

表面流を考慮した中間流出モデルに関する研究

開発土木研究所河川研究室 正員 市川 嘉輝  
正員 清水 康行

1. はじめに

河川への流出形態には、地中に浸透した雨水が土層中を流れる中間流出と、浸透せずに地表を流れる表面流出がある。実際の流出現象は中間流出と表面流出が相互に干渉しながら進行する。著者ら<sup>1)</sup>はこれまでに、降雨浸透流出実験を行い土層中の毛管水頭および降雨流出量の計測を行うとともに、この実験結果に基づき Richards の式<sup>2)</sup>を用いた2次元斜面流出モデルを作成し、モデルの有効性の検討を行ってきた。この結果、表面流の発生しない小降雨の流出現象を再現することが可能となったが、表面流が発生する場合の降雨-流出過程はうまく表現することはできなかった。

今年度は実験データを基に降雨開始から表面流出が発生するまでの過程を検討し、表面流発生メカニズムの検討を行う。この結果を考慮して、表面流出と中間流出の相互作用をも考慮した、より一般的な流出モデルの構築を行う。

2. 実験データ

本研究においては市川ら<sup>1)</sup>によって行われた降雨・流出実験におけるデータを用いる。この実験は、底面が不透水面の水路に、延長 480cm、深度 40cm、幅 30cm の範囲に表層土として珪砂 7号 (粒径 0.2mm) を敷き詰めて行われた。今年度の研究は、このうち、顕著な表面流の発生が認められた土層勾配 1/5、降雨 30mm/hr、降雨継続時間 4.5hr の実験を検討対象とする。実験によって得られたデータは、単位時間流出量 (中間流出および表面流出)、水路側面に 21 箇所設置したテンシオメータにより得られた単位時間ごとのマトリックスポテンシャル (単位重量あたり (cmH<sub>2</sub>O)) である。テンシオメータの設置箇所については図-1 に示す。

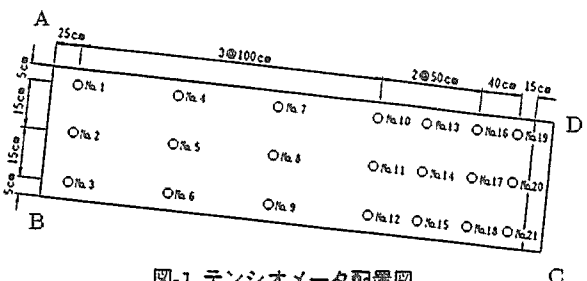


図-1 テンシオメータ配置図

3. 自由水面の推定

一般に、不飽和領域では、土が水を吸引しようとする傾向と、水が重力によって流下しようとする傾向とがいたるところで釣り合った状態にある。この吸引傾向のエネルギーはマトリックスポテンシャル (負値) と呼ばれ重力による流下傾向を示すエネルギーを重力ポテンシャルという。マトリックスポテンシャルおよび重力ポテンシャルを単位体積あたりと定義し、水頭で表したものをそれぞれサクシオンおよび重力水頭と呼ばれサクシオンの値と重力水頭の値の合計は全水頭と呼ばれる。これを式で表すと次式となる。

$$\phi = y + \psi \tag{1}$$

ここで $\phi$ は全水頭、 $\psi$ はサクシオン、 $y$ は重力水頭である。

(1) 式よりサクシオン $\psi$ がゼロのとき、すなわち全水頭 $\phi$ と $y$ が等しい場合、基準面からの高さ $y$ 点まで土層が飽和していることを表す。したがってサクシオン $\psi$ がゼロとなる地点から土層中の自由水面の位置を決定することが可能となる。

表面流の発生と自由水面の位置には重要な関係があると考えられ、ここでは前記の実験で得られたデータを基にその特性を考察する。

図-2 に降雨強度 $r$ と流出量 $q$ の実測値、図-3 にサクシオン $\psi$ の時間変化を示す。ここで流出量 $q$ は表面流と中間流の合計である。図-2 と図-3 により、実験中の土層内の水位変化が推定できる。降雨開始後 70 分を過ぎたあたりで不透水面に近い下段

