II-166　　水制により発生する鉛直流速分布算出のモデル開発

北海道開発局開発土木研究所　崇田徳彦
清水康行
北海道開発庁　品川　守

1 はじめに

2次元浅水流モデル[1])で求められた水深平均流速をもとに、流速分布の第1次近似として対数則を与える。これを3次元の運動方程式に代入し、水深方向に関して2回積分することにより水深方向の流速分布を算出するモデル開発[2]) をおこなった。

2 基礎式の誘導

直交直線座標系における横断方向の運動方程式は (1) 式で示される。今回は鉛直 ($z$) 方向の流速を $w \approx 0$ と仮定し、$w$に関する項を省略することにする。

$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}(\nu_t\frac{\partial v}{\partial y})+2\frac{\partial}{\partial y}(\nu_t\frac{\partial v}{\partial y})+\frac{\partial}{\partial z}(\nu_t\frac{\partial v}{\partial z})+\frac{\partial}{\partial x}(\nu_t\frac{\partial u}{\partial y}) \qquad (1)$$

ただし、$x,y,z$はそれぞれ流下方向、横断方向、鉛直方向の座標軸、$u,v,w$はそれぞれ $x,y,z$軸方向の流速成分、$\nu_t$は渦動粘性係数であり、次式で表す。

$$\nu_t = K_0 k(\xi) \qquad (2)$$

ここで $K_0$は水深平均に関する成分で$\kappa u_* h$ とする (ただし、$\kappa$はカルマン定数、$u_*$は摩擦速度、$h$ は水深)。$k(\xi)$ は等流状態における正確な流速分布を得るために Ratteray-Mitsuda 等と同様に水深の2割を境界に次式で表すものとする。

$$k(\xi)=\begin{cases}\alpha\xi(1-\xi) & \xi<0.2\\ \alpha/\beta & \xi\geq 0.2\end{cases} \qquad (3)$$

ここで$\alpha=6.25, \beta=6$ を用いる。

2次元浅水流モデルで求めた平均流速 U,V に一次近似として1次元等流の無次元流速分布 $u_0, v_0$ を仮定する。

$$u_0=U\Phi(\xi_0,\xi), \qquad v_0=V\Phi(\xi_0,\xi) \qquad (4)$$

なお、$\xi$は $z$を水深 $h$ で無次元化した値 ($=z/h$)、$\xi_0$は流速を0とする点の河床から無次元距離である。(3)、(4) 式を (1) 式に代入すると (5) 式になる。

$$a_{v_0}\Phi(\xi_0,\xi)^2+b_{v_0}k(\xi)\Phi(\xi_0,\xi)+c_{v_0}=\frac{\partial}{\partial\xi}\Big(k(\xi)\frac{\partial v}{\partial\xi}\Big) \qquad (5)$$

ここで$\Phi(\xi_0,\xi)^2$、$\Phi(\xi_0,\xi)$ の係数をそれぞれ $a_{v_0}, b_{v_0}$ とし、圧力勾配の項を $c_{v_0}$とする。

$$a_{v_0} = \frac{h^2}{K_0}(U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}) \qquad (6)$$

$$b_{v_0} = -\frac{h^2}{K_0}\Big[\frac{\partial}{\partial x}(K_0\frac{\partial U}{\partial y})+\frac{\partial}{\partial x}(K_0\frac{\partial V}{\partial x})+2\frac{\partial}{\partial y}(K_0\frac{\partial V}{\partial y})\Big] \qquad (7)$$

$$c_{v_0} = \frac{gh^2}{K_0}\frac{\partial(H+h')}{\partial y} \qquad (8)$$

ただし、$H$は水位、ここでは2次元浅水流モデルで算出された値である。また $h'$は対数-放物則からはずれる部分につり合う水位であり、$(H+h')$ を計算で求めることで2次流の効果を見込む事が可能となる。(5) 式に境界条件として$\xi=1$の時$\partial v/\partial\xi=0$、$\xi=\xi_0$の時 $v=0$ 与え2回積分することで水深方向の流速分布 (9) 式が得られる。

$$v=-\left[a_{v_0}\int_{\xi_0}^{\xi}\frac{1}{k(\xi')}\int_{\xi'}^{1}\Phi(\xi_0,\xi)^2d\xi''d\xi'+b_{v_0}\int_{\xi_0}^{\xi}\frac{1}{k(\xi')}\int_{\xi'}^{1}k(\xi'')\Phi(\xi_0,\xi)d\xi''d\xi'+c_{v_0}\int_{\xi_0}^{\xi}\frac{1-\xi'}{k(\xi')}d\xi'\right] \qquad (9)$$

なお、(9) 式には未知数 $c_{v_0}$が含まれており、これを次の方法で決定する。$v$を水深平均した値が、水深平均流速 $V$となること ($V=\int_{\xi_0}^{1}vd\xi$) を考慮し、$c_{v_0}$について整理すると (10) 式になる。

$$c_{v_0}=\frac{-V+a_{v_0}\int_{\xi_0}^{1}\int_{\xi_0}^{\xi'}\frac{1}{k(\xi'')}\int_{\xi''}^{1}\Phi(\xi_0,\xi)^2d\xi'''d\xi''d\xi'+b_{v_0}\int_{\xi_0}^{1}\int_{\xi_0}^{\xi'}\frac{1}{k(\xi'')}\int_{\xi''}^{1}k(\xi''')\Phi(\xi_0,\xi)d\xi'''d\xi''d\xi'}{\int_{\xi_0}^{1}\int_{\xi_0}^{\xi'}\frac{1-\xi''}{k(\xi'')}d\xi''d\xi'} \qquad (10)$$

