

樹木群が存在する河道の平面流況計算  
Numerical Study on 2-D Flow in Channel with Vegetation

渡邊康玄 (北海道開発局)  
YASUHARU WATANABE, Hokkaido Development Bureau  
清水康行 (北海道開発局)  
YASUYUKI SHIMIZU, Hokkaido Development Bureau

1. はじめに

近年、河川に対して水辺環境としてのうるおいやゆとり、あるいは水との触れ合い等を望む声が高まっており、河川の洪水敷に植栽あるいはすでに生えている樹木を残した河川計画を立案する方向に動きつつある。しかし、従来の河道計画において樹木等の植生は、河道断面の減少や流木による災害発生等の理由から極力河道内から排除され、流れに与える影響が小さいものとして河道の計画立案がなされてきた。このため、河道内植生の河道に与える影響は未解明な部分が多く、河川環境(植生)を配慮した河道計画立案のためには、樹木が存在する場の流況を把握することが必要不可欠である。

本研究は、樹木群内部の流況を把握し、流れにおよぼす樹木群の影響を検討するために用いる、樹木群を含む流況計算手法を提案することを目的とする。

2. 樹木群内流速の水深方向分布

樹木の抗力を考慮した等流の運動方程式は、(1)式で表される。

$$0 = -\bar{g} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left( \tilde{\epsilon} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} \right) - \frac{\tilde{a}}{2} C_d \tilde{u}^2 \quad (1)$$

ここで、 $\bar{g}$ : 重力加速度,  $\tilde{H}$ : 水位,  $\tilde{\epsilon}$ : 渦動粘性係数 ( $= \kappa/6 \tilde{u}_* \tilde{h}$ ),  $\tilde{h}$ : 水深,  $\tilde{u}_*$ : 摩擦速度 ( $= \sqrt{\tilde{g} \tilde{h} i}$ ),  $\tilde{u}$ :  $\tilde{x}$ 軸方向流速,  $\tilde{a}$ : 樹木密度 ( $= \tilde{d}/(\tilde{s} \tilde{l})$ ),  $\tilde{d}$ : 樹木の直径,  $\tilde{s}$ : 樹木の横断方向間隔,  $\tilde{l}$ : 樹木の縦断方向間隔,  $C_d$ : 樹木の抗力係数,  $\kappa$ : カルマン定数である。なお、 $\sim$ の付いた変数は、有次元を示している。

水面で剪断力が無く、河床で剪断力が河床摩擦と釣り合うことから、(2)、(3)式が成り立つ。

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} = 0 \quad ; \quad \tilde{z} = \tilde{h} \quad (2)$$

$$\tilde{\epsilon} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} = C_b \tilde{u}_b^2 \quad ; \quad \tilde{z} = 0 \quad (3)$$

ここで、 $C_b$ : 河床の抵抗係数,  $\tilde{u}_b$ : 河床における流速である。

(1)、(2)、(3)式について、 $u = \tilde{u}/\tilde{u}_*$ ,  $a = \tilde{a}\tilde{h}$ ,  $z = \tilde{z}/\tilde{h}$ を用いて無次元化を行い、摂動法<sup>1),2),3)</sup>を用いて解くこととする。

$$\phi = \sqrt{\frac{a}{2}} C_d u \quad , \quad \nu = \frac{\kappa}{6} \sqrt{\frac{2}{a C_d}} \quad , \quad p = \nu^{-1/2} z$$

と置くと、(1)式は、

$$1 + \frac{d^2 \phi}{dp^2} - \phi^2 = 0 \quad (4)$$

となる。ここで、 $\nu/\phi = \kappa/(3uaC_d)$ であり、通常 $\nu$ が $\phi$ に比べて十分小さい値であることから、

$$\phi = \phi_0 + \nu \phi_1 + \nu^2 \phi_2 + \dots$$

と仮定し、(4)式に代入すると、

$$1 + \left( \frac{d^2 \phi_0}{dp^2} + \nu \frac{d^2 \phi_1}{dp^2} + \nu^2 \frac{d^2 \phi_2}{dp^2} + \dots \right) = \phi_0^2 + 2\nu \phi_0 \phi_1 + \dots \quad (5)$$

