

## MacCormack 法を用いた不定流計算

北海道開発局開発土木研究所 正員 崇田徳彦  
 北海道開発局開発土木研究所 正員 清水康行  
 北海道開発局河川計画課 正員 北條紘次

1、はじめに 従来より、急流河川の治水対策として床止工や水制工等の手法がとられているが、局部的に常流から射流になったり、跳水現象が発生したりする。このため床止工等を設置するにあたっては流況がどのように変化するかを把握する必要性が生じるが、既往の不等流計算等では常流と射流の部分で計算を別々におこなわなければならない、計算も煩雑なものとなり、また跳水発生部における流況をうまく表現出来ない欠点もある。射流域を含む次元水路の計算手法については渡邊の研究<sup>2)</sup>が既にあるが、本文ではこれ等と MacCormack 法との比較検討を行うものである。

2、基礎式 基礎式は質量保存則 (1) と運動量保存則 (2) で示めされる。

$$(質量保存則) \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$(運動量保存則) \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S \quad (2)$$

ここで、 $H = h$ ,  $U = uh$ ,  $F = u^2h + gh^2/2$ ,  $S = gh(S_0 - S_f) + \partial/\partial x(\epsilon \partial U/\partial x)$  であり、 $x$  は流下方向距離、 $H$  は水深、 $U$  は流速、 $G$  は加速度、 $\epsilon$  は乱流粘性係数、 $S_0$  は水路床勾配で  $S_0 = -\partial Z/\partial x$  ( $Z$ : 河床高)  $S_f$  は底面摩擦勾配で  $S_f = n^2 U^2/H^{10/3}$  ( $n$ : Manning の粗度係数) である。

MacCormack 法は時間依存差分法の一つで、空間及び時間方向に二次の精度を有する差分スキームであり、(3) 式で一度計算したものを更に (4) 式で補正することにより精度上の向上が計られている。

(予測子段階)  $\bar{U} = U_i(t) - \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_i - E_{i-1}) + \Delta t S_i$  (3)

$$(修正予測子段階) U_i(t + \Delta t) = \frac{1}{2} \{ U_i(t) + \bar{U}_i - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\bar{E}_{i+1} - \bar{E}_i) + \Delta t S_i \} \quad (4)$$

ただし、 $U = [H, U]$ ,  $E = [U, F]$ ,  $S = [0, S]$

$\Delta t$  の算出法は、(5) 式で行い最も不安定な場所での時間  $\Delta t$  を全計算点で用いるものとする。

$$\Delta t = \min \left\{ \frac{\Delta x}{u + \sqrt{gh} + 2 \frac{\epsilon}{\Delta x}} \right\} \quad (5)$$

乱流粘性係  $\epsilon$  は流速 ( $U$ ) と水深 ( $H$ ) に比例し、経験上係数は  $1.25 \times 10^{-3}$  とした。また、計算の不安定を防ぐため、(6) 式の人工粘性を用いた。

$$\left. \begin{aligned} \nu(i) &= \frac{|h(i+1) - 2h(i) + h(i-1)|}{h(i+1) + 2h(i) + h(i-1)} \\ r(i) &= \kappa \max \{ \nu(i-1), \nu(i) \} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

予測子段階では後進差分で行い上流から下流に向かって人工粘性  $r(i)$  を考慮した値に置き換え、修正予測子段階では予測子段階で求めた値を前進差分で下流から上流に向かって計算を行う。これにより誤差の片寄りを均等にし精度の向上を計った。

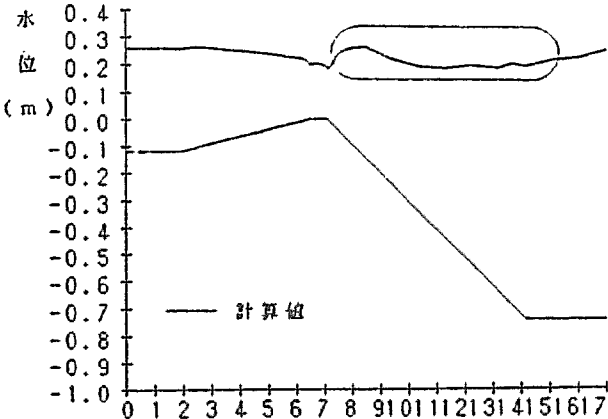


図 - 2 人工粘性係数  $k = 1.0$  縦断距離 (m)

