SUM
845 FC=WK1/(2.8235*AA^.24)
850 LPRINT USING "KK=## FC=##.#### K1=##.#### K2=##.#### J=##.####"
      ;KK;FC;WK1;ZK2;SUM
860 Z(1)=WK1
870 Z(2)=ZK2
880 '
890 GOSUB 1570 :' SUBROUTINE MOMREG
900 FOR K6=1 TO M
910 COL=ABS(DPA(K6)/Z(K6))
920 IF COL>P THEN 950
930 NEXT K6
940 GOTO 1050
950 FAC=.5*(1+FAC)
960 FOR K7=1 TO M
970 DPA(K7)=FAC*DPA(K7)
980 NEXT K7
990 FOR K8=1 TO M
1000 XNEW=Z(K8)+DPA(K8)

```

```

1010 IF XNEW>0 THEN Z(K8)=Z(K8)+DPA(K8)
1020 NEXT K8
1030 ZK2=Z(2):WK1=Z(1)
1040 NEXT KK
1050
1060 LPRINT :LPRINT
1070 LPRINT      "NO      YR      RCQ      CCQ"
1071 LPRINT      "NO      (MM/H)  (MM/H)  (MM/H)"
1075 LPRINT
1080 FOR K9=1 TO NQ
1090 IF K9<=NR THEN RAIN=R(K9) ELSE RAIN=0
1100 LPRINT USING "##  ##.###  ##.###  ##.###";K9;RAIN;Q(K9);QC(K9)
1110 NEXT K9
1120 PRINT "END"
1130 END
1140 '
1150 ' GESTO
1160 '
1170 CON=WK1*WK2*WP1*WP2
1180 A=0:C=0:D=0:E=0
1190 Y1=X(1):Y2=X(2)
1200 IF Y1>0 THEN 1220
1210 IF Y1<=0 THEN Y1=0:GOTO 1260
1220 A=Y1^(WP1*WP2-2)
1230 C=Y1^(WP2-1)
1240 D=Y1^(WP1*WP2-1)
1250 E=Y1^WP2
1260 '
1270 A1=(-1*CON)*((WP1*WP2-1)*A*Y2)-(WK2*WP2*C)
1280 A2=(-1*CON)*D
1290 A3=A1+A2^2
1300 A4=A1+A3
1310 F1=1+(.5*A1*H2)+(A1*A2*H3/6)+(A1*A3*H4/24)
1320 F2=H*(1+.5*A2*H+A3*H2/6+A2*A4*H3/24)
1330 F3=A1*F2
1340 F4=1+A2*H+.5*A3*H2+A2*A4*H3/6+((A1*A3+A2^2*A4)*H4/24)
1350 G2=H2*(.5+A2*H/6+A3*H2/24)
1360 G4=F2
1370 IF IJK=2 THEN 1480
1380 B(1)=-1*WK2*WP1*WP2*D*Y2
1390 B(2)=WK2^2*(WK1*WP1*WP2*D*Y2+E-RAIN)
1400 FOR J1=1 TO M
1410 UU(J1)=F1*U(J1)+F2*U(J1+M)+G2*B(J1)
1420 NEXT J1
1430 FOR J2=M1 TO M2
1440 UU(J2)=F3*U(J2-M)+F4*U(J2)+G4*B(J2-M)
1450 NEXT J2
1460 FOR J3=1 TO M2:U(J3)=UU(J3):NEXT J3
1470 RETURN
1480 B1=CON*(WP1*WP2-1)*D*Y2+WK2*(WP2-1)*E+WK2*RAIN
1490 Y(1)=F1*X(1)+F2*X(2)+G2*B1
1500 Y(2)=F3*X(1)+F4*X(2)+G4*B1
1510 FOR J1=1 TO N
1520 X(J1)=Y(J1)
1530 NEXT J1
1540 RETURN
1550 '
1560 ' MOMREG
1570 '
1580 MD=NQ:NB=M1
1590 NA=M1-1:N1=5:MM=100
1600 GOSUB 2370 : ' SUBROUTINE SQCOV
1610 FOR R1=1 TO NA
1620 ST(R1)=SQR(COV(R1,R1))
1630 NEXT R1
1640 FOR R2=1 TO NA
1650 S=ST(R2)
1660 FOR R3=1 TO R2
1670 S1=ST(R3)
1680 COV(R2,R3)=COV(R2,R3)/(S*S1)
1690 COV(R3,R2)=COV(R2,R3)
1700 NEXT R3,R2
1710 '

```

```

1720 GOSUB 2030 : ' SUBROUTINE LOWTRI
1730 FOR R4=1 TO NA
1740 S=ST(R4)
1750 FOR R5=1 TO NQ
1760 YM(R5,R4)=PAS(R5,R4)/S
1770 NEXT R5,R4
1780 FOR R6=1 TO NQ
1790 FOR R7=1 TO NA
1800 S=0
1810 FOR R8=1 TO R7
1820 S=S+YM(R6,R8)*BINV(R8,R7)
1830 NEXT R8
1840 G(R6,R7)=S
1850 NEXT R7,R6
1860 FOR R9=1 TO NA
1870 S=0
1880 FOR R1=1 TO NQ
1890 S=S+G(R1,R9)*PAS(R1,NB)
1900 NEXT R1
1910 COE(R9)=S
1920 NEXT R9
1930 FOR R2=1 TO NA
