

非線形分散波方程式を用いた河川を遡上する波の特性に関する研究

中央大学大学院 学生員 山田 拓也 (独)北海道開発土木研究所 正会員 安田 浩保
 中央大学理工学部 正会員 岡田 将治 中央大学理工学部 正会員 山田 正

1. 目的 近年,大規模地震に伴う津波災害に対する危機管理体制の充実が図られている.一方で,津波の河川遡上に対する研究及び災害対策は殆ど実施されていない.また潮汐変動,洪水時ゲート操作,高潮,冬季波浪入射等による河川遡上波の発生事例があるが,その遡上特性も十分に解明されていない.本研究では,河川遡上波に対して波の非線形性及び分散性を考慮した1次元波動伝播数値実験を行い,河川遡上波の入射波第一波及び後続波の分裂による水位上昇率及び長距離遡上特性に関して考察を行った.

2. 基礎方程式 河川遡上波の非線形性及び分散性を考慮するために,基礎方程式として以下の式を用いた.

$$\text{連続式 } \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0(1) \quad \text{運動方程式 } \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{D^2}{3} \frac{\partial^3 Q}{\partial x^3} - \frac{gn^2 Q |Q|}{D^{7/3}}(2) \quad \text{渦粘性項 } \varepsilon_z \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} (3)$$

η :水位, Q :単位幅流量, D :全水深, ρ :水の密度, τ_0 :河床剪断応力, n :マニング粗度係数, g :重力加速度, ε_z :渦動粘性係数

3. 数値解析手法 本研究における数値解析手法には,浅水理論式に分散項を加えた非線形分散波方程式を安定かつ高精度で解析を行うのに最適だと考えられる二段階混合差分法を用いる.この差分法は,一段目に水面勾配項の影響をLeap-frog法に基づくExplicitスキームを用いて中間流量 Q^* を計算する.二段階目に中間流量 Q^* を用いて移流項及び分散項の影響をImplicitスキームにより中間流量 Q^{**} の計算後, Q^{**} を用いて河床せん断応力を陰的に計算し次のタイムステップに於ける最終流量値を決定する.この差分法では,基礎方程式の全項に対して時間・空間に中央差分を用いているため高精度で安定な計算が可能となる.浅水理論式の数値解析にはLeap-frog法を適用し移流項には風上差分を用いた.

4. 初期条件及び境界条件 本研究の数値実験の為に設定した河川には,全区間で河床勾配 1/5000,マニングの粗度係数 0.030 を与えた.初期条件としては,上流端境界において一定単位幅流量を,下流端境界条件に一定水位を与え,定常状態の各地点における水位及び流量の値を河川全域に対して与えている.境界条件は,上流端境界条件として一定単位幅流量を与えている.下流端境界条件は河口部からの遡上波の入射を表現するためにタイムステップごとに変化する水位を与えている.実験条件は上流端において一定単位幅流量 1.5m²/s,河口部からの波の入射は下流端境界条件として下流端水深 5m からの水位変動により与えた.河口部での入射波は振幅 0.2m, 0.5m, 0.75m 及び周期 240 秒(波長約 1680m), 360 秒(波長約 2520m)を組み合わせた計 6 ケースの正弦波を入射させた場合,及び振幅 0.5m, 上昇時間 90 秒で正弦関数に従い水位を上昇させ,水位最大値で固定した場合を行った.

5. 数値実験結果 (a) 波の前傾化及び分裂 下流端から波高 0.75m, 周期 240 秒の波を入射した場合の浅水理論式及び非線形分散波方程式(浅水理論式+分散項)による遡上波を図 1 に示す.経過時間 150 秒までは両者に大きな違いは見られず,波の非線形性により波頭が前傾化していることが解る.経過時間 300 秒では波頭の前傾化がさらに進み,非線形分散波方程式では波前面において波の分裂が生じていることが解る.経過時間 450 秒及び 600 秒において浅水理論式では波の前傾化に伴い急峻な段波面を形成しているが,非線形分散波方程式では分裂により進行方向前面に波高の高い波が発生していることが解る.1050 秒経過後,浅水理論式と非線形分散波方程式の最大水位は大きく異なり,また遡上波第一波に比べ後続の波の波高は高く,分散後の波の数も多いことがわかる.また,浅水理論式では段波面の波頭に高周波成分が見られた.