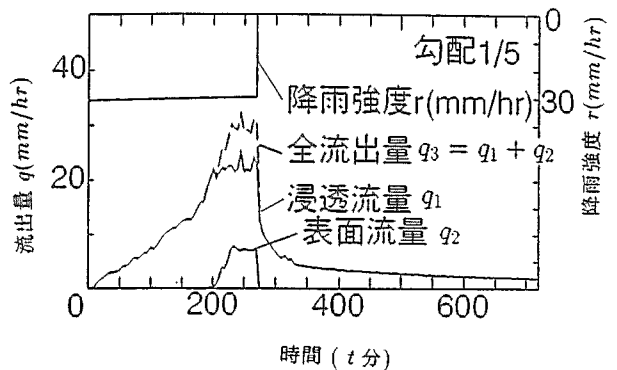


図-2 降雨強度 $r$ と流出量 $q$ の実測値

Study of Subsurface Flow Model Considering Overland Flow  
By Yoshiteru ICHIKAWA, Yasuyuki SHIMIZU

No.15のサクシオンがゼロとなり、間もなく No.12, No.18のサクシオンもゼロになっている。110分頃水路中段のテンシオメータ No.14 がゼロとなりほぼ同時に No.11, No.17のサクシオンもゼロになっている。上段のテンシオメータは140分頃 No.10のテンシオメータがゼロなるが同じ段の他のテンシオメータがゼロになるには下段や中段と違いやや時間がかかっている。また、同じくこの時間に下段の No.21、中段の No.8のサクシオンがゼロになっている。

図-4はサクシオンの測定結果に基づき推定した自由水面の時間変化を表したものである。初めに水路下流側の不透水面上に現れる(図-4(a))。これは流入と流出のバランスの上で流出量が流入量に追いつかずその余剰水分が集まったためである。時間の経過とともにゼロよりも大きい値を示すテンシオメータの数が増え、自由水面がの上昇していくのが良く分かる(図-4(b,c))。自由水面の上昇中は、初めに自由水面が見られた付近、即ち水路の下流側で常に水位が最も高いという形が保たれている。やがて自由水面が土層表面まで上昇し、その到達面が広がるとともに表面に水が浮かび流出が始まる(図-4(d))。

#### 4. 流出計算

流出計算は表面流出量の計算と中間流出量の計算に分けて行う。ここで表面流出量を  $q_1$ 、中間流出量を  $q_2$  とし、全流出量を  $q$  としたときにこれらの関係は、

$$q = q_1 + q_2 \quad (2)$$

となる。

##### 4-1. 表面流出量の計算

表面流出の発生条件としては、自由水面が土層表面に達したときに発生するものとする。自由水面が土層表面に達したか、またまだ達しないかの判定は先に述べたようにサクシオン  $\psi$  の値で判断する。

地表付近のサクシオン  $\psi$  がゼロになり表面流が発生する条件になったとき、降雨量  $r$  は次の二つの成分に分けられるものとする。

$$r = r_s + r_o \quad (3)$$

ここで、 $r_s$  は降雨量のうち地中へ浸透可能な成分、 $r_o$  は降雨量のうち表面流出に寄与する成分である。

$r_s$  は、地表面におけるダルシー則より次式で与える。

$$r_s \cos \alpha = K_z \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial z} - \cos \alpha \right\} \quad (4)$$

ここで、 $z$  は図-5で表すように水路流下方向に直行する下方向成分、 $K_z$  は  $z$  軸方向の不飽和透水係数である。表面流は Govindaraju and Kavvas ら<sup>3)</sup>による拡散方程式を用いて計算する。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + C_o \frac{\partial h}{\partial x} - r_s = K_o \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) \quad (5)$$