1940 S=0
1950 FOR R3=R2 TO NA
1960 S=S+BINV(R2,R3)*COE(R3)
1970 NEXT R3
1980 DPA(R2)=S/ST(R2)
1990 NEXT R2
2000 RETURN
2010 '
2020 ' LOWTRI
2030 '
2040 FOR L1=1 TO NA-1
2050 UL(L1,L1)=ABS(COV(L1,L1))
2060 UL(L1,L1)=SQR(UL(L1,L1))
2070 AL=1/UL(L1,L1)
2080 FOR L2=NA TO L1+1 STEP -1
2090 UL(L2,L1)=AL*COV(L2,L1)
2100 BE=UL(L2,L1)
2110 FOR L3=L2 TO NA
2120 COV(L3,L2)=COV(L3,L2)-UL(L3,L1)*BE
2130 NEXT L3
2140 NEXT L2
2150 NEXT L1
2160 UL(NA,NA)=ABS(COV(NA,NA))
2170 UL(NA,NA)=SQR(UL(NA,NA))
2180 FOR L4=1 TO NA
2190 FOR L5=1 TO NA
2200 BL(L4,L5)=UL(L5,L4)
2210 NEXT L5,L4
2220 BINV(1,1)=1/BL(1,1)
2230 FOR L6=2 TO NA
2240 BINV(L6,L6)=1/BL(L6,L6)
2250 JM1=L6-1
2260 FOR L7=1 TO JM1
2270 SU=0
2280 FOR L8=L7 TO JM1
2290 SU=SU-BINV(L7,L8)*BL(L8,L6)
2300 NEXT L8
2310 BINV(L7,L6)=SU*BINV(L6,L6)
2320 NEXT L7
2330 NEXT L6
2340 RETURN
2350 '
2360 ' SQCOV
2370 '
2380 FOR S1=1 TO NA
2390 FOR S2=1 TO S1
2400 S=0
2410 FOR S3=1 TO NQ
2420 S=S+PAS(S3,S1)*PAS(S3,S2)
2430 NEXT S3
2440 COV(S1,S2)=S
2450 NEXT S2
2460 NEXT S1
2470 RETURN

```

テストデータ及び出力例

KK= 1 FC= 1.2575 K1= 6.0000 K2=10.0000 J= 0.49953
 KK= 2 FC= 1.2998 K1= 6.2019 K2= 9.9792 J= 0.45120
 KK= 3 FC= 1.3311 K1= 6.3510 K2= 9.9699 J= 0.43739

NO	YR (MM/H)	RCQ (MM/H)	CCQ (MM/H)
1	0.594	0.042	0.000
2	0.792	0.084	0.008
3	0.693	0.177	0.038
4	0.396	0.199	0.088
5	0.495	0.161	0.145
6	0.990	0.153	0.224
7	0.693	0.275	0.319
8	0.396	0.288	0.392
9	1.188	0.280	0.475
10	1.980	0.462	0.647
11	3.069	1.084	1.000
12	4.059	1.696	1.631
13	3.069	2.578	2.331
14	1.089	2.711	2.554
15	0.693	2.183	2.272
16	0.000	1.665	1.772
17	0.000	1.397	1.284
18	0.000	1.139	0.916
19	0.000	0.912	0.662
20	0.000	0.684	0.490
21	0.000	0.516	0.373
22	0.000	0.358	0.292
23	0.000	0.250	0.234
24	0.000	0.223	0.192
25	0.000	0.175	0.161
26	0.000	0.147	0.136
27	0.000	0.119	0.117
28	0.000	0.081	0.102
29	0.000	0.073	0.089
30	0.000	0.046	0.079
31	0.000	0.038	0.070

KK : 探索回数
 FC : f_c 値
 K1, K2 : パラメータ k_1, k_2
 J : 評価関数値
 YR : 雨量 (有効雨量) (mm/hr)
 RCQ : 流量 (実測直接流出高) (mm/hr)
 CCQ : 流量 (計算直接流出高) (mm/hr)

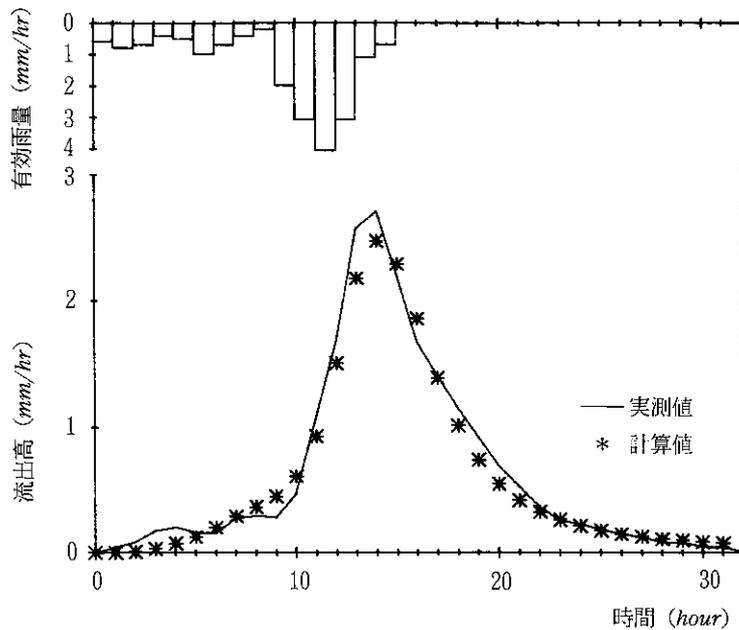


図-5・1 最適値による計算ハイドログラフ

補遺 6

原洪水資料を用いた洪水流出計算例

補遺 6 原洪水資料を用いた洪水流出計算例

近年、流域内の都市化の進行、ゴルフ場の造成、山林の開発などにより、内水域の流出機構が著しく変化しており、既設樋門管の安全度が低下してきている。このため樋門管の改築、新設計画が相当数にのぼっている。樋門管が対象とする小流域からの流出計算手法は今のところ確立されているとはいえ、流出量予測のために各々の流域で採用されたモデルもまちまちで、合理的で普遍性のあるモデルが無いため苦慮しているのが実状である。流出計算に用いられるモデルには、貯留関数法に代表される集中定数系モデル、等価粗度法に代表される分布定数系モデルがあり、両者には表-1に示す長所、短所があることが知られている。

表-1 集中・分布型モデルの比較

	計算時間	物理性	備考
集中定数系モデル	早い	なし	貯留関数法
分布定数系モデル	遅い	あり	等価粗度法

河川研究室ではこの両者の長所をあわせ持つ貯留関数モデルを開発し、多数の小流域に適用してその有効性を検証してきた。このモデルは斜面上の雨水流の挙動を表現した等価粗度法の理論解から導かれており、モデルパラメータが流域特性値（等価粗度、斜面勾配、流域面積）および降雨特性値（平均降雨強度）で定量化されている点に特徴がある。