(b) 分裂後の波形 遡上波の分散により発生した波の波形に関して図 2 で考察する.遡上波の分裂により発生した波群の第一波の波形について,浅い水の表面を伝播する波の非線形性及び分散性を考慮するコールテヴェーク-ドフリース方程式(以下 K-dV 方程式)のソリトン解との一致を調べた. K-dV 方程式のソリトン解として(4)式を用い,数値計算より求めた分裂後の波形に最適に適合する係数 a~e を求めた.式(4)から式(5)を得る.

$$u = a + b \operatorname{sech}^2(c(dx+e)) \quad (4)$$

$$u = -0.010 + 0.48 \operatorname{sech}^2(0.27(0.67x - 0.11)) \quad (5)$$

式(5)より,非線形分散波方程式を基礎式とする遡上波の分裂後に発生した波形は, K-dV 方程式のソリトン解に良く一致している.他の分裂後の波に関して同様の検討を行った所,いずれもソリトン

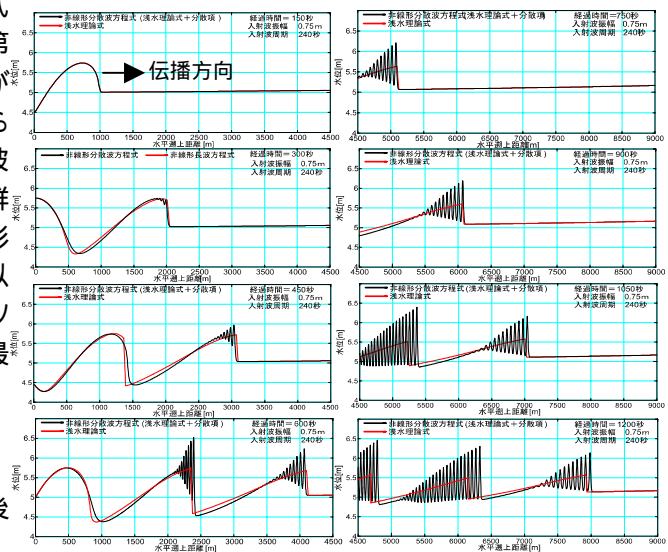


図 - 1 浅水理論式及び非線形分散波方程式による波形の違い

他の分裂後の波に関して同様の検討を行った所,いずれもソリトン
 キーワード 遡上波 分散 非線形分散波方程式 二段階混合差分法 ソリトン
 連絡先 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部 TEL03-3817-1805 E-mail:y-takuya@civil.chuo-u.ac.jp

解と良い一致を示した。(a)及び(b)より、入射波は遡上に伴い前傾化してソリトン分裂し複数のソリトンを発生させると考えられる。また、河川遡上波の数値計算では波の非線形性と共に分散性による波高の増大効果を考慮できる非線形分散波方程式を用いて解析を行う必要があることがわかる。下流端から正弦周期波を入射した場合の各地点における第一波及び全遡上波による水位上昇率及び波の分散地点を図-3に示す。水位上昇率の変化の急激な地点は、波の分散により入射波に比べ波高の高い波が発生していることを示している。水位上昇率低減部における振動は、先行の波に後続の波が追いついたために波の干渉を受けたものである。(c)入射周期を変化させた時の最大水位上昇率と分散地点

入射振幅を固定して周期120秒,240秒,360秒で入射させた図-3のA,Bについて見る。A,Bより同振幅の波を入射した場合、短周期波を入射させた場合の最大水位上昇率は、長周期波を入射させた場合の最大水位上昇率より大きいことがわかる。また入射地点から波の分散地点までの遡上距離では、長周期波に比べ短周期波の方が短い遡上距離で分散していることがわかる。これは同振幅の波でも、短周期波は長周期波に比べ前傾化による波前面の急峻化に要する距離が短いためだと考える。(d)第一波及び全遡上波による水位上昇率の差異 図-3のA,Bで遡上波の第一波に依る各地点の水位上昇率(第一波水位上昇率)と各地点の全遡上波による最大の水位上昇率(全時間水位上昇率)を比較する。第一波水位上昇の最大値と全時間水位上昇の最大値を比較すると、全時間水位上昇の最大値の方が入射波振幅の5~8割程大きな値をとることから、遡上波の第一波より波高の高い後続波が遡上する可能性があることが解る。(e)入射振幅を変化させた時の最大水位上昇率と分散地点

入射波周期240秒,360秒において入射振幅0.2m,0.5m,0.75mの波を遡上させた場合の水位上昇率を図-3のC,Dに示す。入射波振幅0.5m及び0.75mの第一波及び全遡上波の最大水位上昇率は分裂及び遞減において同じ傾向を示していることがわかる。また入射波振幅0.2mの場合の分散地点及び水位上昇率は入射波振幅0.5m及び0.75mに比べ、第一波及び全遡上波による最大水位上昇率の両者とも小さいことわかり、入射波振幅0.2mの場合、入射波の分散による水位上昇が小さいと考えられる。(f)入射地点の違いによる水位上昇及び分散地点の違い

地点Aから波高0.5mの正弦周期波を入射した場合の水位上昇率を図-4に示す。地点Aにおいて入射した波の水位上昇率より分散地点は一致しないことがわかる。両者の分散による全時間水位上昇率について見ると、地点Aから入射した波による最大水位上昇率は地点Bから入射した場合より大きい。従って河川を遡上する波は、河川の特定の地点において分散するのではなく、遡上に伴う非線形性による前傾化により分散効果が卓越した時に分散することが解る。また水深の大きさが波の分散による水位上昇に関係していると考えられる。(g)渦粘性による遡上波の波形変化

