

開発土木研究所 河川研究室 ○ 鳥谷部寿人  
清水 康行  
渡邊 康玄

### 1. まえがき

近年河道の整備が進み洪水の堤内地への氾濫は減少してきている。しかしながら、このことは氾濫により洪水のエネルギーが分散されていたものが河道内に集中することを意味し、護岸をはじめとする河道内施設への被害が大きくなる結果を生み出している。このことから堤内氾濫の防止もさることながら、河道内災害の防止についての積極的な取組みも重要になってきている。

河道内災害の要因は様々であるが、河床洗掘は、最も重要な要因の一つであると思われる。すなわち、河岸近傍に発生した場合、河岸浸食による堤防への危険度の増加あるいは水位流向に影響を与え構造物や河岸保護工への被害を助長する。河川計画策定においては従来経験に頼る部分が大きなウエイトを占めてきた。河川計画で特に段階施工計画を立案する上で合理的かつ簡単に河床洗掘深を算定する手法の開発が急がれている。このため河床洗掘深を求める方法として、数値計算、簡易手法等が提案されてきている。2次元、準3次元といった数値計算は精度良く河床洗掘深を求めることができ、近年河道計画に必要不可欠のものとなってきている。しかし全河川に適用するためにはかなりの労力と時間を必要とする。そこで精度は落ちるが比較的簡単に河床洗掘深を算出する手法として簡易手法が考えられてきた。河床洗掘深を求める簡易手法において、河道湾曲の影響と砂州の影響を分離して扱ったものに渡邊<sup>1)</sup>の方法がある。この手法は湾曲と砂州の河床洗掘深に対する影響を水理量に結びつけて種々の河道に適用可能なものとしている。しかしこの手法についても砂州と湾曲の共鳴現象<sup>2),3)</sup>については考慮されておらず、共鳴現象の発生条件下では危険側の判断を示す場合があると思われる。そこで本研究では共鳴現象を取り入れた簡易算定法についての検討を行った。

### 2. 河道および河床形状を規定するパラメータ

河床形状は主に河道の平面形状と河床に発生する中規模河床形態によって決定される。河道および河床形状を規定するパラメータとして、(1)式で示される無次元蛇行波数 $\lambda$ 、無次元河道曲率 $\nu$ 、川幅水深比 $\beta$ 、粒径水深比 $d_s$ 、無次元掃流力 $\tau_*$ 、フルード数 $F_r$ がある。

$$\lambda = 2\pi \frac{\tilde{B}}{\tilde{L}} \quad \nu = \frac{\tilde{B}}{\tilde{R}_0} \quad \beta = \frac{\tilde{B}}{\tilde{D}_0} \quad d_s = \frac{\tilde{d}_s}{\tilde{D}_0} \quad \tau_* = \frac{\tilde{D}_0 I_w}{\rho_s \tilde{d}_s} \quad F_r = \frac{\tilde{V}}{\sqrt{\tilde{g} \tilde{D}_0}} \quad (1)$$

ここで $\tilde{B}$ は河幅の1/2、 $\tilde{L}$ は蛇行長、 $\tilde{R}_0$ は流路中心軸に沿った最小曲率半径、 $\tilde{D}_0$ は平均水深、 $\tilde{d}_s$ は河床材料平均粒径、 $\tilde{V}$ は平均流速、 $\tilde{g}$ は重力加速度、 $I_w$ は水面勾配、 $\rho_s$ は土粒子の水中比重である。なお、上記の諸量において $\tilde{\quad}$ は次元量を、その他は無次元量を表す。無次元蛇行波数 $\lambda$ と無次元曲率 $\nu$ は河道の平面形に関するパラメータ、川幅水深比 $\beta$ は横断面および砂州形態に関するパラメータ、粒径水深比 $d_s$ は河床抵抗に関するパラメータ、無次元掃流力 $\tau_*$ は流砂に関するパラメータである。

### 3. 共鳴条件下での河床洗掘

#### 3-1 最大河床洗掘深と平面形状

著者らは砂州と湾曲の相互効果に着目し、共鳴現象を含む系統的な蛇行水路移動床水理模型実験を行った<sup>4)</sup>。実験は $\nu = 0.05, 0.10$ 、 $\lambda = 0.1, 0.15, 0.2, 0.3, 0.5$ 、 $\beta = 5, 10, 15, 20$ の場合について行われており $d_s$ 、 $\tau_*$ 、 $F_r$ についてはオーダー的に大きくつれない範囲の条件に設定し行った。図-1は実験結果を用いて、川幅水深比 $\beta$ をパラメータとして横軸に無次元蛇行波数 $\lambda$ 、縦軸に最大洗掘深 $\tilde{\eta}$ を水深 $\tilde{D}_0$ で割った値である無次元最大洗掘深 $\eta$ をとり、 $\lambda$ と $\eta$ の関係を示したものである。どの $\beta$ についても $\lambda$ が0.15～0.30の範囲で $\eta$ が最大値を示す曲線で表されることがわかる。また、 $\lambda$ がこの範囲の実験は砂州波長と水路蛇行長が一致しており、砂州と水路の平面形状の共鳴する領域で最大洗掘深 $\eta$ の値が大きくなることが明らかになった。

Study on Erosion Depth in Meandering Channel  
by Toshihito TOYABE, Yasuyuki SHIMIZU and Yasuharu WATANABE