採用貯留関数モデルは表-2に示される。

表-2 採用貯留関数モデル

$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt}(q^{p_2})$	(1)
$\frac{ds}{dt} = r - q$	(2)
$k_1 = 2.8235(n/\sqrt{i})^{0.6} A^{0.24}$	(3)
$= 2.8235 f_c A^{0.24}$	(4)
$k_2 = 0.2835 k_1 \bar{r}^{-0.2848}$	(5)
$p_1 = 0.6$	(6)
$p_2 = 0.4648$	(7)
ここで、	
s : 貯留高 (mm)	f_c : $(n/\sqrt{i})^{0.6}$ で表わされる未知定数
r : 有効雨量 (mm/hr)	A : 流域面積 (km^2)
q : 流出高 (mm/hr)	\bar{r} : 平均有効雨量強度 (mm/hr)
k_1, k_2, p_1, p_2 : モデルパラメータ	n : 等価粗度
	i : 斜面勾配

表-2に示した貯留関数モデルは(1)式においてパラメータを4個持ち、一見複雑に見える。しかしながら、唯一の未知定数は(4)式中の $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ であり、この値が決定されれば、パラメータ k_1, k_2, p_1, p_2 は(4), (5), (6), (7)式により自動設定される。洪水資料が既知のとき f_c 値は実測直接流出高と計算流出高の誤差2乗和が最小となるよう、次元探索により同定することが可能である。すなわち、次式を評価基準とする。

$$\text{Min}_{f_c} J(f_c) = \sum_{j=1}^N (q_j^* - q_j(f_c))^2 \quad \text{.....} \quad (8)$$

ここで、 q_j^* : ある時刻 j における実測直接流出高、 $q_j(f_c)$: f_c が与えられたときの計算流出高、 N : 流出高標本数。

ここでは、原洪水資料を用いて洪水再現計算を行うまでの過程を具体的に示す。実用面での理解を深めるため、実際に数例の洪水資料を用いて以下に示す手順に従って計算してみることをすすめる。また、 f_c 値の同定に用いるプログラムを掲載しておくので参照されたい。

① 原洪水資料の収集 (表-3)

対象とする洪水資料は、おおむね次の基準で収集する。すなわち、流域面積は 600 (km²) 以下、ピーク比流量は 0.5 (m³/s/km²) 以上とする (ピーク比流量はピーク流量を流域面積で除した値である)。当手法が流出現象のうちの河道遅れを考慮しなくて良い小流域を対象としていること、降雨強度の大きい洪水が表面流出により生起していること等を前提として基準が設定されている。

表-2 に示される貯留関数モデルにおいては流出高 q (mm/hr) が計算されるので、観測流量 Q (m³/s) を次式により流出高に変換しておく必要がある。

$$q = 3.6 Q / A \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 A : 流域面積 (km²)

② 原洪水資料の図化 (図-1)

収集した洪水資料 (降雨、流量) を図化する。原資料は必ず図化することが重要である。ハイドログラフの形状を見るだけでなく、データ中の異常値の発見が容易となる。原資料の精度が解析結果に大きく影響するため、十分な吟味を行うことが望ましい。

③ 流出高の図化および直接流出成分の分離 (図-2)

①において得られた雨量と流出高を片対数紙に図化し、流出立上り点と減水部第2折点を結び、直接流出成分を分離する。ハイドログラフ

を片対数紙 (流出高を対数軸にとる) に描くと、減水部が2本または3本の直線で近似できる。2本のときはその折点、3本のときは第2の折点が直接流出成分 (表面流出+中間流出) の終了時であると考えられており、その点と流出の立上り点とを結ぶことにより直接流出成分を分離する。当モデルが対象としている成分が表面流出であり、直接流出成分がこれに対応すると考えられるので、こうした作業を行う必要がある。直接流出成分直下の成分は基底流出成分である。

表-3 原洪水資料

対象洪水諸元 (別冊洪水データ集, 洪水番号 88)							
河川名		忠類					
洪水生起年月日		1975年8月5日1時					
洪水継続時間		36時間					
降雨継続時間		19時間					
流域面積		8.9 (km ²)					
ピーク流量		7.88 (m ³ /sec)					
ピーク比流量		0.88 (m ³ /sec/km ²)					
No.	雨量 (mm)	流量 (m ³ /s)	流出高 (mm/h)	No.	雨量 (mm)	流量 (m ³ /s)	流出高 (mm/h)
1	0.50	0.91	0.37	19	3.50	6.60	2.67
2	1.00	0.91	0.37	20	0.00	5.33	2.16
3	0.50	0.91	0.37	21	0.00	4.69	1.90
4	3.00	0.91	0.37	22	0.00	4.09	1.65
5	3.00	1.05	0.42	23	0.00	3.53	1.43
6	4.00	1.15	0.47	24	0.00	3.00	1.21
7	3.50	1.42	0.57	25	0.00	2.60	1.05
8	2.00	1.48	0.60	26	0.00	2.22	0.90
9	2.50	1.42	0.57	27	0.00	1.99	0.80
10	5.00	1.42	0.57	28	0.00	1.93	0.78