となる。(5)式において、 $\nu$ の次数で整理すると、0次と1次に関して微分方程式を解くと、

$$\phi_0 = 1$$

$$\phi_1 = C_0 \exp(\sqrt{2}p) + C_1 \exp(-\sqrt{2}p)$$

が得られる。ここで、 $C_0, C_1$ は積分定数である。よって、 $\nu$ に関して1次オーダーまでの近似解は、

$$\phi = 1 + \nu \left[ C_0 \exp(\sqrt{2}p) + C_1 \exp(-\sqrt{2}p) \right]$$

となり、結局  $u$  は、

$$u = \sqrt{\frac{2}{a C_d}} + \frac{\kappa}{3a C_d} [C_0 \exp(\lambda z) + C_1 (-\lambda z)] \quad (6)$$

$$\lambda = \left( \frac{72a C_d}{\kappa^2} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$C_0 = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$$

$$C_1 = C_0 \exp(2\lambda)$$

となる。ここで、

$$\alpha = \frac{2\kappa}{3a^2C_d^2} C_b [1 + 2\exp(2\chi) + \exp(4\chi)]$$

$$\beta = \left(\frac{32C_b}{a^3C_d^3}\right)^{\frac{1}{2}} [1 + \exp(2\chi)] - \left(\frac{8\kappa^2}{9a^3C_d^3}\right)^{\frac{1}{4}} [1 - \exp(2\chi)]$$

$$\gamma = \frac{12C_b}{\kappa a C_d}$$

(6) 式で表される流速の水深方向分布の適合性をみるために、川幅 0.4m、流路長 5.0m のアクリル直線水路を用いた実験値と比較を行った。図-1 は、樹木の配置パターンとして、直径 6.0mm のアクリル棒を川幅方向半断面に千鳥に配置した場合の実験結果と解析的に求めた近似解とを、樹木群内と樹木の影響が無い箇所およびその中間での流速分布について比較したものである。流速および河床からの高さは、それぞれ摩擦速度および水深で無次元化している。なお、流路の河床はアクリル板に粒径 1.8mm の砂を添付したものをを用いている。また、流速の測定には、樹木以外の影響をなくすため、非水没型のレーザー流速計を用いている。実験の水理量を表-1 に示す。樹木群内の流速分布において、解析解は河床付近で実験値よりも若干小さく水面付近で若干大きな値となる傾向がうかがえるがその程度は小さく、水深方向に流速が一様化する特徴を表現しており、樹木が存在する場合の十分実験値を再現しているものと思われる。また、樹木の影響が及ばない範囲では放物分布で十分表現できるが、樹木の影響が及ぶに従って、流速分布は、放物分布から離れ水深方向に一様化していることが明確に示されている。このように、樹木群内の流速分布は放物分布で表現できないことから、樹木群内の流速分布を把握するには、本解析解を用いる必要がある。

### 3. 2次元平面流況計算

樹木群を含む河道の平面流況計算において水深方向平均流速を用いる場合、前節で確認したように樹木群内と樹木群外では水深方向の流速分布が異なることから、この影響を取り込む必要がある。樹木の抗力を考慮した等流の運動方程式である(1)式を境界条件(2)、(3)式のもとで水深方向に積分すると

$$0 = 1 - C_b u_b^2 - \frac{a}{2} C_d \int_0^1 u^2 dz$$

となる。これを、水深方向平均流速  $\langle u \rangle$  で表現すると

$$0 = 1 - C'_f \langle u \rangle^2 - \frac{a'}{2} C_d \langle u \rangle^2 \quad (7)$$