ここで、 $h$  は表面流水深、 $x$  は水路斜面方向軸、 $t$  は時間、 $C_o, K_o$  については次式で表される。

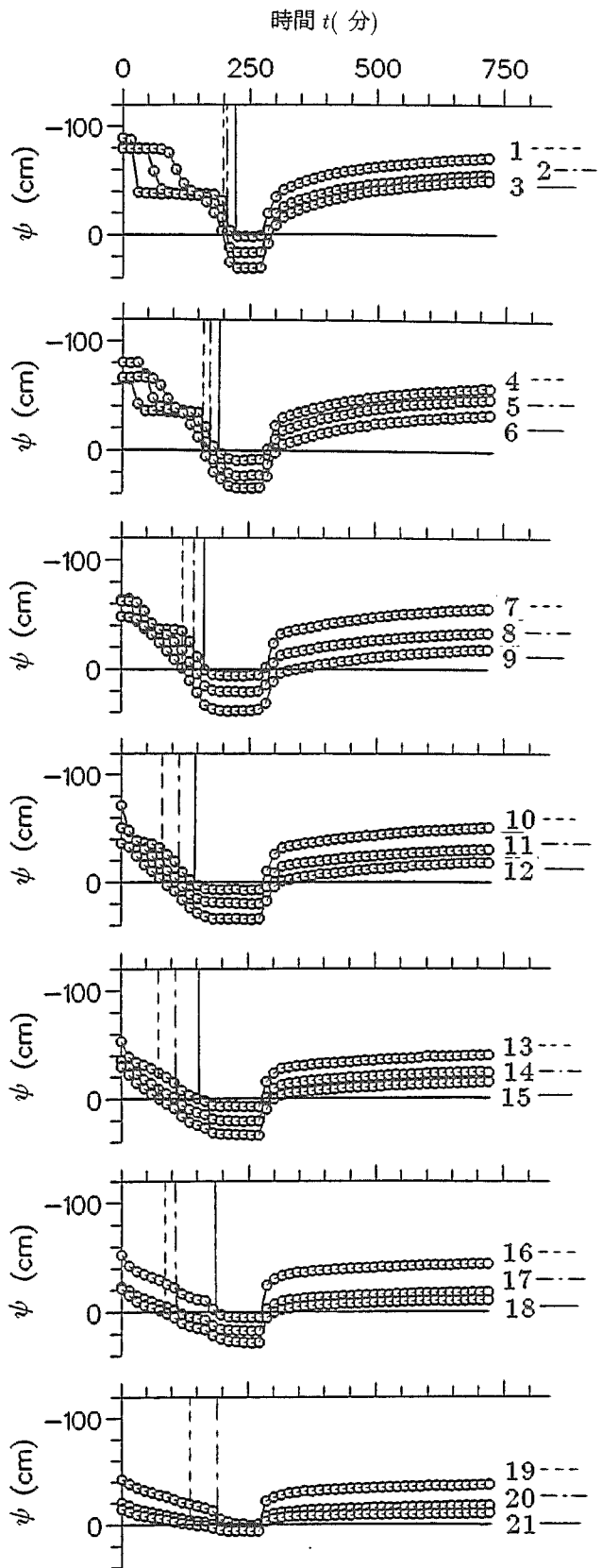


図-3 サクシオン  $\psi$  の時間変化図

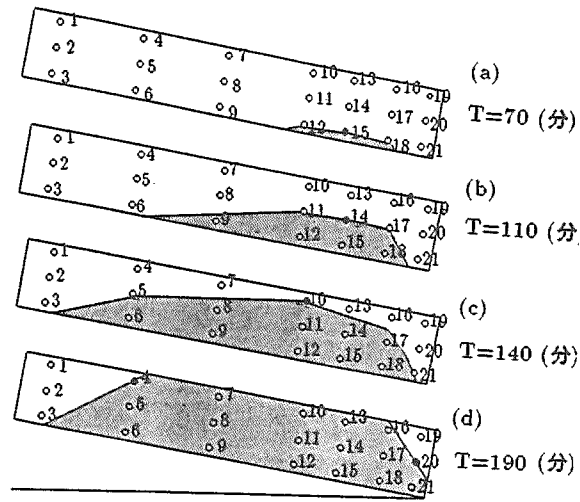


図-4 自由水面推定図

$$C_o = V_o(1 + m_o) \quad (6)$$

$$K_o = \frac{V_o h_j o}{I_o} \quad (7)$$

(6),(7) 式中の  $V_o$  は平均水深流速であり、一般的には、

$$V_o = Dh^m I_o^j \quad (8)$$

の形で表されるが、本研究ではマンニングの式を用い、(8) 式中の  $D, m, j$  の値をそれぞれ 1/粗度係数, 2/3, 1/2 とする。 $I_o$  は近似的に河床勾配を使用する。