11	3.50	1.72	0.70	29	0.00	1.84	0.74
12	2.00	1.78	0.72	30	0.00	1.78	0.72
13	6.00	1.78	0.72	31	0.00	1.72	0.70
14	10.00	2.25	0.91	32	0.00	1.66	0.67
15	15.50	3.81	1.54	33	0.00	1.66	0.67
16	20.50	5.33	2.16	34	0.00	1.60	0.65
17	15.50	7.55	3.05	35	0.00	1.60	0.65
18	5.50	7.88	3.19	36	0.00	1.54	0.62

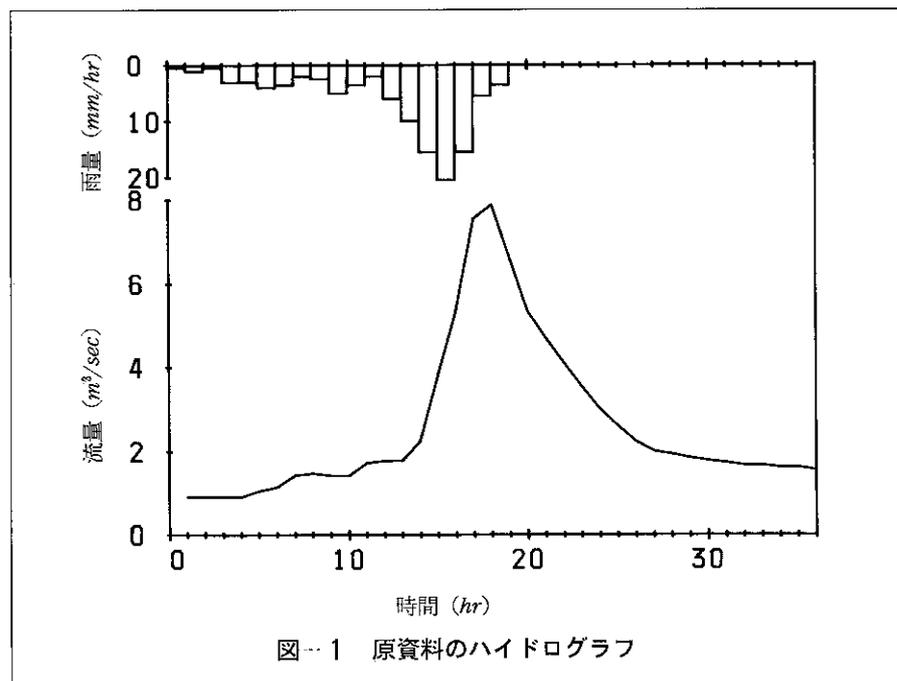


図-1 原資料のハイドログラフ

④ 直接流出成分および有効雨量の計算
(表-4)

直接流出成分は流出高から基底流出成分を差引くことにより計算される。表-4に示される記号を用いて基底流出成分は次式で計算される。

$$QB = Q1 + N \times \frac{Q2 - Q1}{N2 - N1} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 QB ：基底流出高 (mm/hr), $N1$ ：分離開始点, $N2$ ：分離終了点, $Q1$ ：分離開始点の流出高 (mm/hr), $Q2$ ：分離終了点の流出高 (mm/hr), N ： $N1, N2$ 間の任意時刻。

表-4によれば、 $N1 = 4, N2 = 36, Q1 = 0.37, Q2 = 0.62$ であることがわかる。直接流出量は次式により計算される。

$$CQ = Q - QB \dots\dots\dots (11)$$

ここで CQ ：直接流出高 (mm/hr), Q ：流出高 (mm/hr), QB ：基底流出高 (mm/hr)。

降雨資料を直接流出高の分離開始点 $N1$ の前後で分離し、分離点 $N1$ 以前の総降雨量を初期損失雨量 FTR , $N1$ 以降の総降雨量を TR とする。総直接流出量 TCQ は次式で計算される。

$$TCQ = CQ(1) + CQ(2) + \dots + CQ(J) + \dots + CQ(JN)$$

$$J = 1, 2, 3 \dots, JN \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 TCQ ：総直接流出高 (mm), CQ (J)：直接流出高系列, JN ：直接流出高資料数。

表-4によれば、 $FTR = 5.0$ (mm), $TR = 102.0$ (mm), $TCQ = 20.196$ (mm) であることがわかる。流出率 f は次式で計算される。

$$f = \frac{\text{総直接流量}}{\text{総雨量}} = \frac{TCQ}{TR} \dots\dots\dots (13)$$

表-4によれば流出率 $f = 0.198$ であることがわかる。有効雨量は分離開始点 $N1$ 以降の降雨資料に、一率に流出率 f を乗じて計算する。

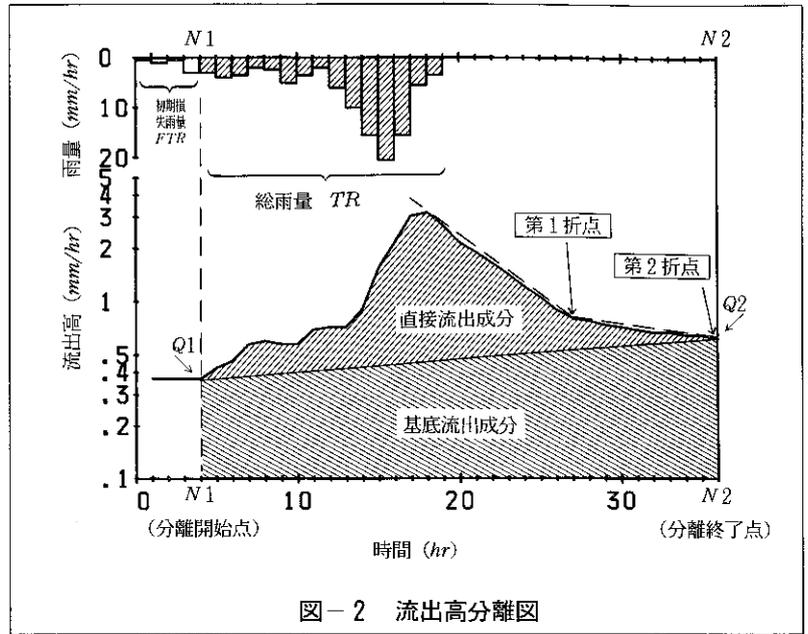


図-2 流出高分離図

表-4 直接流出成分, 有効雨量の計算

No.	Q 流出高 (mm/hr)	QB 基底流出高 (mm/hr)	CQ 直接流出高 (mm/hr)	R 雨量 (mm/hr)	有効雨量 (雨量×流出率) (mm/hr)
1	0.37	—	—	0.5	—
2	0.37	—	—	1.0	—
3	0.37	—	—	0.5	—
N1 [4]	Q1 [0.37]	0.370	0.000	3.0	—
5	0.42	0.378	0.042	3.0	0.594
6	0.47	0.386	0.084	4.0	0.792
7	0.57	0.393	0.177	3.5	0.693
8	0.60	0.401	0.199	2.0	0.396
9	0.57	0.409	0.161	2.5	0.495
10	0.57	0.417	0.153	5.0	0.990
11	0.70	0.425	0.275	3.5	0.693
12	0.72	0.432	0.288	2.0	0.396
13	0.72	0.440	0.280	6.0	1.188
14	0.91	0.448	0.462	10.0	1.980
15	1.54	0.456	1.084	15.5	3.069
16	2.16	0.464	1.696	20.5	4.059
17	3.05	0.472	2.578	15.5	3.069
18	3.19	0.479	2.711	5.5	1.089
19	2.67	0.487	2.183	3.5	0.693
20	2.16	0.495	1.665		
21	1.90	0.503	1.397		
22	1.65	0.511	1.139		
23	1.43	0.518	0.912		
24	1.21	0.526	0.684		
25	1.05	0.534	0.516		
26	0.90	0.542	0.358		
27	0.80	0.550	0.250		
28	0.78	0.557	0.223		
29	0.74	0.565	0.175		
30	0.72	0.573	0.147		
31	0.70	0.581	0.119		
32	0.67	0.589	0.081		
33	0.67	0.597	0.073		
34	0.65	0.604	0.046		
35	0.65	0.612	0.038		
N2 [36]	Q2 [0.62]	0.620	0.000		
			計20.196		
				計102.0	
				総雨量 TR = 102.0 (mm)	
					流出率 $f = \frac{TCQ}{TR} = \frac{20.196}{102.0} = 0.198$