表-1 実験の諸元

	流量 l/s	水深 cm	勾配	河床抵抗係数
case 5	4.04	3.8	1/314	0.028

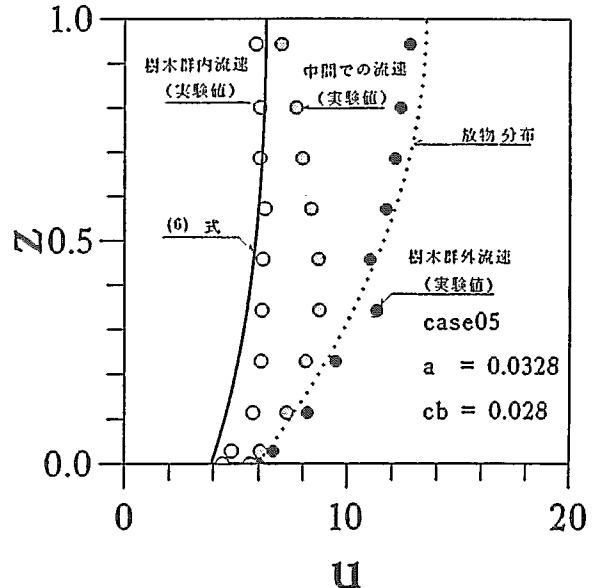


図-1 水深方向の流速分布 (case5)

であるから、摩擦係数  $C_f$  および樹木群の密度パラメータ  $a$  は、 $C'_f$ 、 $a'$  と変化し、

$$C'_f = C_b \frac{u_b^2}{\langle u \rangle^2}, \quad a' = \frac{a \int_0^1 u^2 dz}{\langle u \rangle^2}$$

となる。また、(6) 式より、

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{2}{aC_d} - \frac{\kappa}{3aC_d\chi}} C_0 [1 - \exp(2\chi)]$$

$$u_b = \sqrt{\frac{2}{aC_d} + \frac{\kappa}{3aC_d}} C_0 [1 + \exp(2\chi)]$$

であるから、

$$C'_f = C_b \frac{\left\{ \sqrt{\frac{2}{aC_d} + \frac{\kappa}{3aC_d}} C_0 [1 + \exp(2\chi)] \right\}^2}{\left\{ \sqrt{\frac{2}{aC_d} - \frac{\kappa}{3aC_d\chi}} C_0 [1 - \exp(2\chi)] \right\}^2}$$

$$a' = a \frac{a_1 + a_2}{a_1 + a_3}$$

ここで、

$$a_1 = \frac{2}{aC_d} - 2\sqrt{\frac{2}{aC_d} - \frac{\kappa}{3aC_d\chi}} C_0 [1 - \exp(2\chi)]$$

$$a_2 = \frac{\kappa^2}{9a^2C_d^2} C_0^2 \left[ -\frac{1}{2\chi} + 2\exp(2\chi) + \frac{1}{2\chi} \exp(4\chi) \right]$$

$$a_3 = \frac{\kappa^2}{9a^2 C_d^2} C_0^2 \left[ \frac{1}{\chi^2} - \frac{2}{\chi^2} \exp(2\chi) + \frac{1}{\chi^2} \exp(4\chi) \right]$$

となる。

次に、 $C'_f$ が樹木群の存在しない場合に比較してどの程度変化するかを把握することとする。樹木がない場合の水深方向流速分布は、(1)式の右辺第3項を省略したものをを用いると、

$$u_0 = -\frac{3}{\kappa} z^2 + \frac{6}{\kappa} z + \frac{1}{\sqrt{C_b}}$$

で表され、これより水深方向平均流速  $\langle u_0 \rangle$  および底面流速  $u_{0b}$  は

$$\langle u_0 \rangle = \frac{2}{\kappa} + \frac{1}{\sqrt{C_b}}, \quad u_{0b} = \frac{1}{\sqrt{C_b}}$$