以上の計算式により表面流出量  $q_1$  は次式で求まる。

$$q_1 = \frac{h_{on} V_{on}}{L_x \cos \alpha} \quad (9)$$

ここで  $h_{on}$  は下流端水深、 $V_{on}$  は下流端流速、 $L_x$  は水路  $x$  軸方向長である。

#### 4-2. 中間流出量の計算

中間流出の計算は以下の基礎式を用いた二次元の計算によって行う。

水分量の連続の式は、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \quad (10)$$

ここで  $V_x, V_z$  は  $x$  軸  $z$  軸おのおの方向成分の流速、 $\theta$  は体積含水率、 $t$  は時間である。(8) 式中の  $V_x, V_z$  はダルシー則に従うものとして次式で表す。

$$V_x = -K_x \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad V_z = -K_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (11)$$

ここで  $K_x, K_z$  は  $x$  軸  $z$  軸おのおの方向成分の不飽和透水係数、 $\phi$  は全水頭である。(11) 式中の  $\phi$  は二次元計算における全水頭であり (12) 式で表される。

$$\phi = \psi - x \sin \alpha - z \cos \alpha \quad (12)$$

この式で  $\alpha$  は水路勾配である。以上の (10), (11), (12) 式より次式が得られる。

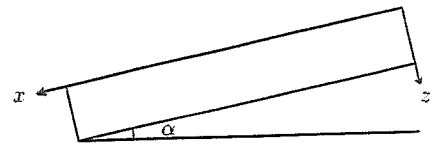


図-5 水路座標図

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K_x \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} - \sin \alpha \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_z \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} - \cos \alpha \right) \right\} \quad (13)$$

ここで、 $C$ は比水分容量 $\partial\theta/\partial\psi$ と表される。(13)式においての $\psi \sim \theta(\psi)$ と $\psi \sim K(\psi)$ の関係式には谷<sup>2)</sup>の式を与える。

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \left( \frac{\psi}{\psi_0} + 1 \right) \exp \left( -\frac{\psi}{\psi_0} \right) + \theta_r \quad (14)$$

$$K = K_s \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta \quad (15)$$

ここで、(14)式(15)式の $\theta_s$ は飽和含水率、 $\theta_r$ は水の移動がもうないと思われる含水率、 $\psi_0$ は $\partial\theta/\partial\psi$ の関係をもっとも大きくする $\psi$ 、 $K$ は不飽和透水係数、 $K_s$ は飽和透水係数、 $\beta$ は不飽和領域における透水性の程度を表す数値である。

境界条件は各境界部分の流速によって表すこととし、図-1に示した $A, B, C, D$ を用いて、辺 $(AB)$ および、 $(BC)$ では不透水層のため流速はゼロ、また辺 $(CD)$ は自由流出条件、辺 $(DA)$ は不飽和時には降雨強度 $r$ の $z$ 方向成分を、また飽和時には降雨のうち浸透可能成分 $r_s$ の $z$ 方向成分をそれぞれ境界条件とする。以上を式で表すと次式のようなになる。

$$V_x = 0 (AB), \quad V_z = 0 (BC), \quad \frac{\partial V_x}{\partial x} = 0 (CD), \quad V_z = \begin{cases} r \cos \alpha & (\text{不飽和時}) \\ r_s \cos \alpha & (\text{飽和時}) \end{cases} (DA) \quad (16)$$

以上の計算を行い、この結果を用いて中間流出量 $q_2$ は次式で求まる。

$$q_2 = \frac{\int_C^D V_{xm} dz}{L_x \cos \alpha} \quad (17)$$

ここで $V_{xm}$ は中間流出の下流端(辺 $CD$ )における流速である。

### 5. 計算結果と考察

計算において表面流出の計算は土層の表面に一番近い計算点のサクション $\psi$ がゼロになった時点から開始するものとした。これは、前述のとおり自由水面が地表面まで上昇し、その到達点から表面流出が発生するものとしたためである。計算条件は実験条件と同じとし、その他計算に必要なパラメータとして粗度係数 $I_0 = 0.01$ 、 $\theta_r = 0.07$ 、 $\theta_s = 0.44$ 、 $\psi_0 = -30$ 、 $K_s = 1.5 \times 10^{-2}$ 、 $\beta = 10.0$ を用いた。

中間流出は土層を $x$ 軸方向に20分割、 $z$ 軸方向に10分割し、表面流出は中間流出と同じく $x$ 軸を20分割し、クラック・ニコルソン法による差分を用いて計算を行った。