第37回(平成5年度)北海道開発局技術研究発表会

また、図-2は川幅水深比 $\beta$ をパラメータとして横軸に無次元蛇行波数 $\lambda$ を、縦軸に最大洗掘深と河道平面形状とのズレである位相差 $\delta$ を半蛇行長 $L/2$ で割った値 $\delta$ をとったものである。なお、無次元位相差 $\delta$ は、凹岸曲頂を0にとり上流凸岸曲頂をマイナス1、下流凸岸曲頂をプラス1として表している。図-2より、どの $\beta$ の場合でも $\lambda = 0.10$  から  $\lambda = 0.30$  の範囲で $\lambda$ が大きくなるほど $\delta$ は曲頂凹岸部下流へ移動することがわかる。

昨年度の結果を踏まえて整理すると系統的蛇行水路実験から、以下のことがわかった。

- ・砂州の移動・停止に関して、水路蛇行角のみでは決定されず、砂州波長と蛇行波長との関係についても考慮する必要がある。
- ・砂州と水路蛇行が共存し、これらが共鳴する条件下では極めて大きな洗掘を受ける。
- ・無次元最大洗掘深は川幅水深比 $\beta$ の増加と共に大きくなる傾向を示し、ある特定の無次元蛇行波数 $\lambda$ で最大値を示す。
- ・無次元曲率 $\nu$ が同じ場合、無次元蛇行波数 $\lambda$ の増加と共に河床形状は、水路蛇行形状による影響よりも砂州による影響が支配的になっていく。

### 3-2 粒径水深比の影響

実験により得られた知見が河川データに対しても有効であるかどうかを見るために蛇行水路移動床水理模型実験と北海道の1級河川データの水量を比較したものが表-1である。実験での粒径水深比が0.01～0.1、河川データの粒径水深比が0.0001～0.1となっており、両者の間には1～2オーダーの粒径水深比が異なる場合がある。これは、最大河床洗掘深と各パラメータの関係を把握するうえで粒径水深比 $d_s$ を河川データに近づけた実験を行うことは、用いる河床材料の粒径や実験装置の制約から非常に困難であるためである。したがって河川の河床洗掘深を考える場合、粒径水深比の与える影響についても把握しておく必要がある。

$$H_b = \left(\frac{2\beta}{d_s}\right)^{-0.45} 9.34 \exp\left(\frac{2.53 \operatorname{erf}\left(\frac{\log_{10}(2\beta) - 1.22}{0.594}\right)}{0.594}\right) \quad (2)$$

砂州波高を精度よく次元解析的に解いたものに池田の(2)式がある<sup>5)</sup>。図-3は直線水路実験<sup>4)6)</sup>により得られた砂州波高と(2)式により求めた砂州波高の関係を示したものであり、(2)式が実験結果を精度良く算定できることを表している。また、渡邊ら<sup>1)</sup>は北海道の1級河川データを用いて(2)式の妥当性を示している。このことから、無次元砂州波高と粒径水深比との関係を(2)式を用いて検討することにする。内島ら<sup>7)</sup>は、砂州形状について、河床勾配の影響が重要であることを指摘している。しかし、ここでは河床勾配の影響は無次元掃流力を介して粒径水深比の影響として評価でき、(2)式に取り込まれている粒径水深比について検討することにする。(2)式より、粒径水深比 $d_s$ と無次元砂州波高 $H_b$ との間には図-4に示すような関係があることがわかる。(2)式より、他の水量が同じで粒径水深比 $d_s$ のみが変化した場合の砂州波高の変化は、(3)式で表される。

$$\frac{H_{b1}}{H_{b2}} = \left(\frac{d_{s2}}{d_{s1}}\right)^{-0.45} \quad (3)$$

ここで、 $H_{b1}$ 、 $H_{b2}$ はそれぞれ粒径水深比が $d_{s1}$ 、 $d_{s2}$ の時の無次元砂州波高 $H_b$ である。

表-1 実験と実河川の特長量

case	$\lambda$	$\nu$	$\beta$	$d_s$	case	$\lambda$	$\nu$	$\beta$	$d_s$
01-1	-	-	5.1	0.019	常呂川	0.17	0.05	12.3	0.0156
01-2	-	-	11.0	0.041	常呂川	0.31	0.07	13.0	0.0139
01-3	-	-	15.7	0.058	常呂川	0.15	0.03	15.1	0.0383
01-4	-	-	23.1	0.085	常呂川	0.22	0.03	17.6	0.0405
03-1	0.10	0.10	4.8	0.018	常呂川	0.15	0.04	15.4	0.0375
03-2	0.10	0.10	11.4	0.042	常呂川	0.21	0.04	13.9	0.0373
03-3	0.10	0.10	17.1	0.063	常呂川	0.17	0.08	15.9	0.0034
03-4	0.10	0.10	22.1	0.082	常呂川	0.20	0.10	15.0	0.0033
05-1	0.15	0.10	4.5	0.017	常呂川	0.24	0.14	13.2	0.0030
05-2	0.15	0.10	11.8	0.044	右特川	0.25	0.06	16.1	0.0002
05-3	0.15	0.10	17.3	0.064	右特川	0.25	0.04	8.6	0.0002
05-4	0.15	0.10	23.0	0.085	右特川	0.33	0.04	11.8	0.0005
07-1	0.20	0.10	4.5	0.016	右特川	0.22	0.04	8.8	0.0005
07-2	0.20	0.10	10.9	0.040	右特川	0.34	0.04	11.9	0.0005
07-3	0.20	0.10	17.7	0.065	常呂川	0.09	0.02	0.6	0.0006
07-4	0.20	0.10	22.9	0.085	常呂川	0.20	0.02	0.7	0.0006
09-1	0.30	0.10	4.6	0.017	常呂川	0.06	0.03	0.7	0.0006
09-2	0.30	0.10	10.7	0.039	常呂川	0.09	0.03	0.7	0.0006
09-3	0.30	0.10	17.5	0.064	常呂川	0.10	0.02	0.7	0.0007
09-4	0.30	0.10	22.9	0.084	常呂川	0.53	0.02	0.7	0.0007
11-1	0.50	0.10	5.1	0.019	十勝川	0.10	0.07	26.3	0.0083
11-2	0.50	0.10	11.0	0.041	十勝川	0.29	0.08	23.7	0.0089
11-3	0.50	0.10	16.1	0.067	十勝川	0.21	0.07	28.3	0.0087
11-4	0.50	0.10	37.0	0.138	天塩川	0.06	0.05	13.0	0.0087

