

支川合流部の2次元流況計算

北海道開発局開発土木研究所 正員 畑 敏夫
 北海道開発局開発土木研究所 正員 清水 康行
 北海道開発局河川計画課 正員 北條 紘次

まえがき 最近の河川計画では河道内における引き込み護岸、水制などの構造物周辺や分合流部の流れなど、剝離現象や死水域が発生する複雑な流れが問題になることが多い。従来からこの種の問題は模型実験によって流況を把握し対策をたてるのが一般的である。しかしながら模型実験には多くの時間と費用が必要であり、数値計算によって流況を把握する事が出来ればより合理的で経済的な設計が可能となる。本報告は支川が本川に合流する所での流れを、流れの計算で一般に使われている2次元の基礎式を風上差分法で求める(2次元浅水流モデル)方法と、MacCormack法で求めたものを実験データと比較しそれぞれの適用性について検討した。

計算方法 2次元浅水流モデルの計算方法(以下モデル1と呼ぶ)については、一般につかわれており、参考文献¹⁾に詳しく述べられているのでここでは省略するが、差分法の精度上からは一次精度の風上差分法と呼ばれるものである。一方、MacCormack法(以下モデル2と呼ぶ)は2次精度の差分法でありここで用いた基礎式及び計算法を以下に示す。

$$(運動方程式) \quad \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = gH(S_{0x} - S_{fx}) + \frac{\partial}{\partial x}(\epsilon \frac{\partial U}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\epsilon \frac{\partial U}{\partial y}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} = gH(S_{0y} - S_{fy}) + \frac{\partial}{\partial x}(\epsilon \frac{\partial V}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\epsilon \frac{\partial V}{\partial y}) \quad (2)$$

$$(連続の式) \quad \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

上式中、 $H = h$, $U = uh$, $V = vh$, $G = uvh$, $F = u^2h + \frac{1}{2}gh^2$, $S = v^2h + \frac{1}{2}gh^2$, である。

ここに、 h :水深、 u : x 方向の平均流速、 v : y 方向の平均流速、 g :重力加速度、 S_{0x} , S_{0y} :水路床勾配、 S_{fx} , S_{fy} :底面摩擦勾配、 ϵ :乱流粘性係数、である。

Garciaら³⁾によるMacCormack法の計算法の概要を以下に示す。

たとえば、変量 $U_{i,j}^n$ の Δt 秒後の値 $U_{i,j}^{n+1}$ の計算は、次式を用いて行われる。

$$U_{i,j}^{n+1} = L_x(\Delta t_x)L_y(\Delta t_y)L_y(\Delta t_y)L_x(\Delta t_x)U_{i,j}^n \quad (4)$$

ただし、 L_x , L_y はそれぞれ x , y 方向の差分演算子であり、 $U_{i,j}^{n+1} = U(i\Delta x, j\Delta y, (n+1)\Delta t)$ 、 Δx , Δy , および Δt は計算上の空間および時間間隔、 $\Delta t_x = \Delta t_y = \frac{1}{2}\Delta t$ である。

また、(4)式は以下のステップを順次実行し求める。

- 第1ステップの L_x 予測子:後進差分
修正子:前進差分
- 第2ステップの L_y 予測子:後進差分
修正子:前進差分
- 第3ステップの L_y 予測子:前進差分
修正子:後進差分
- 第4ステップの L_x 予測子:前進差分
修正子:後進差分

表-1 板倉¹⁾による実験条件

合流角度		90°
本流	流量(l/s)	10
	流速(cm/s)	25
	川幅(cm)	80
支流	流量(l/s)	1.25
	流速(cm/s)	50
	川幅(cm)	5
下流端水位(cm)		5.0

結果 実験条件は表-1に示す通りである。それぞれの計算法による流速ベクトル図を図-1に示す。図中の破線は死水域を示している。死水域の幅、長さを板倉¹⁾による実験式で求めると、幅が11cm、長さが150cmとなるが、計算結果はモデル1ではそれぞれ11cm, 190cm、モデル2では10cm, 105cmであり、幅については違いないもののモデル1は長さがやや長く計算され、モデル2は逆に短く計算される結果となった。図-2は実験データと流速ベクトルの比較をしたものである。図中の黒丸は実験値を示し矢印が計算結果を表している。モデル1は流路全体の流速分布の傾向はほぼ再現されているが支川の流線に沿った流速分布は実験値は高流速なのに対し計算値は平滑化されたような形になっている。これをモデル2で見ると流速分布の再現性は著しく改善されているのがわかる。実験結果および計算結果の水面形を図-3に示す。モデル1は実験値に比べ非常に滑らかな結果になっているのに対し、モデル2は合流部上流の堰上げ状況や死水域部分の水位低下部分が非常に現実的な結果となっている。

河川計画上重要な死水域の形状や合流部を含む河道全体の流況を把握する上では一次精度の風上差分法でも、まずまずの精度で再現できる。しかし、流れが急激に変化する箇所で、流況だけでなく河床変動などを扱うような場合、MacCormack法は風上差分法での過度の平滑化現象が解消され精度の向上が期待できると思われる。