となり、樹木群が存在しない場合の摩擦係数  $C_{f0}$  は、

$$C_{f0} = \frac{1}{\left( \frac{2}{\kappa} + \frac{1}{\sqrt{C_b}} \right)^2}$$

となる。よって、樹木の存在による流速分布の変化に伴う摩擦係数の変化は、

$$\frac{C'_f}{C_{f0}} = C_b \left( \frac{2}{\kappa} + \frac{1}{\sqrt{C_b}} \right)^2 \quad (8)$$

となる。

河川計画では、通常河床の抵抗等をマンシングの粗度係数  $\bar{n}_m$  で表現していることから、(8)式の関係をマンシングの粗度係数で表現することとする。いま、摩擦係数をマンシングの粗度係数で表現すると

$$C_f = \frac{g \bar{n}_m^2}{h^{1/3}}$$

であることより、樹木群の存在する場合の粗度係数の変化量は、

$$\frac{\bar{n}'_m}{\bar{n}_{m0}} = \left( \frac{2}{\kappa} \sqrt{C_b} + 1 \right) \frac{\left\{ \sqrt{\frac{2}{aC_d}} + \frac{\kappa}{3aC_d} C_0 [1 + \exp(2\chi)] \right\}}{\left\{ \sqrt{\frac{2}{aC_d}} - \frac{\kappa}{3aC_d} C_0 [1 - \exp(2\chi)] \right\}} \quad (9)$$

となる。図-2は、横軸に  $a$ 、縦軸に  $\bar{n}'_m/\bar{n}_{m0}$  をとったものである。樹木密度の増加とともに変化量も増加する傾向を示し、その増加の割合は、摩擦係数が大きいほど大きくなる。このように、水深方向に平均した流速を計算する場合、樹木群の影響を取り込むためには、樹木の抗力以外に流速分布の変化に伴う粗度係数の変化を考慮する必要がある。

以上から、樹木群により流速の水深方向分布が変化することを考慮した2次元浅水流モデルの基礎式は、

$$\langle \bar{u} \rangle \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial \bar{s}} + \langle \bar{v} \rangle \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial \bar{n}} + \frac{\langle \bar{u} \rangle \langle \bar{v} \rangle}{\bar{r}} = -g \frac{\partial (\bar{h} + \bar{z})}{\partial \bar{n}}$$

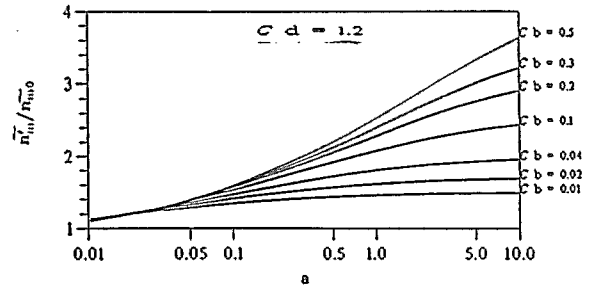


図-2  $\bar{n}'_m/\bar{n}_{m0}$  の変化

$$-\frac{\bar{\tau}_s}{\bar{\rho} \bar{h}} + \frac{\partial}{\partial \bar{s}} \left( \bar{\varepsilon} \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial \bar{s}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{n}} \left( \bar{\varepsilon} \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial \bar{s}} \right) - \frac{\bar{a}'}{2} C_d \langle \bar{u} \rangle \sqrt{\langle \bar{u} \rangle^2 + \langle \bar{v} \rangle^2} \quad (10)$$

$$\langle \bar{u} \rangle \frac{\partial \langle \bar{v} \rangle}{\partial \bar{s}} + \langle \bar{v} \rangle \frac{\partial \langle \bar{v} \rangle}{\partial \bar{n}} - \frac{\langle \bar{u} \rangle^2}{\bar{r}} = -g \frac{\partial (\bar{h} + \bar{z})}{\partial \bar{n}} - \frac{\bar{\tau}_n}{\bar{\rho} \bar{h}} + \frac{\partial}{\partial \bar{s}} \left( \bar{\varepsilon} \frac{\partial \langle \bar{v} \rangle}{\partial \bar{s}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{n}} \left( \bar{\varepsilon} \frac{\partial \langle \bar{v} \rangle}{\partial \bar{n}} \right) - \frac{\bar{a}'}{2} C_d \langle \bar{v} \rangle \sqrt{\langle \bar{u} \rangle^2 + \langle \bar{v} \rangle^2} \quad (11)$$