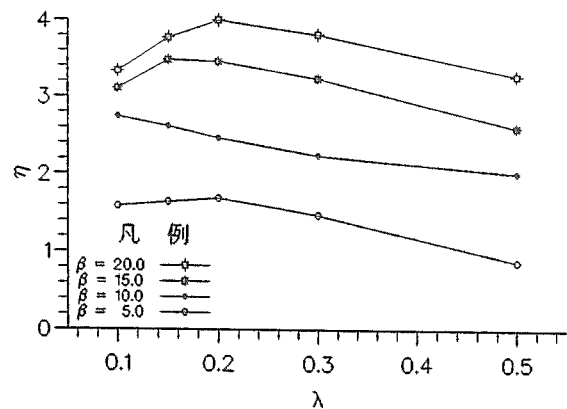


図-1 無次元最大洗掘深と $\lambda$ の関係

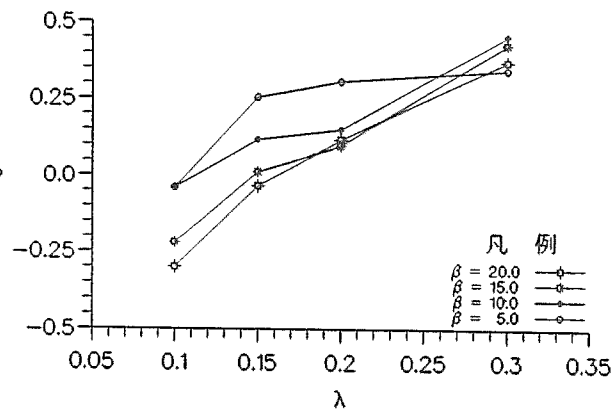


図-2 無次元位相差と $\lambda$ の関係

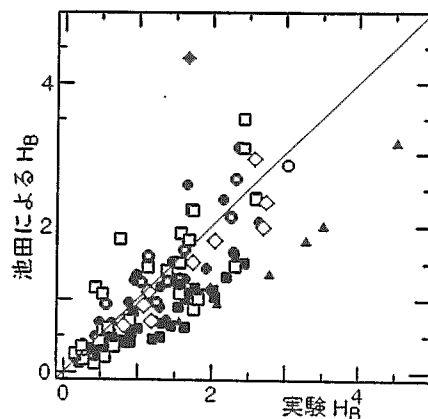


図-3 砂州波高の理論値と実験値の相関

いま、無次元最大洗掘深 $\eta_{max}$ を考慮することから、無次元砂州波高 $H_b$ と無次元最大洗掘深 $\eta_{max}$ の関係を考える必要がある。蛇行水路移動床水理模型実験結果および河川データの無次元砂州波高 $H_b$ と無次元最大洗掘深 $\eta_{max}$ の関係を図-5に示す。無次元最大洗掘深 $\eta_{max}$ と無次元砂州波高 $H_b$ の間には、(4)式で示される関係があり、その相関係数は0.968となっている。(3)式に(4)式の関係代入すると、(4)式の無次元砂州波高 $H_b$ を無次元最大洗掘深 $\eta_{max}$ に置き換えた(5)式が得られる。

$$H_b = 1.30\eta_{max} \quad (4)$$

$$\frac{\eta_{max1}}{\eta_{max2}} = \left(\frac{d_{s2}}{d_{s1}}\right)^{-0.45} \quad (5)$$

ここで $\eta_{max1}$ 、 $\eta_{max2}$ はそれぞれ粒径水深比が $d_{s1}$ 、 $d_{s2}$ の場合の無次元最大洗掘深である。(5)式によると、粒径水深比 $d_s$ が1オーダー( $d_{s2}/d_{s1} = 0.1$ )変化すると、無次元最大洗掘深は3倍程度( $\eta_{max1}/\eta_{max2} = 2.8$ )変化することになる。すなわち、河川データのように粒径水深比 $d_s$ の出現する範囲が広い場合には河床洗掘深を考慮する場合粒径水深比 $d_s$ の影響についても考慮する必要があると判断される。

### 3-3 準3次元河床変動計算による最大河床洗掘深

河川における河床洗掘を考慮する場合、無次元蛇行波数 $\lambda$ 、無次元曲率 $\nu$ 、川幅水深比 $\beta$ については蛇行水路移動床水理模型実験により再現することができたが、粒径水深比を考慮することはできなかった。