図-6に降雨強度 $r$ と流出量 $q$ の時間変化を示す。ここで、黒丸は中間流出の実測値であり、白丸は表面流出の実測値で

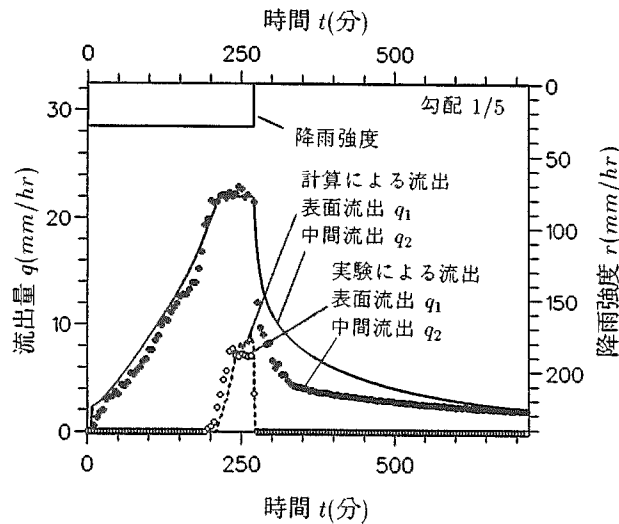


図-6 降雨強度 $r$ と流出量 $q$ の時間変化図

ある。また、実線は中間流出の計算値、破線は表面流出の計算値である。計算値のうち特に表面流出量は発生からピークおよび減衰に至るまでの実測値をほぼ表現できている。中間流出量も上昇期における実験値との適合性は良好ではあるが、降雨停止後の流出において誤差が見られる。これは $\psi \sim \theta(\psi)$ の関係が実際には吸水過程と脱水過程で異なった

関数系を示す（ヒステリシス現象 図-7 参照）のに対し、一価の関数である(14)式を用いたためによるものと思われる。

図-8に流出量 $q$ と貯留量 $s$ の関係図を示す。図中の実線は実験結果を用いて求められた貯留量 $s$ 流出量 $q$ の関係であり、貯留量 $s$ は降雨強度 $r$ から流出量 $q$ を差し引いたもの（ $q$ は表面流出 $q_1$ と中間流出 $q_2$ の合計）である。また、白丸は計算により求められた貯留量 $s$ と流出量 $q$ の関係である。図-8において $s-q$ の関係が水平になる部分があり、これは表面流出の発生と対応している。実測値と計算結果を比較すると、 $s-q$ カーブのループの面積において、計算結果のほうがせまい。これは図-6に示したように降雨停止後における計算の流出量が実測値流出量より多いため、即ち、計算上では降雨停止後の流出が実際より速く生じていることによる。