					総直接流出量 TCQ = 20.196 (mm)

⑤ 有効雨量と直接流出高の整理 (図-3)

④で得られた有効雨量系列と直接流出高系列を図、表として整理する。この資料を以降に行う流出計算に用いる。

⑥ f_c 値の同定および流出計算

f_c 値の一次元探索を行い、最適 f_c 値の同定および流出計算を行う。パラメータの推定式(4)~(7)式中唯一の未知定数は f_c のみである。したがって f_c 値の初期値と f_c 値の増分 Δf_c を与えて、パラメータ k_1 と k_2 を全て決定して計算流量を求め、評価基準の(8)式の値を最小とするときの f_c 値を探索する。探索用のプログラムは次ページに示すが、入力が必要な変数はプログラムの行番号と対応させて次に示すので、参照されたい。なお f_c 値の初期値を 0.2, 増分 Δf_c 値を 0.1 程度に設定し、(8)式が最小値を示すまで探索を続けるのが確実である。また、繰返し回数 $NCASE$ は 30 程度とれば良い。

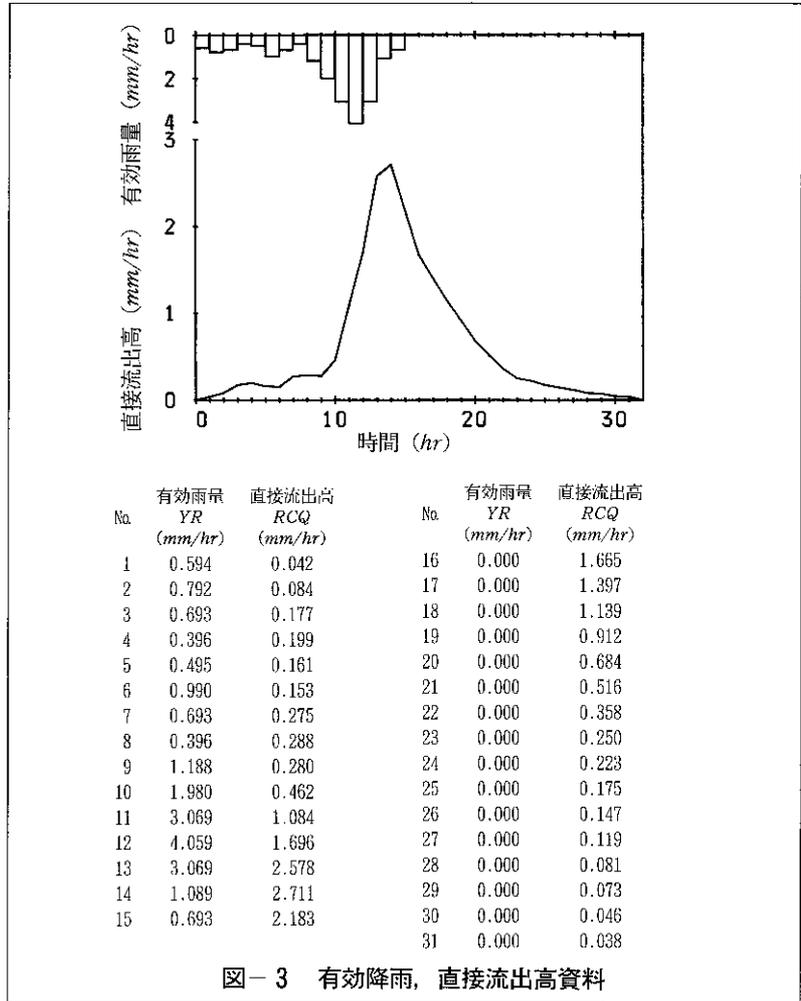


図-3 有効降雨, 直接流出高資料

行番号: 入力変数の説明

40: f_c 値の探索回数 $NCASE$ の入力

60: 流域面積 AA (km^2) の入力

70: 有効降雨資料数 NR , 直接流出高資料数 NQ の入力

80: f_c 値の初期値 FC , f_c 値の増分 (Δf_c) DFC の入力

110~120: 有効雨量系列 $R(I)$ の入力 (作業④で得られた資料)

150~180: 直接流出高系列 $RCQ(I)$ の入力 (作業④で得られた資料)

220: 計算時間間隔 T (hr) の入力 (1/5 (hr) 程度でよい)

この計算例では $f_c = 1.33$ のとき(8)式の J が最小値をとっている。このときのパラメータ値は $k_1 = 6.3459$, $k_2 = 10.5520$ であることがわかる。

表-5 f_c 値の最適同定および流出計算出力例

KK	f_c	Δf_c	k_1	k_2	J
KK=1	FC=1.280	DFC=0.0100	K1=6.1073	K2=9.7736	J=0.4714
KK=2	FC=1.290	DFC=0.0100	K1=6.1550	K2=9.9269	J=0.4588
KK=3	FC=1.300	DFC=0.0100	K1=6.2028	K2=10.0814	J=0.4501
KK=4	FC=1.310	DFC=0.0100	K1=6.2505	K2=10.2371	J=0.4443
KK=5	FC=1.320	DFC=0.0100	K1=6.2982	K2=10.3940	J=0.4414
KK=6	FC=1.330	DFC=0.0100	K1=6.3459	K2=10.5520	J=0.4413 *
KK=7	FC=1.340	DFC=0.0100	K1=6.3936	K2=10.7113	J=0.4439
KK=8	FC=1.350	DFC=0.0100	K1=6.4413	K2=10.8718	J=0.4494

* 最小値

NL = 5		NR = 15		NQ = 31	
A = 8.900		RAVE = 1.346		FC = 1.3300	
K1 = 6.3459		K2 = 10.5520			

No.	YR (mm/hr)	RCQ (mm/hr)	CCQ (mm/hr)	No.	YR (mm/hr)	RCQ (mm/hr)	CCQ (mm/hr)
1	0.594	0.042	0.077	16	0.000	1.665	1.811
2	0.792	0.084	0.107	17	0.000	1.397	1.316
3	0.693	0.177	0.160	18	0.000	1.139	0.938
4	0.396	0.199	0.218	19	0.000	0.912	0.674
5	0.495	0.161	0.270	20	0.000	0.684	0.495
6	0.990	0.153	0.340	21	0.000	0.516	0.374
7	0.693	0.275	0.422	22	0.000	0.358	0.290
8	0.396	0.288	0.477	23	0.000	0.250	0.231
9	1.188	0.280	0.543	24	0.000	0.223	0.188
10	1.980	0.462	0.699	25	0.000	0.175	0.157
11	3.069	1.084	1.034	26	0.000	0.147	0.132
12	4.059	1.696	1.643	27	0.000	0.119	0.113
13	3.069	2.578	2.329	28	0.000	0.081	0.098
14	1.089	2.711	2.568	29	0.000	0.073	0.086
15	0.693	2.183	2.305	30	0.000	0.046	0.076
				31	0.000	0.038	0.068

⑦ 直接流出成分の再現図 (図-4)

⑥で得られた計算値を実測直接流出高に重ねて図化する。この作業により原洪水資料から分離された直接流出高と計算による直接流出高の適合度がわかる。

⑧ 洪水波形の再現 (図-5)

⑥で得られた計算値の直接流出高に④で求めた基底流出高を加える。さらに流出高 q を流量 Q に変換して原洪水資料と重ね合わせた図を作成する。計算流出高は次式により流量に変換される。

$$Q = (CQ + QB) \times A / 3.6 \dots\dots\dots (14)$$

ここで CQ : 計算直接流出高 (mm/hr),
 QB : ④で得られた基底流出高 (mm/hr),
 A : 流域面積 (km²)

以上の手順により実洪水資料の再現計算が行われた。

• f_c 値探索プログラムリスト

```