清水ら<sup>7)</sup>は準3次元河床変動計算を実施し、蛇行水路実験を図-6のように精度よく再現できることに成功している。そこで、この3次元河床変動計算を用い(5)式により簡単に任意の $d_s$ に対する無次元最大洗掘深 $\eta_{max}$ が得られることから、 $d_s$ を一定値にした検討を行った。すなわち、 $d_s = 0.05$ 、 $\lambda = 0.10, 0.15, 0.20, 0.30, 0.50$ 、 $\nu = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20$ 、 $\beta = 5, 10, 15, 20$ の条件で準3次元河床変動計算を実施し、無次元最大洗掘深 $\eta_{max}$ 、最深河床位置と河道湾曲の曲頂との位相差 $\delta$ について $d_s$ を一定にした各パラメータの影響を調べた。図-7は横軸に無次元蛇行波長 $\lambda$ をとり、縦軸に無次元位相差 $\delta$ をとったものである。なお、河幅水深比 $\beta$ および無次元曲率 $\nu$ をパラメータとして表している。蛇行水路移動床水理模型実験により明らかにされたように計算でも $\lambda$ が大きくなるほど $\delta$ は曲頂凹岸部下流へ移動した。また、 $\nu$ の値によって位相差が変化したが、どの $\nu$ についても傾向は同じであった。図-8は横軸に無次元蛇行波数 $\lambda$ をとり、縦軸に無次元最大洗掘深をとったものである。なお、河幅水深比 $\beta$ および無次元曲率 $\nu$ をパラメータとして表している。粒径水深比 $d_s$ を一定にした結果、蛇行水路移動床水理模型実験により明らかになった砂州と河道平面形状との共鳴現象の効果がより明確に表現することができた。また、 $\nu$ が大きくなるにつれて無次元最大洗掘深 $\eta_{max}$ の値が全体的に大きくなる傾向が表れた。