式(2)に鉛直方向渦粘性を加え、渦粘性係数を変化させた場合の遡上波の波形の差異について図-5に示す。波の入射は下流端で正弦関数に従う水位上昇後、水位最高値で水位を固定した。分散後の波長を見ると、渦粘性の大きさの違いによる波長の変化は見られない。渦粘性が大きい場合、分散による波高増幅は渦粘性の効果により抑制されていることがわかる。また黒の実線で示す渦粘性が最も大きい場合には、波の急峻化が抑えられ、分散せずに段波面を保ったまま遡上することがわかる。

参考文献: 安田 浩保,山田 正,後藤 智明:スルースゲートの閉鎖に伴い発生する段波の水理実験とその数値計算,土木学会論文集II 巻:733 巻号:11-63号 頁:89-106頁

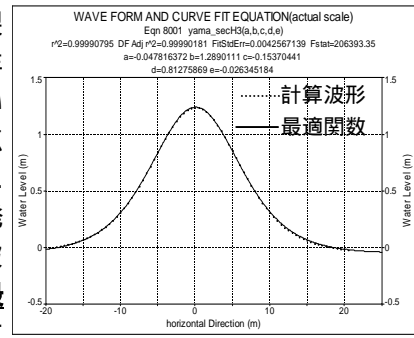


図-2 分散波の波形関数

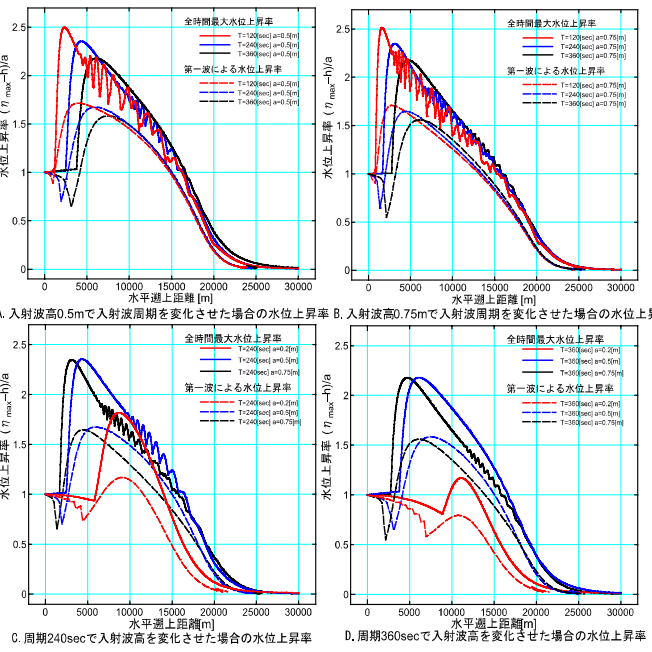


図-3 水位上昇率図

水位上昇率は波による定常水位からの水位上昇高さ(m)を入射波の振幅(m)で割った値と定義する。

$$\text{水位上昇率} = \frac{(\eta_{\max}(x) - h(x))}{a}$$

$$h: \text{定常水深}, \max: \text{最大水位}, a: \text{入射振幅}$$

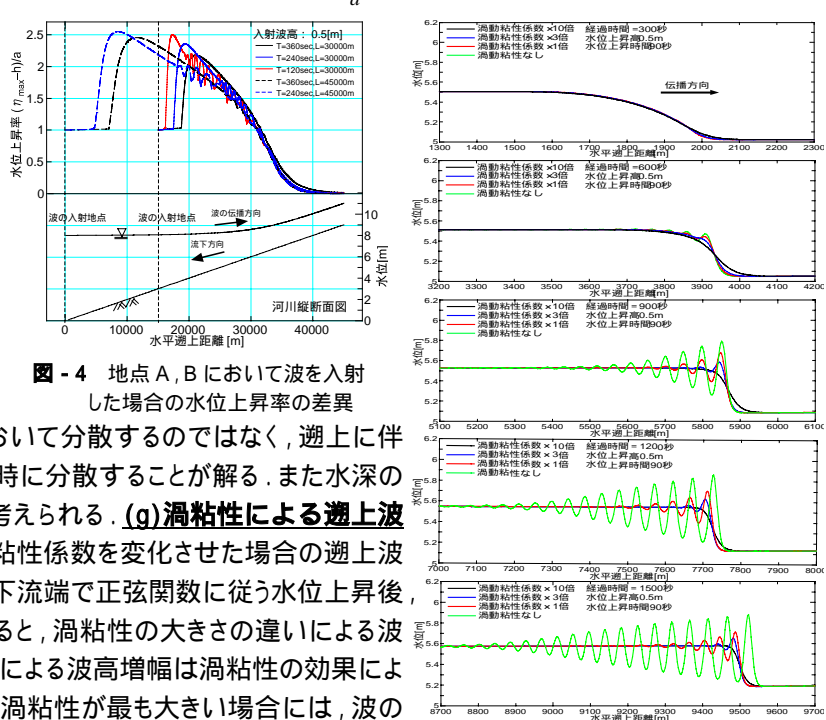


図-5 渦粘性による波形変化