10 ' SAVE "10:KINEFRC", A
20 '
30 DIM X1(2), X2(2), R(50), RCQ(50), CCQ(50)
40 NCASE=10
50 P1=.6:P2=.4648
60 AA=8.9:'AREA KM^2
70 NR=15:NQ=31
80 FC=1.27 :DFC=.01
90 ' R DATA
100 FOR I=1 TO NR:READ R(I):NEXT I
110 DATA 0.5940,0.7920,0.6930,0.3960,0.4950,0.9900,0.6930,0.3960,1.1880
120 DATA 1.9799,3.0689,4.0588,3.0689,1.089,0.693
130 '
140 FOR I=1 TO NQ:READ RCQ(I):NEXT I
150 DATA 0.0422,0.0844,0.1766,0.1988,0.1609,0.1531,0.2753,0.2875,0.2797,0.4619
160 DATA 1.0841,1.6963,2.5784,2.7106,2.1828,1.6650,1.3972,1.1394,0.9116,0.6838
170 DATA 0.5159,0.3681,0.2503,0.2225,0.1747,0.1469,0.1191,0.0813,0.0734,0.0456
180 DATA 0.0378
190 FOR I=1 TO NR:SS=SS+R(I):NEXT I
200 RB=SS/NR:PRINT "RB=";RB
210 '
220 T=1/5:' CULCULATION STEP 1/5(HOUR)
230 T2=T*T:T3=T2*T:T4=T3*T
240 NL=INT(1/T+1E-03)
250 FCMIN=9999:JMIN=9999
260 FOR KK=1 TO NCASE
280 X(1)=0:X(2)=0:ER=0
290 FC=FC+DFC
300 K1=2.8235*FC*AA^.24
310 K2=.2835*K1^2*RB^-.2648:PRINT "K1, K2=";K1;K2
320 P3=P1/P2:K3=K1/K2
330 FOR J=1 TO NQ
340 Y1=X(1) :Y2=X(2)
350 FOR I=1 TO NL
360 GOSUB 1000:'SUBROUTINE GESTO
370 NEXT I
380 CCQ(J)=X(1)^(1/P2)
390 E=RCQ(J)-CCQ(J)
400 ER=ER+E^2
420 NEXT J
430 J=ER
440 IF J<JMIN THEN JMIN=J:FCMIN=FC:'PRINT "JMIN,FCMIN=";JMIN;FCMIN
450 LPRINT USING "KK=## FC=##.#### DFC=##.#### K1=##.#### K2=##.####
J=##.####";KK;FC;DFC;K1;K2;J
460 NEXT KK
470 '

```

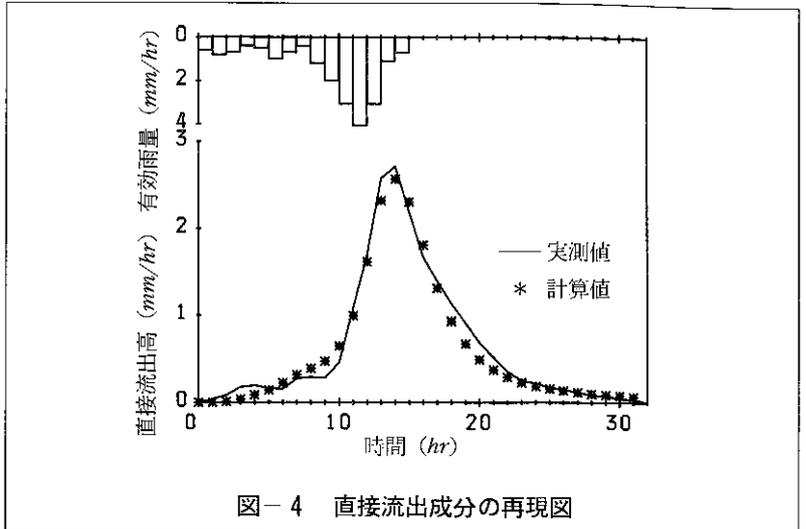


図-4 直接流出成分の再現図

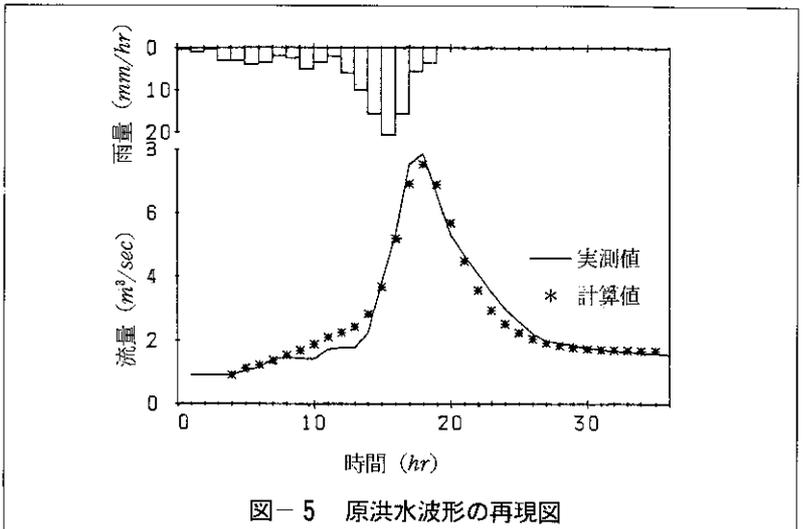


図-5 原洪水波形の再現図

```

480 FC=FCMIN
490 K1=2.8235*FC*AA^24
500 K2=-.2835*K1^2*RB^-.2648
510 P3=P1/P2:K3=K1/K2
520 FOR J=1 TO NQ
530 Y1=X(1) :Y2=X(2)
540 FOR I=1 TO NL
550 GOSUB 1000:'SUBROUTINE GESTO
560 NEXT I
570 CCQ(J)=X(1)^(1/P2)
580 E=RCQ(J)-CCQ(J)
590 ER=ER+E^2
600 NEXT J
610 J=SQR(ER/NQ)
620 GOSUB 640
630 END
640 ' OPTIMIZATION FC OUTPUT
650 LPRINT
660 LPRINT USING "NL=##";NL
670 LPRINT USING "NR=## NQ=##";NR;NQ
680 LPRINT USING "A=###.### RAVE=';AA;RB
690 LPRINT USING "FC=###.###";FCMIN
700 LPRINT USING "K1=###.### K2=###.###";K1;K2
710 LPRINT
720 LPRINT "NO YR RCQ CCQ"
730 LPRINT " (MM/H) (MM/H) (MM/H)"
740 FOR J=1 TO NQ
750 LPRINT USING "## ##.### ##.### ##.###";J;R(J);RCQ(J);CCQ(J)
760 NEXT J
770 RETURN
1000 'SUBROUTINE GESTO
1010 IF Y1=0 THEN GOTO 1060
1020 A=Y1^(P3-2)
1030 C=Y1^(1/P2-1)
1040 D=Y1^(P3-1)
1050 E=Y1^(1/P2)
1060 A1=-K3*P3*(P3-1)*A*Y2-1/K2/P2*C
1070 A2=-K3*P3*D
1080 A3=A1+A2*A2:A4=A1+A3
1090 B2=K3*P3*(P3-1)*D*Y2+1/K2*(1/P2-1)*E+R(J)/K2
1100 ' FAI MATRIX
1110 F1=1+.5*A1*T2+1/6*A1*A2*T3+1/24*A1*A3*T4
1120 F2=T*(1+.5*A2*T+1/6*A3*T2+1/24*A2*A4*T3)
1130 F3=A1*F2
1140 F4=1+A2*T+.5*A3*T2+1/6*A2*A4*T3+1/24*(A1*A3+A2*A2*A4)*T4