これを (9) 式に代入することで水深方向の流速分布が得られる。以上の考え方は 2 次元浅水流モデルから得られた水深平均流速に、流速分布の一次近似として対数-放物則を仮定し、3 次元の横断方向および流下方向の運動方程式に代入し、対数-放物則からはずれる部分を計算することで 2 次流を算出しようとするものである。

## 3 実験値との比較

モデルの有効性を確かめるため、横断方向流速について計算結果と実験結果との比較を行う。実験内容は直線水路に不透過単一水制を設置したもので、実験条件は表-1 に示し測定平面は図-1 に示す。

| | |
|---|---|
| 水路延長 | 700cm |
| 水路幅 | 40cm |
| 下流端水位 | 7cm |
| 測定水路延長 | 100cm |
| 測定水路勾配 | 1/1000 |
| 水制 長 | 20cm |
| 水制 幅 | 4cm |
| 実験流量 | 1.87ℓ/s |

表-1 実験条件

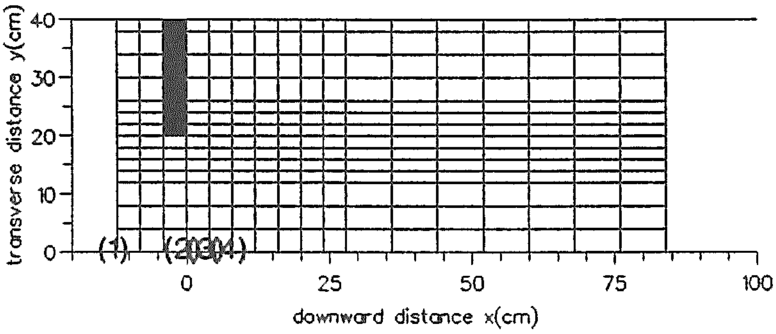


図-1 測定点平面図

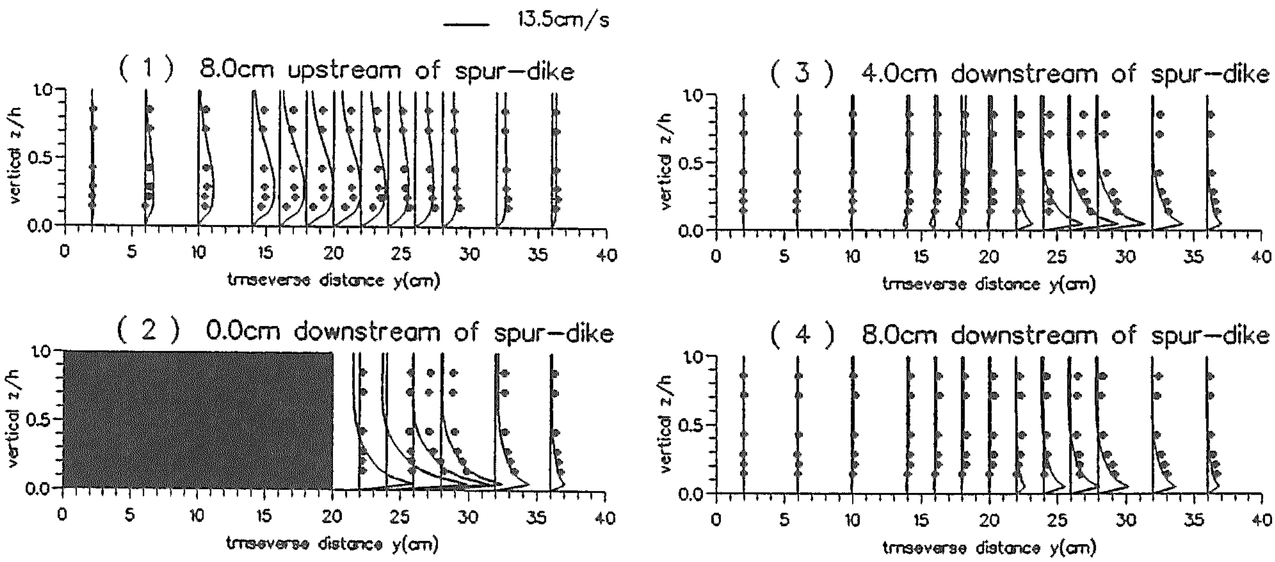


図-2 横断方向流速分布図

図-2 は横断方向流速分布を示しており、黒丸は実験値、実線は計算値である。(1) の水制上流 12cm 断面においては水制により曲げられた流れにより 2 次流が生じ、これが水深平均流に加算されることにより河床付近で異状に膨らんだ流速分布となっている。この現象は当然対数則では表現出来ず、これに対して本モデルではこの特徴を良く表わしている。(2)~(4) の水制先端部より下流の断面における $v$の特徴は、水制背後の水平剥離面を境に左右岸反対の向きの 2 次流が発生していることである。これは水平剥離面から左岸側 (水制の背後) および右岸側 (水制の対岸側) に別れながら加速する流れによるものと考えられ、この流れそのものは微小なものであるが、横断方向の加速度としては 2 次流を発生させるのに十分な大きさと考えられる。この結果、河床付近の流向で言うと水制背後で剥離域に入り込もうとする流れと、剥離域の外側で剥離域からさらに外へ向かう流れが卓越するものと考えられる。本モデルはこのような 2 次流の特性を見事に再現している。

## 4 おわりに

本計算モデルを 2 次元モデルに取り込むことで 3 次元数値計算モデルを用いなくとも構造物周辺の流れ、特に 2 次流による河床付近の流れの特性を非常に良く予測することが可能となった。


参考文献 1) 崇田徳彦, 清水康行:鉛直流速分布を考慮した水制を含む数値計算モデルの開発, 北海道支部, 平成 4 年度 2) 崇田徳彦, 清水康行:Reynolds 応力を考慮した水制を含む流れの計算, 水講,1993