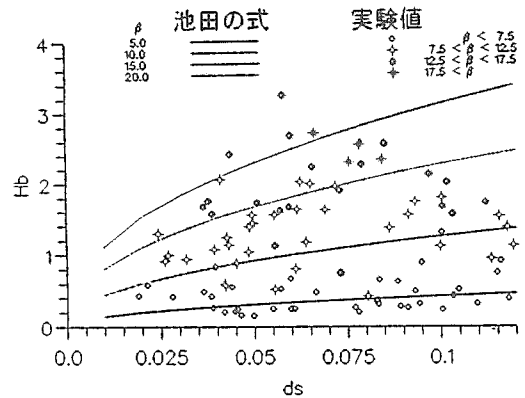


図-4 粒径水深比と無次元砂州波高の関係

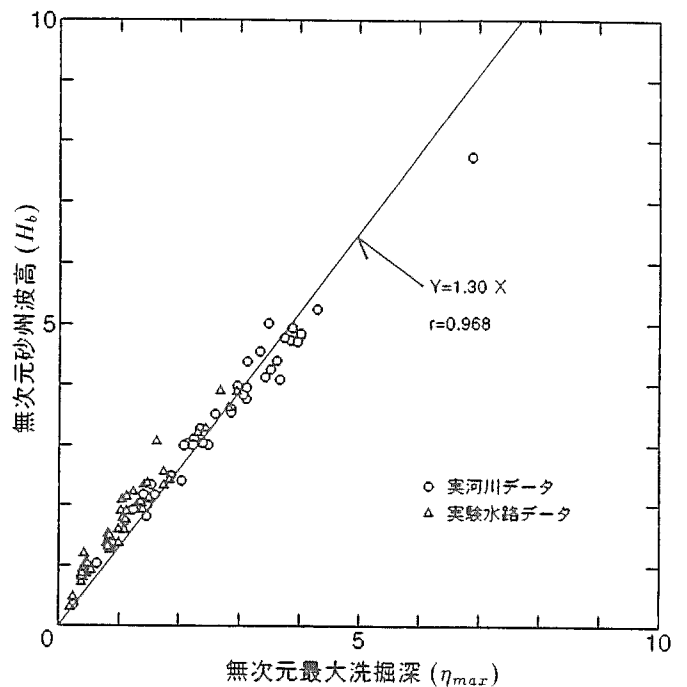


図-5  $\eta_{max} - H_b$  関係図

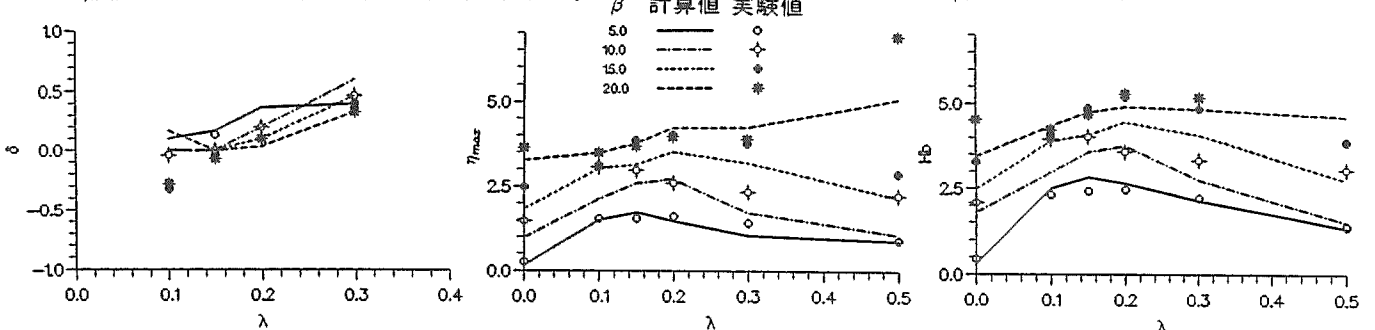


図-6 河道特性比較図

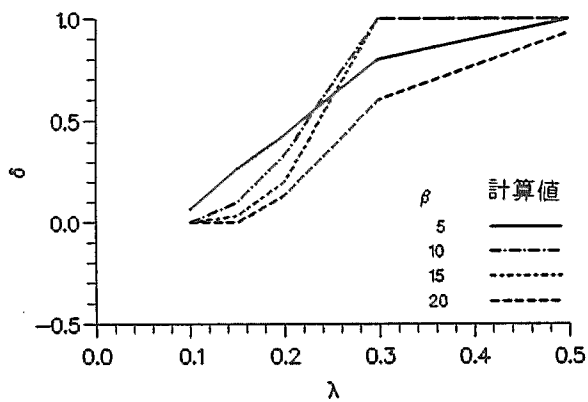


図-7(a)  $\lambda - \delta$ の関係 ( $\nu = 0.05$ )

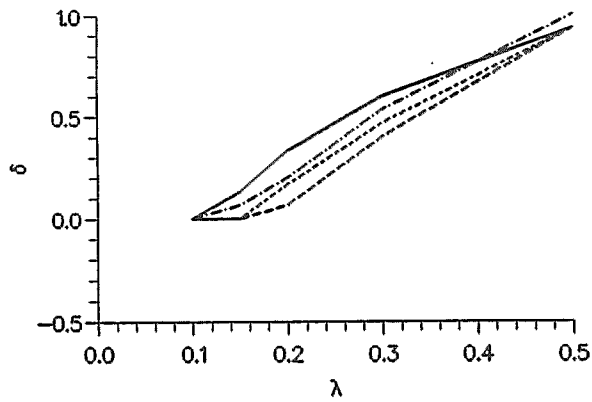


図-7(b)  $\lambda - \delta$ の関係 ( $\nu = 0.010$ )

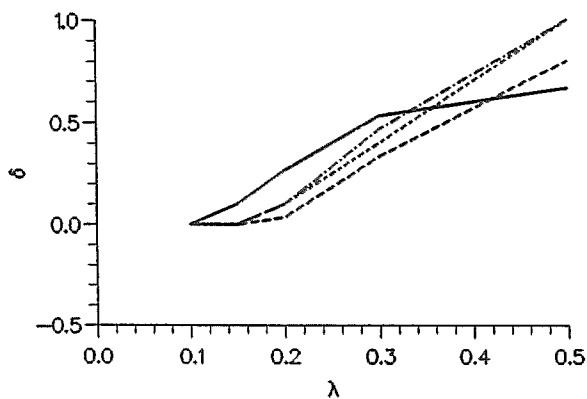


図-7(c)  $\lambda - \delta$ の関係 ( $\nu = 0.015$ )

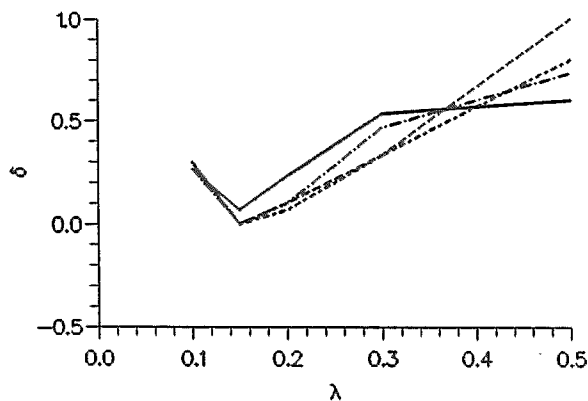


図-7(d)  $\lambda - \delta$ の関係 ( $\nu = 0.020$ )

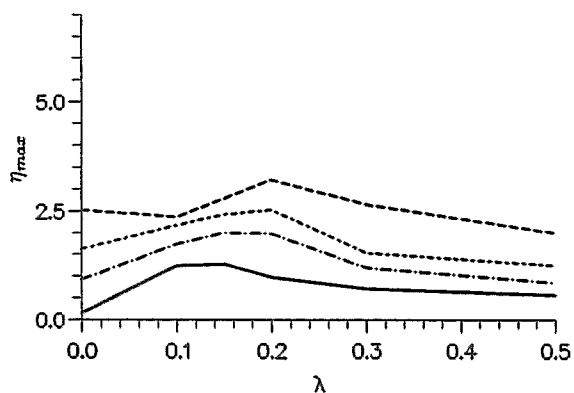


図-8(a)  $\lambda - \eta_{max}$ の関係 ( $\nu = 0.05$ )

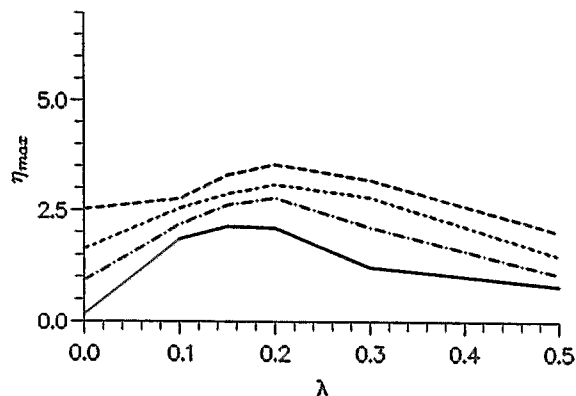


図-8(b)  $\lambda - \eta_{max}$ の関係 ( $\nu = 0.010$ )