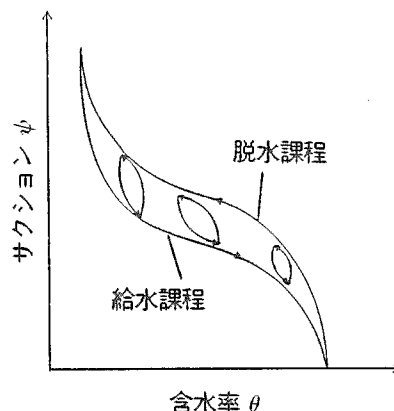


図-7 ヒステリシス現象図

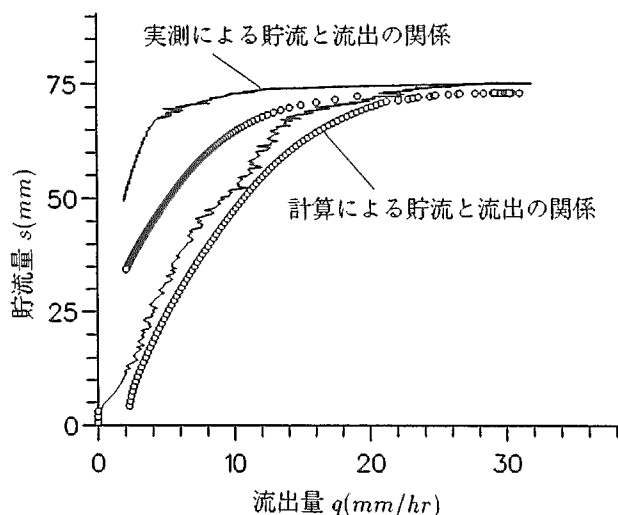


図-8 流出量 $q$ と貯流量 $s$ の関係図

次に計算結果における土層内のサクションおよび体積含水率の変化について示す。図-9はサクションのコンター図、図-10は体積含水率のコンター図である。図-9、図-10両図とも右側が上流である。計算初期においては下流から層状にサクションや含水率が分布している。降雨発生後下流部の不透水面上にサクションと含水率が高くなる部分が現れる。時間の経過と共にサクションおよび含水率が上昇するが、この時最初に値の上昇が始まった地点に常にピークが現れるような分布形が常に保たれている。サクションの値は次第に上昇し、地面に達すると同時に正の値（飽和）に達し、この時点で表面流が発生する。

これら一連の過程は実測値のサクションより推定した自由水面の状態(図-4)と同じ変化を示している。

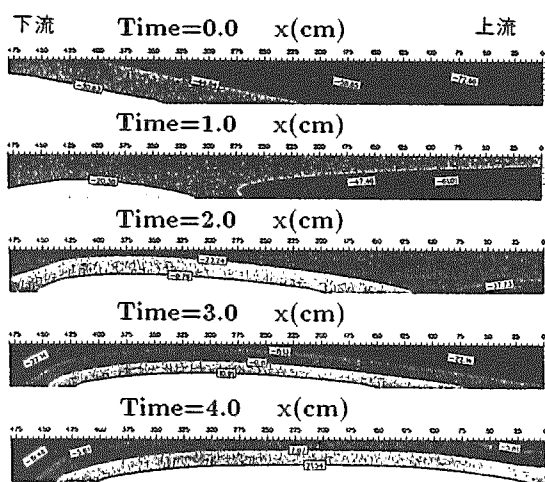


図-9 サクションコンター図

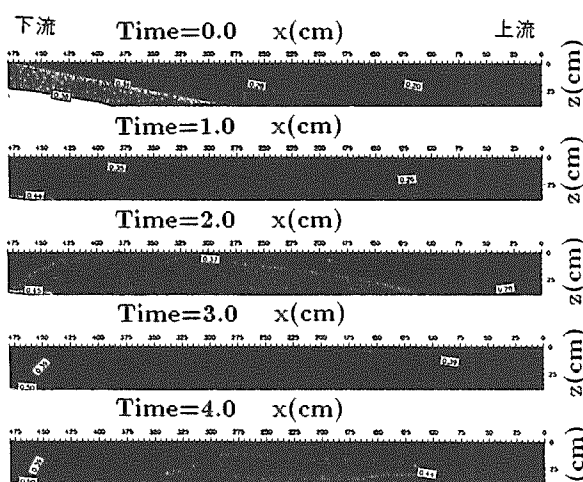


図-10 体積含水率コンター図

## 6. おわりに

本研究においては、まず実験水路内に設置されたテンシオメータによるサクシオンより自由水面の動きを把握し、これと表面流発生との因果関係を調べた。次に、表面流と中間流の両方を扱える数値計算モデルを制作し、このモデルを用いて、実験の再現計算を行った。計算モデルにより表面流出を含めた降雨と下流端流出量の関係や下流端流出量と貯留量との関係をほぼ再現することが可能となった。さらに、土層内のサクシオンや含水率の変化過程についても計算結果よりコンター図の形で表現が可能となり、物理現象をよく説明することができた。ただ、本研究における実験、計算ともに非常に単純化された条件で行われているため、今後はより一般性を持たせた検討が必要と考えられる。

### 参考文献

- 1) 市川嘉輝, 清水康行, 橋本識秀, 藤田睦博, 山本太郎: 地下水流を考慮した流出モデルに関する研究, 土木学会北海道支部論文報告集, 49
- 2) 日野幹雄, 太田猛彦, 砂田憲吾, 渡辺邦夫: 洪水の数値予報, pp.67-125, 1989
- 3) Rao S. Govindaraju and M. Levent Kavvas: Dynamics of Moving Boundary Overland Flows Over Infiltrating Surfaces at Hillslopes, Water Resources Reserch, Vol.27, No.8, pp.1885-1898, 1991