

# CIP法を用いた急勾配複断面蛇行水路の 数値計算

## NUMERICAL SIMULATION OF MEANDERING COMPOUND CHANNEL FLOW WITH STEEP GRADIENT BED USING CIP METHOD

横山 洋<sup>1</sup>・清水 康行<sup>2</sup>

Hiroshi YOKOYAMA and Yasuyuki SHIMIZU

<sup>1</sup>正会員 工修 北海道開発局開発土木研究所 環境水工部 (〒062-8602 札幌市豊平区平岸1条3丁目)

<sup>2</sup>正会員 工博 北海道大学大学院工学研究科助教授 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

It is important for river planning and improvement to predict flows in steep gradient slope river. In this study, we apply 2-D shallow water equation model to the experiment of meandering compound channel flow with steep gradient bed. We use CIP method, which can simulate the unsteady and rapid flow without the numerical viscosity.

We examine the characteristics and application of this model. The result of simulation can describe water level and velocity, but cannot describe the detail of change about water level. We also estimate bed shear stress and vortex from this simulation.

**Key Words :** numerical simulation, meandering compound channel, steep gradient river, CIP method, 2-D shallow water equation model

### 1. 序論

我が国では河川の平野部に人口ならびに資産が集中しており, 扇状地河川の周辺においても多くの都市が発達している. これら扇状地河川の特徴として, 洪水時には急流のため流れが非常に大きいエネルギーをもち, 衝撃波が発生するなど危険な流況が見られる. このような急勾配河川においても流路の安定化, 洪水時の堤防の保護などを目的として複断面化が進んでいる.

複断面蛇行流れでは低水路と高水敷間で流れの流入があるために流れの混合が生じ, また高水敷高さより上層と下層で大きく流れが異なる<sup>1)</sup>. さらに福岡らは模型実験により, 急勾配複断面蛇行河道の水理特性として低水路の水面変動が大きいこと, 流れが低水路に集中し, 大きな外力が河岸に作用することをあげている<sup>2), 3)</sup>. このような複雑な流れを有する急勾配複断面蛇行河川の流れを数値計算により予測することは, 適切な河道設計・

管理に有効である.

複断面流れの数値計算に関する研究は現在まで数多く行われている. これらの中で複断面急流河川を対象とした例をあげると, 川島ら<sup>4)</sup>は床止工周辺の流れと河床変動をマコーマック法による2次元平面計算で解き, 床止工付近の流況ならびに河床変動を検討している. 清水ら<sup>5)</sup>は急流河川の床止工実験を対象にCIP法を用いた2次元浅水流モデルによる河床変動計算を行い, 流れの急変部の再現性も含め検討を行っている. 高畑ら<sup>6)</sup>は複断面蛇行水路実験<sup>2)</sup>を対象に非静水圧3次元計算を行い, 流れ場の構造を再現している.

複断面蛇行流のように, 流れが水平方向に加え鉛直方向にも混合している場の計算は, 本来圧力を非静水圧分布で考慮した3次元計算でなければ流れの構造を精度よく表現できないことが示されている<sup>7)</sup>. しかし非静水圧3次元計算は平面2次元計算と比較して膨大な計算量となり, また計算方法も複雑なものとなる. そのため実河川での適用には2次元浅水流計算が実用的であると考える.

本論は2次元浅水流モデルにより急勾配複断面蛇行流れの計算を行い、本計算手法による流れの再現範囲について検討を行った。また本計算結果をもとに、急勾配複断面蛇行流路の河道計画において考慮する必要のある現象を考察する。

## 2. 計算方法

流れの数値計算において移流項には安定性の高い風上差分法が現在まで多く適用されてきた。しかし風上差分は数値粘性を有するため、波形が伝播するに従い減衰する。そのため流れが急激に変化する場では十分な計算精度が得られない問題がある。そこで本研究では波形の減衰が生じないCIP法<sup>8)</sup>を用いる。CIP法の特徴としては、基礎式が保存形表示でないにもかかわらず保存性を満たすこと、常射流が混在する流れにおいて人工粘性項を導入しなくても安定した非定常計算が行える利点がある<sup>9)</sup>。

本論では、以下に示す直交曲線座標系による2次元浅水流方程式により計算を行った。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial s} + \frac{\partial(vh)}{\partial n} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{2uv}{r} = -g \frac{\partial H}{\partial s} - \frac{gn_b^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^3} + \frac{\partial}{\partial s} \left( v_t \frac{\partial u}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( v_t \frac{\partial u}{\partial n} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} - \frac{u^2}{r} = -g \frac{\partial H}{\partial n} - \frac{gn_b^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^3} + \frac{\partial}{\partial s} \left( v_t \frac{\partial v}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( v_t \frac{\partial v}{\partial n} \right) \quad (3)$$