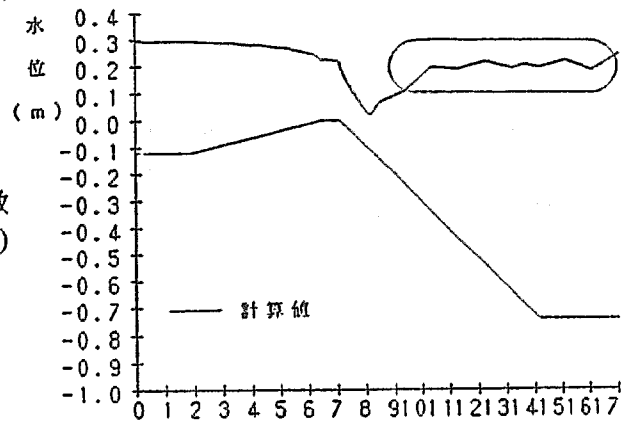


図 - 1 人工粘性係数  $k = 0.05$  縦断距離 (m)

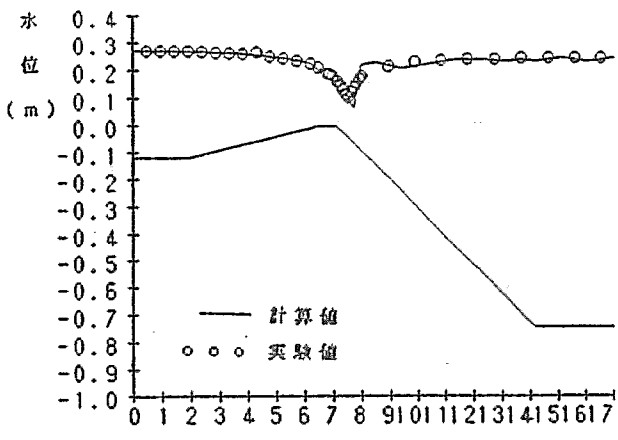


図 - 3 人工粘性係数  $k = 0.1$  縦断距離 (m)

3、計算結果 本手法を用いて、幅1mの直線水路に法勾配1:40.2,1:10のマウンドを設け流量を $0.2431\text{m}^3/\text{s}$ を通水した場合のもぐりセキ(実験A)と法勾配1:10のマウンドを設け、流量 $0.08\text{m}^3/\text{s}$ を通水した場合の完全越流(実験B)について実験値<sup>3)</sup>との比較検討を行った。なお、Manningの粗度係数は0.01とした。実験Aについて、図-1の人工粘性係数 $\kappa=0.05$ ではもぐり下流部で振動しており人工粘性係数 $\kappa$ が小さすぎる。また図-2の人工粘性係数 $\kappa=1.0$ では、もぐり下流部で異常なもり上がりを示しており、全体的にも粘性がききすぎた感じがあるので、人工粘性係数は $0.05 < \kappa < 1.0$ の間が適当ではないかと判断される。図-3に人工粘性係数 $\kappa=0.1$ の場合を載せた。これによると、もぐり現象をみごとに再現している。

実験Bについて、図-4の人工粘性係数 $\kappa=0.1$ のとき跳水上部で、実際よりも跳上がりが顕著であり、人工粘性係数 $\kappa$ が小さすぎると判断される。図-5の人工粘性係数 $\kappa=0.5$ を与えた所、跳水の始まる部分が実際よりも滑らかになりすぎると判断されるので、人工粘性係数は $0.1 < \kappa < 0.5$ の間が妥当ではないかと思われる。図-6に人工粘性係数 $\kappa=0.3$ の場合の計算結果を載せた。図-7に比較のため既往の不等流計算及び常・射流計算(渡邊の方法)を載せた。本手法、既往の不等流計算、常・射流計算を比較検討してみると天端上部で既往の不等流計算、常・射流計算では再現不可能であった天場上部の流況変化が良好に再現されている。また射流から跳水がおきている所では、既往の不等流計算では7m付近で、常・射流計算では7.5m付近で跳水が始まっており実験値とは若干の食い違いが見られるが、本手法においては、跳水の発生位置も精度良く再現されている。