$$\frac{\partial (\langle \bar{u} \rangle \bar{h})}{\partial \bar{s}} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial (\bar{r} \langle \bar{u} \rangle \bar{h})}{\partial \bar{n}} = 0 \quad (12)$$

ここで、 $\bar{s}, \bar{n}$ :河道縦断方向および横断方向の軸、 $\langle \bar{u} \rangle, \langle \bar{v} \rangle$ : $\bar{s}, \bar{n}$ 軸方向の水深平均流速、 $\bar{r}$ :河道曲率半径、 $\bar{\tau}_s, \bar{\tau}_n$ : $\bar{s}, \bar{n}$ 軸方向の河床剪断力である。なお、 $\bar{\tau}_s, \bar{\tau}_n$ は、水深方向の流速分布が異なることによる粗度係数の変化を考慮し、

$$\frac{\bar{\tau}_s}{\bar{\rho} \bar{h}} = \frac{g \bar{n}'_m{}^2}{\bar{h}^{4/3}} \langle \bar{u} \rangle \sqrt{\langle \bar{u} \rangle^2 + \langle \bar{v} \rangle^2}$$

$$\frac{\bar{\tau}_n}{\bar{\rho} \bar{h}} = \frac{g \bar{n}'_m{}^2}{\bar{h}^{4/3}} \langle \bar{v} \rangle \sqrt{\langle \bar{u} \rangle^2 + \langle \bar{v} \rangle^2}$$

で与える。

(10)、(11)、(12)式を清水ら<sup>4)</sup>と同様の手法により差分化し数値計算を実施することができる。

図-3に示す平面形状を有する複々断面の実験水路での実験値と計算値とを比較する。なお、計算格子上に丸印を打った範囲に樹木群として、縦断方向および横断方向間隔5cmで直径5mmの円柱を配置している。

従来、樹木群が存在する河道の流況計算を行う場合、樹木の影響として河床粗度を試行錯誤的に大きくして行っていた。しかし、本研究では、樹木の密度パラメータおよび樹木の抵抗係数を2次元浅水流モ

デルに組み込んでいることから、粗度係数は樹木が存在しない場合と同様の粗度を用いている (caseA)。比較のため樹木が存在しない場合 (caseB) および従来行われていた樹木の影響を粗度で換算する方法 (caseC) についても計算を行った。各場合の水利諸元を表-2に示す。

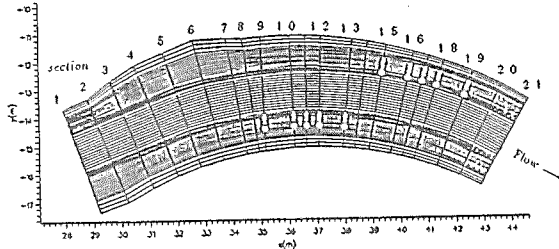


図-3 実験水路計算格子

表-2 計算に用いた水利諸元

case	流量 l/s	下流端水深 cm	粗度係数		
			高水敷	低水路	樹木群内
A	60.6	8.6	0.024	0.014	-
B	60.6	8.6	0.024	0.014	-
C	60.6	8.6	0.024	0.014	0.120