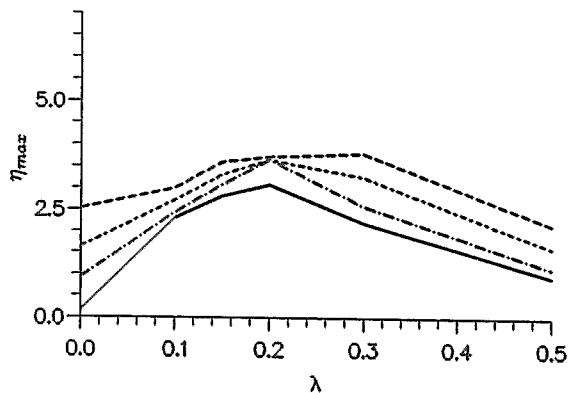


図-8(c)  $\lambda - \eta_{max}$ の関係 ( $\nu = 0.015$ )

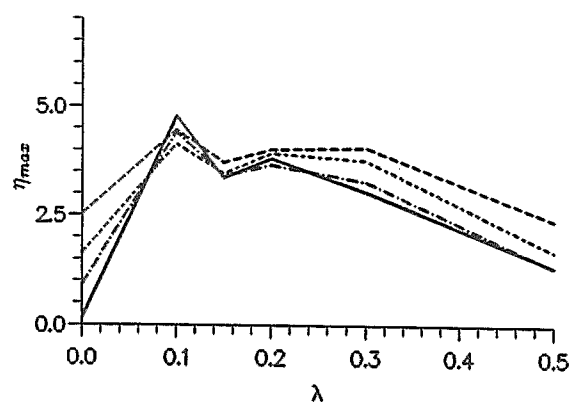


図-8(d)  $\lambda - \eta_{max}$ の関係 ( $\nu = 0.020$ )

4. 河床洗掘深の再現

河床形状をモデル的に表現するために、従来から(6)式などの関数が用いられてきた。

$$\tilde{\eta} = \tilde{\alpha} \cos\left(\frac{2\pi}{\tilde{L}} \tilde{s} - \frac{2\pi}{\tilde{L}} \tilde{\delta}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2\tilde{B}} \tilde{n}\right) \quad (6)$$

ただし $\tilde{\eta}$ は平均河床面からの河床洗掘深（深掘れ側を正とする）であり、 $\tilde{\alpha}$ は振幅、 $\tilde{s}$ 、および $\tilde{n}$ はそれぞれ平均河床面上を流路中心線に沿い、下流側を正にとった流下方向軸、およびこれに直交して左岸向きを正にとった横断方向軸である。

長谷川<sup>8)</sup>は砂州形状の詳しい性質を知るために $\tilde{\eta}$ に対して河床形状を表す波の波数分析を試みており、波数が(1,1)、(2,0)、(3,1)、(2,2)からなる4成分波が共通して卓越する結果を得ている。なお、図-9に各波の形状を模式的に示した。本来、この4つの波の特性を明らかにし簡易推定法を検討すべきであるが、より簡略にするため、4つの波の中でも特に卓越している(1,1)の波（交互砂州形状を代表する波）のみを用いて河床形状を表すことにし、前節までの結果を用いて河床形状の再現を試みることにした。また、前節までの検討は規則的に変化するSine generated curveで表される河床形状を対象としていた。このため、複雑な平面形状を有する河川の河床洗掘を考える場合は、蛇行形状が同じような区間ごとに検討する必要があり、蛇行形状が大きく変化する場合はそこで区間を区切って別途検討する必要がある。図-10は、石狩川のKP58.1～KP67.7の平面形を示したものである。この区間において、河床洗掘深を前節までの結果を利用して求め、その再現性について見てみることにする。同区間において蛇行の曲頂ごとに区切り、蛇行半波長 $\tilde{l}_i$ 、最小曲率半径 $\tilde{r}_i$ を求めた結果を表-2に示す。区切られた各区間において、蛇行半波長 $\tilde{l}_i$ 、最小曲率半径 $\tilde{r}_i$ とも同程度の値を示すことから、平均の蛇行波長 $\tilde{L}$ 、平均最小曲率半径 $\tilde{R}_0$ を求め、この値を再現に用いることにする。なお、平均の蛇行波長 $\tilde{L}$ 、平均最小曲率半径 $\tilde{R}_0$  \*10<sup>3</sup>は(7)式で求められる。

$$\tilde{L} = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m \tilde{l}_i \quad \frac{1}{\tilde{R}_0} = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m \frac{1}{\tilde{r}_i} \quad (7)$$

ここで $m$ は区間の分割数である。また、添え字の $i$ は分割された $i$ 番目の区間の値であることを示す。

この区間の各水理量を表-3に示す。この結果、河床形状を規定する各無次元パラメータは、川幅水深比 $\beta = \tilde{B}/\tilde{D}_0 = 10.22$ 、無次元蛇行波数 $\lambda = 2\pi\tilde{B}/\tilde{L} = 0.16$ 、無次元曲率 $\nu = \tilde{B}/\tilde{R}_0 = 0.088$ 、無次元粒径 $d_s = \tilde{d}_s/\tilde{D}_0 = 0.00053$ となる。