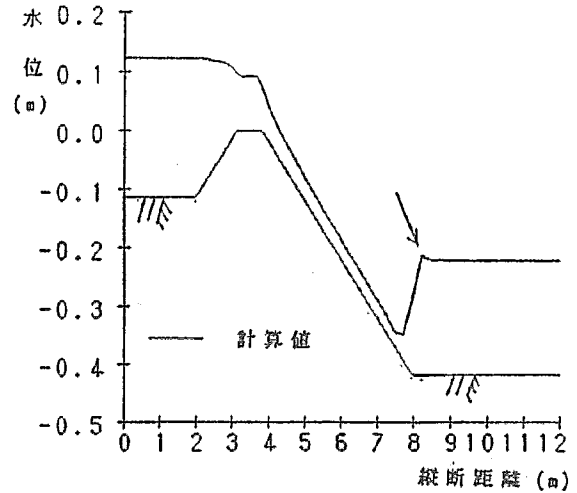


図-4 人工粘性係数  $\kappa = 0.1$

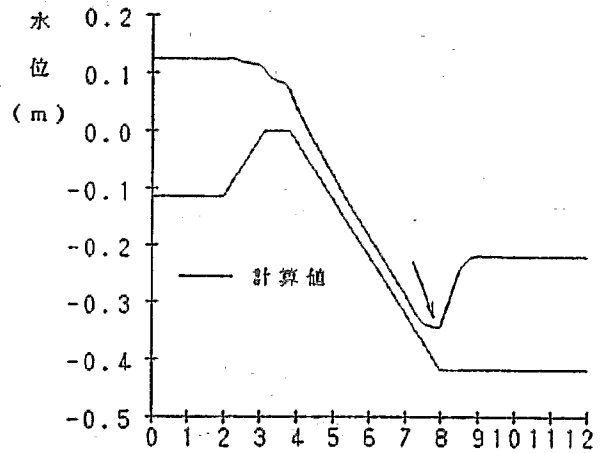


図-5 人工粘性係数  $\kappa = 3$  縦断距離 (m)

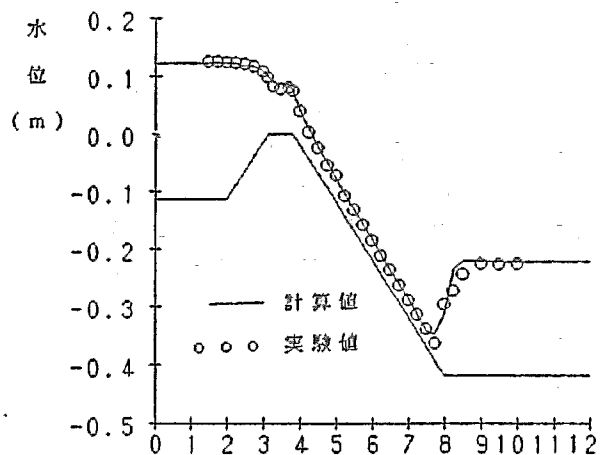


図-6 人工粘性係数  $\kappa = 1$  縦断距離 (m)

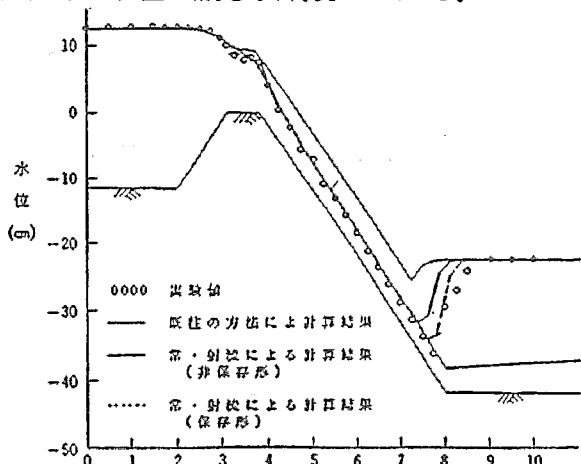


図-7 既往の方法と実験値との比較 縦断距離 (m)

#### 4、まとめ

今回の検討により、跳水現象を伴う流れが今までの手法に比べて、より高精度で再現可能であることが示された。現在のところ、人工粘性の与え方は、試行により決められているが、今後はより合理的な方法を検討していきたい。また、河床変動計算への応用をめざしたい。

#### 5、参考文献

- 1) Garcia, R. and Kahawita, R.: Numerical solution of the St. Venant equations with the MacCormack finite-difference scheme: International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 6, 1986.
- 2) 渡邊康玄、許士達広: 常流・射流混在場での不等流計算と河床変動計算、北海道開発局開発土木研究所月報 No. 436
- 3) 石狩川遊水地越流部模型実験業務報告書 北海道開発局開発土木研究所