図-4は、観測された流速と計算結果を比較したものである。section12のように樹木群中央部における流れは、中水敷に存在する樹木群の影響により樹木が無い場合に比べ、中水敷で流れが遅くなりその影響で高水敷の流れが早くなっている。今回の計算法でもこの傾向を十分表現することができる。一方、section14のような樹木群外でも樹木群の影響を受けている流れの不等流性の強い箇所では、実験値との適合性が悪く実験値に比べ、樹木の存在する中水敷の流速が樹木群の上流で小さく下流で大きくなっている。この理由としては、樹木群の影響範囲が不明であるため、樹木が存在する箇所のみ基礎式の右辺第5項を考慮し、その他の箇所ではこの項を省略しているためと考えられる。また、樹木による水深方向流速分布の変化に伴う粗度係数の変化の割合を等流状態で考えていることにも起因している。今後、樹木の影響範囲を把握し、その結果をこのモデルに取り込む必要がある。しかし、今回提案する計算方法は、これまでのように樹木の影響を試行錯誤的に決定しなくてもよく、またより正確に樹木群を含む河道の流れを把握することができる。

4. おわりに

本研究では、樹木群内の等流状態における水深方向の流速分布を解析的に求め、水深方向に平均した流速を算出する場合の粗度係数の変化量を算出した。これを用いることにより、より正確に流速が算出で

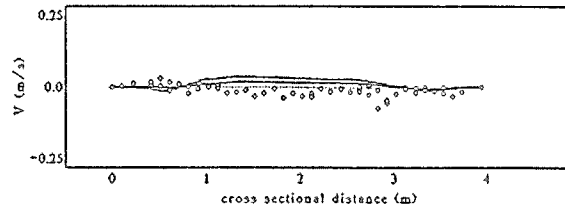
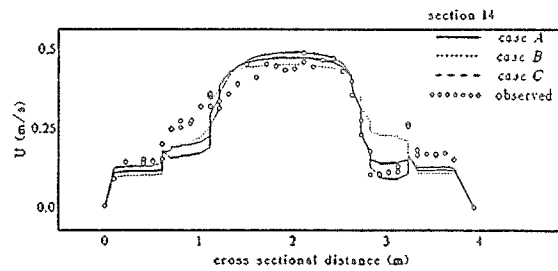
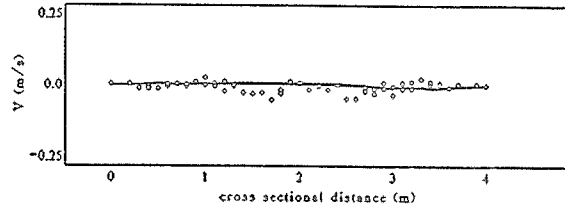
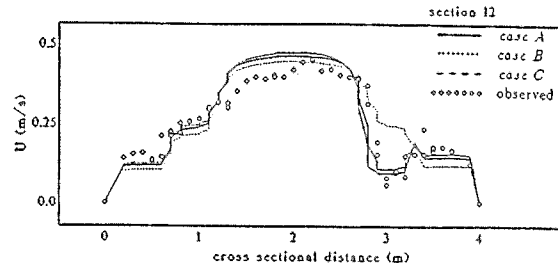


図-4 縦横断方向流速の実験値と計算値の比較

きる。さらに、2次元浅水流モデルに粗度係数の変化および樹木の抗力を組み込むことにより、樹木が存在する河道の平面流況等も計算可能となった。また、本手法を用いることにより、樹木の配置パターンや樹木密度による流れの違いを簡単に算出することができ、高水敷における樹木の植栽計画や伐採計画を立案するための有力な手法となる。

参考文献

1. 寺沢寛一；自然科学者のための数学概論応用編、岩波書店、1969年7月
2. 泉典洋、池田駿介、伊藤力生；流水抵抗及び浮遊砂濃度に及ぼす植生の効果、第33回水理講演会論文集、1989年2月
3. 山崎真一、石川忠晴、金丸啓司；開水路平面せん断流に関する実験的研究、第39回年次学術講演会講演概要集、1984年10月
4. 清水康行、板倉忠興；河川における2次元流れと河床変動の計算、土木試験所報告第85号、1986年10月