$\nu = 0.088$ 、 $\beta = 10.22$ 、 $\lambda = 0.16$ であることから、 $\delta$ および $\eta$ はそれぞれ図-7(b)、図-8(b)を用い、 $\delta = 0.07$ 、 $\eta_{max} = 2.64$ となる。図-8(b)は、 $d_s = 0.05$ の時の最大河床洗掘深であり、式(5)を用いて $d_s = 0.00053$ の時の最大河床洗掘深を求めると $\eta_{max} = 0.34$ となる。したがって、この区間における河床洗掘深は(8)式で表されることになる。

$$\tilde{\eta} = \eta_{max} \tilde{D}_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\tilde{L}} \tilde{s} - \pi\delta\right) \sin\left(\frac{\pi}{2\tilde{B}} \tilde{n}\right) \quad (8)$$

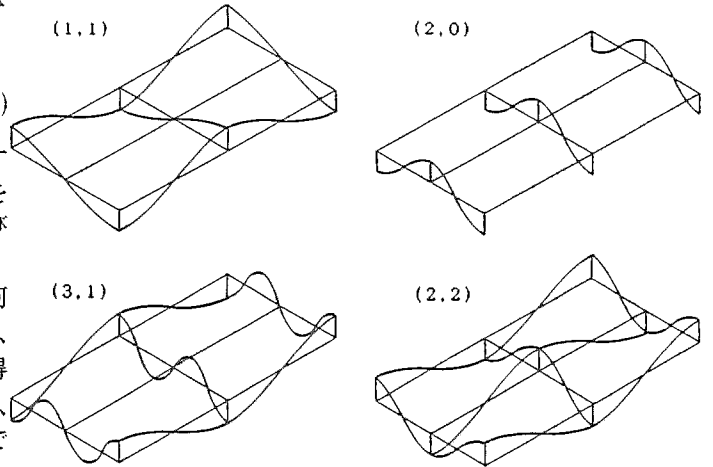


図-9 砂州形状を表す波

表-2 モデル区間の諸元

単位:(m)	区間 1	区間 2	区間 3	区間 4	区間 5
蛇行半波長 ( $\tilde{l}$ )	2485	1529	1229	1622	2296
最小曲率半径 ( $\tilde{r}_0$ )	678	1148	820	2780	1425

表-3 モデル区間の河道形状および水理量

低水路満杯流量時の平均水深 の平均水深 $\tilde{D}_0$ (m)	9.3
平均低水路幅の半分 $\tilde{B}$ (m)	95
河道の平均蛇行長 $\tilde{L}$ (m)	3664
平均河床材料粒径 $\tilde{d}_s$ (m)	0.0049
平均最小曲率半径 $\tilde{R}_0$ (m)	1080
区間平均流量 $\tilde{Q}$ (m <sup>3</sup> /s)	3250

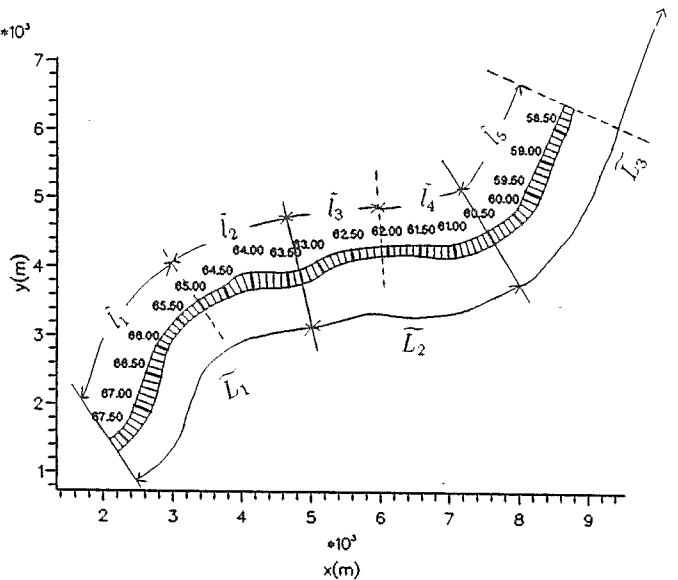


図-10 検討区間の平面図

治水上也最も重要である河岸近傍の河床洗掘深は、(8)式を用いて図11で表される。ここでは視覚に訴えるため $\eta$ の符号を逆にしている。すなわち、符号の正が堆積を、符号の負が洗掘を表す。また参考として渡邊ら<sup>1)</sup>の簡易算定結果についても併記した。検討区間は、 $\lambda = 0.16$ 、 $\mu = 0.088$ 、 $\nu = 10.22$ であり、図8から共鳴現象が発生する条件であると判断される。簡易算定手法の結果と渡邊の方法で求めた値との差が共鳴現象によるものであると思われる。