1150 ' GAMMA MATRIX
1160 G2=T2*(.5+1/6*A2*T+1/24*A3*T2)
1170 G4=F2
1190 Y(1)=F1*Y1+F2*Y2+G2*B2
1200 Y(2)=F3*Y1+F4*Y2+G4*B2
1210 Y1=Y(1):Y2=Y(2)
1220 FOR L=1 TO 2:X(L)=Y(L):NEXT L
1230 RETURN

```

補遺 7

総合貯留関数式の再検討

補遺 7 総合貯留関数式の再検討

総合貯留関数法は流量資料の乏しい山地河川流域におけるハイドログラフ推定、あるいはまた、大流域においては分割支流流域からの流出量を河道要素で合成・伝播させてハイドログラフ推定を行えるなど、幅広い実用面での運用が考えられる。本報告でも以上の観点から表-5に示されるような貯留関数モデルの総合化を試みた。しかしながら、解析対象となった流域面積の大きさが 100 km^2 以下であること、また、図-10に示すように、洪水規模で見れば、ピーク比流量 $2 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以下の洪水例が86%を占めるなど、(7)式(表-5参照)の適用範囲に幾分問題が残されている。(20)式あるいは(7)式(表-5参照)に示されるように、パラメータ k_2 はパラメータ k_1 と平均有効雨量強度 \bar{r} の関数で与えられるから、パラメータ k_1 の推定精度が総合貯留関数モデル適用の成否に関連してくる。

永井らは(参考文献6))は本報告と同様に、(1)、(2)式の等価粗度モデルを基本式として、木村の貯留関数法モデルパラメータの物理的意味づけを行っている。永井らの研究成果と本報告での結果には共通する部分が多い。幸い、永井氏より貴重な解析結果の送付とその利用の快諾をいただいたので、両解析結果を併せて、(7)式の妥当性を再検討する。

永井らの研究成果の一部を要約して以下に示す。

(1) 等価粗度モデルと木村の貯留関数モデルのパラメータ相互には次式が成立している。

$$K = 2.531(n/\sqrt{i})^{0.6} A^{0.24} \quad (A-1)$$

ここで、 K :貯留係数 (mm-hr 単位), n :等価粗度 (m-s 単位), i :斜面勾配, A :流域面積 (km^2)

一方、本報告でのモデルパラメータ k_1 は次式で与えられる。

$$k_1 = 2.823(n/\sqrt{i})^{0.6} A^{0.24} \quad (A-2)$$

両式の係数値がわずかに異なる理由は容易に説明できる。すなわち、図-5に示される流域モデルを想定し、(23)式の流域定数 $\varepsilon, \beta, \gamma$ として、 $\beta = 1.35, \gamma = 0.6$ は(24)式で両解析手法とも共通である。唯一の違いは ε の値である。(A-1)式は(24)式で $\varepsilon = 0.5$ (主河道をはさみ等斜面を想定)、(A-2)式は(24)式で $\varepsilon = 0.6$ としている違いだけである。したがって、実用上、どちらの式を用いても大きな差異は生じないと考えられる。図-19には一次元探索 $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ の最適値と二次元探索 k_1 の最適値の関係および(A-2)式の関係式が併記されているが、(A-1)式を用いてもプロットされた点の挙動はよく説明できることは容易に予想できよう。

(2) 北海道においては大洪水を収集することは困難であるが、永井らの解析では大洪水例が選定されている。流域数は17個であり、最小・最大流域面積はそれぞれ、 0.245 km^2 と 1425.6 km^2 である。選定洪水例は51個であり、最小・最大ピーク比流量はそれぞれ、 $2.6 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$, $14.1 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ と、本報告で扱った洪水規模とは大きな差異がある。なお、 600 km^2 以上の河川流域においては降雨の空間分布特性を考慮して、ピーク比流量 Q_p が $4 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以上、他の河川流域では Q_p が $2.6 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以上の出水例を選定するように配慮されている。これら51個の出水例に木村の貯留関数モデルをあてはめ、貯留係数 K と遅滞時間 T_t の最適同定を行っている。なお、貯留指数 P はマニング型表面流を想定して、 $P = 0.6$ に固定している。 $P = 0.6$ は本報告でのモデルパラメータ $p_1 = 0.6$ と同じ物理的意味を持っている。最適同定された貯留係数 K と流域面積 A の関係プロットし、それに平分線を挿入して得られた総合化貯留係数式が次式である。

$$K = 5.5 A^{0.14} \quad (A-3)$$

(A-3)式は流域面積 $A < 300 \text{ km}^2$ の山地河川流域について最適同定された結果を重視して決定された関係式である。一方、本報告における(A-2)式の総合化貯留係数式は表-5中に示される次式である。

$$k_1 = 4.57 A^{0.24}$$

(A-4)