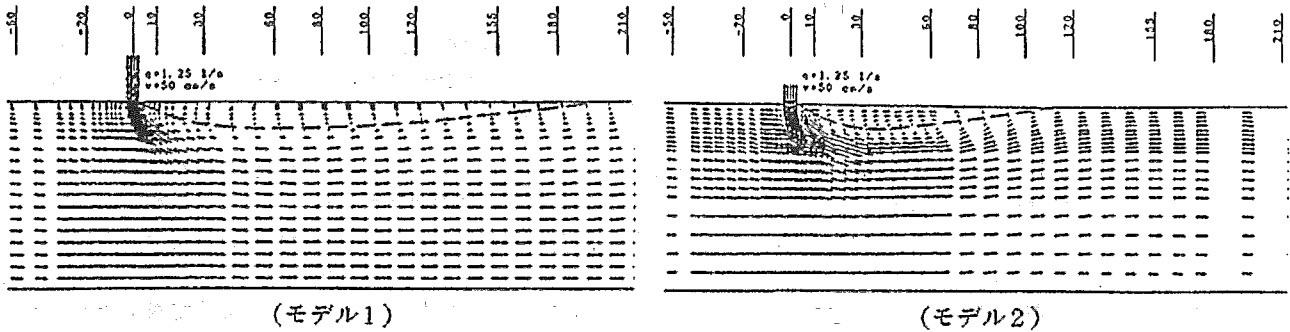


図-1 計算結果流速ベクトル図

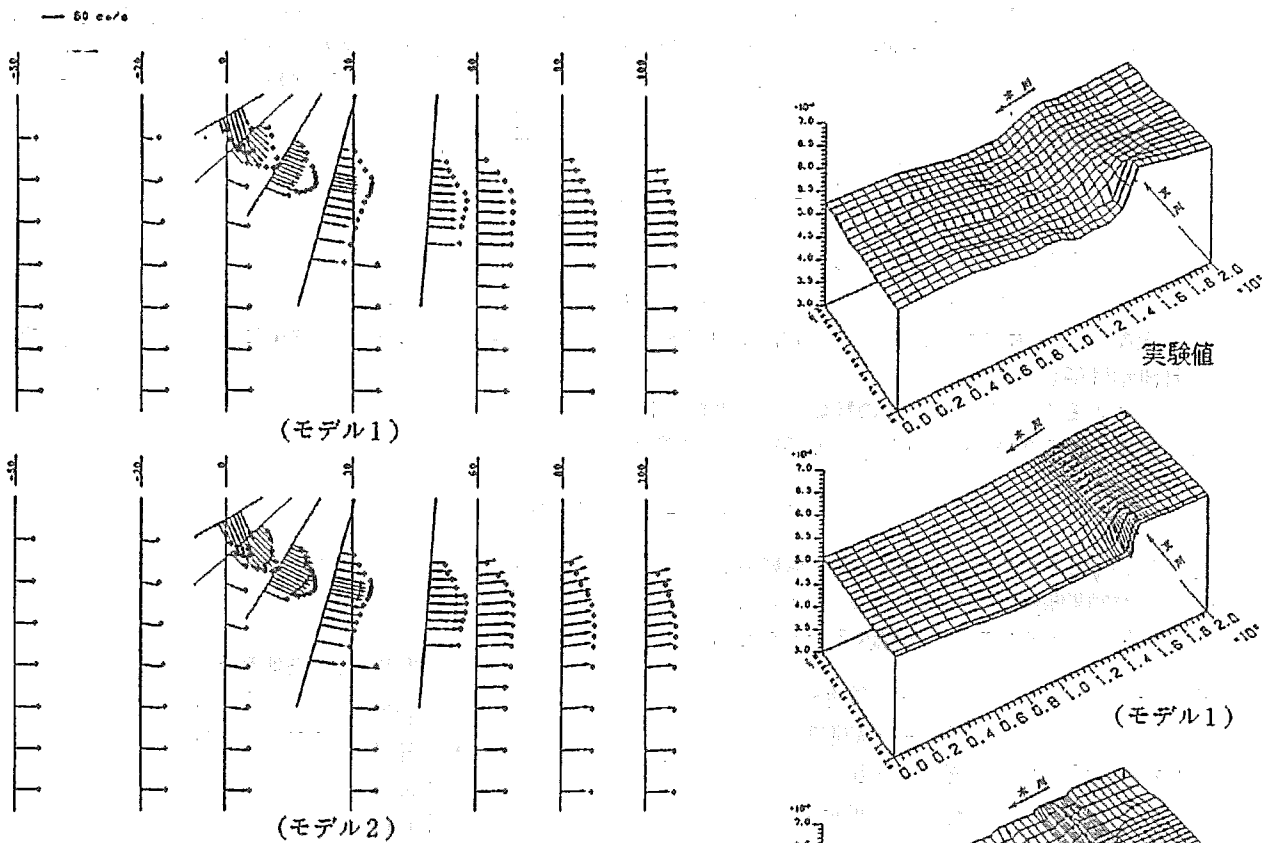


図-2 実験値との流速ベクトル比較図

あとがき 風上差分法による2次元浅水流モデルの数値計算では流れの急変部が精度良く再現出来ない傾向があったが、MacCormack法によって精度の向上が図れた。今後さらに研究を進め、より適用範囲の広い数値計算モデルの確立を目指したい。なお、MacCormack法による計算法については北海道大学森明巨先生よりご指導を頂いた、また同大学板倉忠興先生から貴重な実験データの提供を頂いた。ここに記し、謝意を表す。

参考文献

- 1) 清水康行、板倉忠興：河川における2次元流れと河床変動の計算、北海道開発局土木試験所報告第85号、1986。
- 2) 板倉忠興：河川における乱流拡散現象に関する研究、北海道開発局土木試験所報告第83号、1984。
- 3) Garcia, R. and Kahawita, R.: Numerical solution of the St. Venant equations with the MacCormack finite-difference scheme: International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol6, 1986.

図-3 水面形比較図