河岸近傍の縦断面図を見ると実測による洗掘の規模に対しては安全側になっている。これにより河岸保護工などを設計する際の根入れの深さを決めることができる。しかし堆積の傾向は実測に対して過大に計算されており一致していない。また、KP64.5からKP65.5にかけて左岸に低水護岸が施工されているため河道曲率だけで河床洗掘が発生していないため、再現性が悪くなっている。さらに、KP63.5の左岸凸岸付近から美唄川が合流しているため計算では堆積傾向を示しているが、現況では洗掘されている。以上の不一致の他、簡易推定法は河床形状を(1.1)の波で仮定している。しかしながら実際の河床形状は図9にあるような(2.0)、(3.1)、(2.2)といった他の波が足し合わさった形状になっておりこの部分の誤差の影響も含まれている。しかし、簡易推定法により河床洗掘深をある程度再現することが可能である。なお、詳細なデータは本局建設部河川計画課並びに河川工事課の指定課題<sup>10)</sup>に掲載されている。

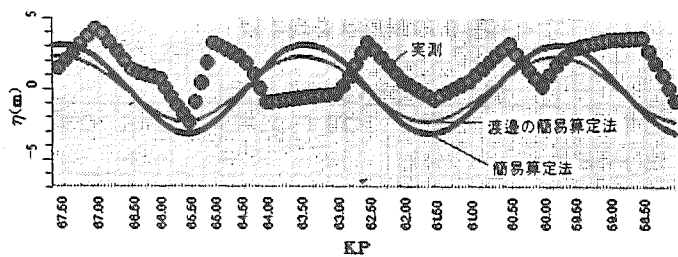


図-11(a) 左岸より平均距離 9.5m

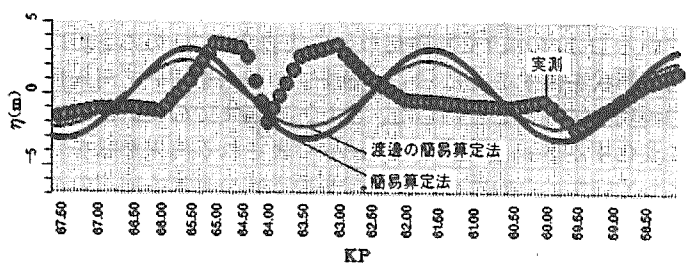


図-11(b) 右岸より平均距離 9.5m

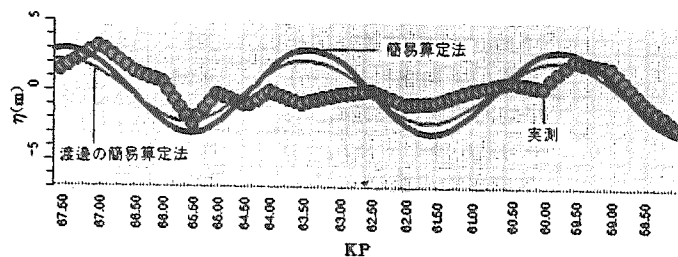


図-11(c) 左岸より平均距離 19.0m

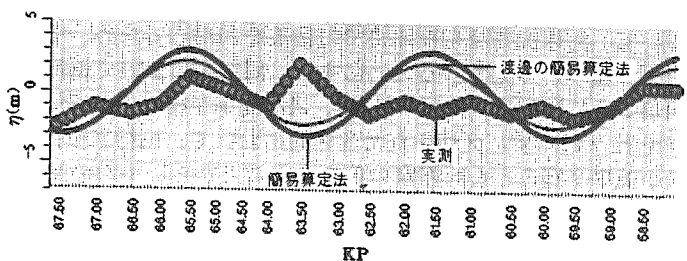


図-11(d) 右岸より平均距離 19.0m

## 5. おわりに

蛇行水路移動床水理模型実験結果より蛇行河道に砂州が発生する条件において、水路蛇行波長と砂州波長が一致する場合に、両者の相互作用により非線形効果、すなわち共鳴現象が働いていることが確認された。また、粒径水深比を固定した計算結果により共鳴現象がより明確に再現された。その結果簡易算定法で河床洗掘深ある程度の再現が可能になった。今後に課題として、河床勾配との関係について検討する必要がある。また、(1.1)の波以外の波の効果についても検討する必要があると思われる。更に、検証例を増やすことにより、それらによって把握される適応限界について調べる必要がある。

## 《参考文献》

- 1) 渡邊康玄、長谷川和義、北條紘次; 河川データによる河床洗掘の水理要因に関する検討、水工学論文集第34巻、1990。
- 2) Blondeaux, P. and G. Seminara; A unified bar-bend theory of river meanders, J. Fluid Mech., 157, 1985.
- 3) Parker, G. and H. Johannesson; Observation on several recent theories of resonance and overdeepening, River Meandering, AGU Monograph No. 12, 1989.
- 4) 鳥谷部寿人、渡邊康玄、清水康行; 蛇行水路移動床水理模型実験、第36回北海道開発局技術研究発表会講演概要集(3)、1993。
- 5) 池田駿介; 単列交互砂州の波長と波高、第27回水理講演会論文集、1983。
- 6) 土木学会水理委員会; 洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究、1982。
- 7) 内島邦秀、早川博; 交互砂州河床河川の移動床歪模型の相似則に関する研究、土木学会論文集 No.479/II-25、1993。
- 8) 清水康行; 第4回護岸保護工・根固工・ガイドライン検討委員会資料、1993.12。
- 9) 長谷川和義; 沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究、北海道大学博士論文、1983。
- 10) 本局建設部河川計画課、本局建設部河川工事課、開発土木研究所、各開発建設部(札幌を除く); 河道計画と河道設計に関する研究-河川の自由度と施設設計に関する研究-、第37回北海道開発局技術研究発表会講演概要集(3)、1994。