(A-4) 式は $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ の一次元探索最適同定値を 99 洪水例から算定し、その平均値 1.62 を (A-2) 式に代入して求めたもので、流域面積 A の指数は 0.24 に固定してある。本報告においても、パラメータ k_1 と k_2 の二次元探索最適同定を行っている。最適同定値 k_1 を (A-2) 式に代入して $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ を求め、一次元探索同定値 f_c と比較した結果が図-20 である。すなわち、両パラメータ同定法による推定精度は同程度であると考えてもよいことがわかる。そこで、永井らの解析結果と本報告での結果の整合性を図る意味で、永井らによって得られた最適貯留係数同定値 K を (A-2) 式に代入して $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ を逆算し、その標本統計量を計算してみると、平均値は 1.41、分散は 0.287 となる。本報告での 99 洪水例の一次元探索結果による f_c の平均値は 1.62 で、分散は 0.493 である。永井らの解析データの方が、 f_c の平均値が幾分小さく、変動が小さくなっている。両者の結果の差異は選定洪水規模に依存していることが考えられるが、 f_c の平均値でみるかぎり、大きな差異はない。

永井氏より貴重な研究成果を提供していただいたので、本報告での計算結果と併せて、総合貯留関数モデルを再検討してみる。なお、小流域における洪水例のほかに、今回あらたに 3 河川流域における 19 洪水例を解析に追加してある。その内訳は、十勝ダム (流域面積 $A = 592 \text{ km}^2$) の 5 洪水、沙流川流域 ($A = 1253 \text{ km}^2$) の 9 洪水、額平川流域 ($A = 365.8 \text{ km}^2$) の 5 洪水資料である。洪水規模は全追加資料ともピーク比流量 $Q_p > 0.5 \text{ m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ である。したがって、永井らのデータと合せると、流域数では 57 個、洪水資料数では 169 個となり、貯留係数 (K あるいは k_1) の総合化推定式としては実用上かなり普遍性があることが期待される。

永井らが解析した 51 洪水例の最適 K 値と本解析での 118 洪水例の最適 k_1 値から (A-2) 式によって逆算した $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ の頻度分布解析結果が表-7.1 である。したがって、 f_c の標本平均値 (μ) と分散 (σ^2) はそれぞれ、 $\mu = 1.564$ $\sigma^2 = 0.430$ と計算される。この標本統計量を用いて、(7)式の 2 母数ガンマ分布の母数を積率法により推定すると、 $a = 0.275$ 、 $b = 5.689$ 、 $\Gamma(5.689) = 71.224$ を得る。したがって、(7)式による理論度数を計算したものが表-7.1 の最後列に示されている。169 洪水例の逆算 f_c の頻度分布と理論値を比較して、図-7.1 に示す。今、表-7.1 の結果に基づき、 f_c の平均値 $\mu = 1.564$ 、 $\mu - \sigma = 0.908$ 、および $\mu + \sigma = 2.20$ の値を (A-2) 式に代入すると次の推定式が得られる。

表-7.1 逆算 $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ の頻度解析

f_c のランク	中央値 x	度数 f	fx	fx^2	理論度数
0 ~ 0.5	0.25	1	0.25	0.0625	1.1
0.5 ~ 1.0	0.75	27	20.25	15.1875	31.3
1.0 ~ 1.5	1.25	64	80.00	100.0000	55.6
1.5 ~ 2.0	1.75	44	77.00	134.7500	43.7
2.0 ~ 2.5	2.25	18	40.50	91.1250	23.1
2.5 ~ 3.0	2.75	8	22.00	60.5000	9.7
3.0 ~ 3.5	3.25	4	13.00	42.2500	3.4
3.5 ~ 4.0	3.75	3	11.25	42.1875	1.1
合計		169	264.25	486.0625	169.0
平均			1.564	2.876	

$$K, k_1 = \begin{cases} 2.56 A^{0.24} & (\mu - \sigma) \\ 4.42 A^{0.24} & (\mu) \\ 6.27 A^{0.24} & (\mu + \sigma) \end{cases} \quad (A-5)$$

(A-5) 式は永井らと本報告でのデータを統合して用いたときの貯留係数 K あるいは k_1 の総合化推定式である。図-7・2 は全資料 169 洪水例を用いたときの最適同定値 K と k_1 を流域面積 A に関してプロットしたものである。図中には (A-5) 式も併示してある。他のモデルパラメータ k_2 に関しては、パラメータ k_1 が既知となれば、(20)式により推定が容易に行える。

最後に、本報告での総合貯留関数法を再検討するにあたって、貴重な研究成果の資料を心快く提供下さった岡山大学農学部 永井明博助教授に感謝の意を表するとともに、解析結果の利用を快諾された京都大学防災研究所 角屋 睦教授と筑波大学農林工学系 杉山博信氏にも深謝致します。

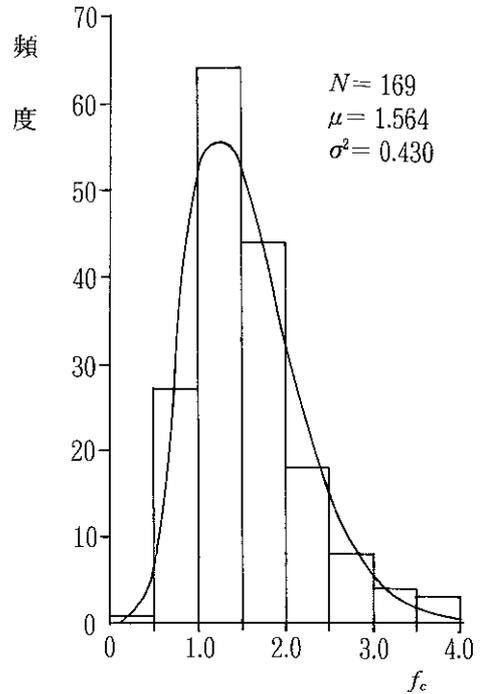


図-7・1 f_c の頻度分布

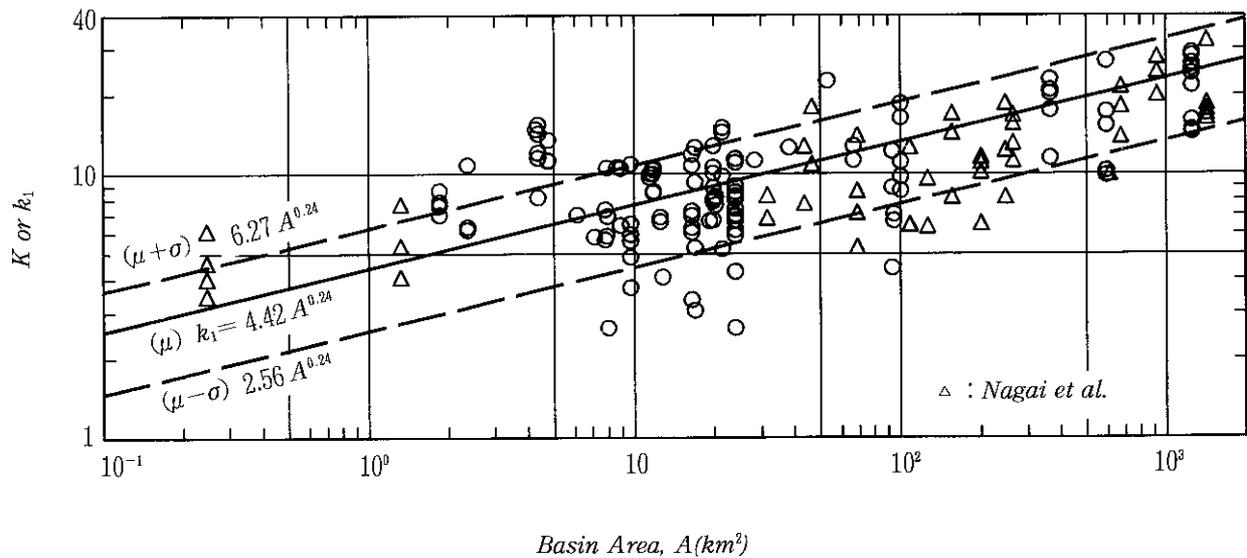


図-7・2 貯留係数と流域面積の関係