ここでs: 流下方向, n: 横断方向, r: 曲率半径, u, v: s方向, n方向の水深平均流速, H: 水位, h: 水深, g: 重力加速度,  $n_b$ : 底面粗度係数, r: 曲率半径,  $v_t$ : 渦動粘性係数である。

計算は中山ら<sup>9)</sup>と同様に運動方程式に関して、移流項とそれ以外の項の分離解法により、式(4)~(6)、式(7)~(8)、及び式(10)~(11)の3ステップに分離している。ここで  $t$  は計算の時間間隔、各変数右上の添字nは時刻n  $t$  での値、 $\hat{\phantom{x}}$  は第1ステップ計算後、 $\tilde{\phantom{x}}$  は第2ステップ計算後の値であることを示している。

まず第1ステップでは重力項と摩擦項ならびに直交曲線座標変換に起因する項(遠心力など)と連続式を連立させる。

$$\frac{\hat{u} - u^n}{\Delta t} = -g \frac{\partial H}{\partial s} - \frac{gn_b^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^3} - \frac{2uv}{r} \quad (4)$$

$$\frac{\hat{v} - v^n}{\Delta t} = -g \frac{\partial H}{\partial n} - \frac{gn_b^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^3} + \frac{u^2}{r} \quad (5)$$

$$\frac{h^{n+1} - h^n}{\Delta t} + \frac{\partial(\hat{u}h^{n+1})}{\partial s} + \frac{\partial(\hat{v}h^{n+1})}{\partial n} = 0 \quad (6)$$

続いて第2ステップでは、拡散項を計算する。

$$\frac{\tilde{u} - \hat{u}}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial s} \left( v_t \frac{\partial u}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( v_t \frac{\partial u}{\partial n} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\tilde{v} - \hat{v}}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial s} \left( v_t \frac{\partial v}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( v_t \frac{\partial v}{\partial n} \right) \quad (8)$$

なお渦動粘性係数  $v_t$  の表現については、LESなど様々な乱流モデルがあるが、諸係数の決定や計算の過程が煩雑になることが考えられる。本計算モデルでは可能な限り特別な諸係数を用いることなく、また簡単な手法で計算を行うことを目的としている。そのためここでは広く用いられている以下の式で  $v_t$  を表す。

$$v_t = \frac{\kappa}{6} U_* h \quad (9)$$

ここで  $\kappa$ : カルマン定数 ( $\kappa=0.4$ )、 $U_*$ : 摩擦速度、 $h$ : 水深である。

続いて第3ステップでは移流項を計算する。このときCIP法を用いる。

$$\frac{u^{n+1} - \tilde{u}}{\Delta t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial s} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial n} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{v^{n+1} - \tilde{v}}{\Delta t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial s} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial n} = 0 \quad (11)$$

境界条件は上下流端で流速u, v, 流速勾配  $u'/s$ ,  $u'/n$ ,  $v'/s$ ,  $v'/n$ , 水深hについて周期境界条件を設定している。側壁ではスリップ条件を設定し、壁面近傍の流速の2乗に比例する摩擦が作用するものとして表した。側壁の流速勾配はスリップ条件から算出している。

## 3. 計算モデルの適合性検討

計算モデルの適用性検証のため、福岡らの行った急勾配固定床複断面蛇行実験<sup>2), 3)</sup>を対象に再現計算を行った。

福岡らの実験条件を表-1に、実験水路の1波長分を図-1に示す。実験水路は水路幅2.2m, 低水路は幅0.5mの矩

表-1 福岡らの実験条件(参考文献2)から引用)

水面勾配	1/300
流量(l/s)	33.7
低水路の平均水深	7.6cm
高水敷の平均水深	3.0cm
相対水深Dr	0.4
低水路の平均フルード数	0.72

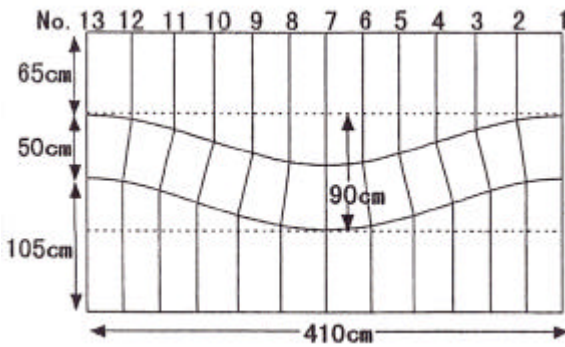


図-1 実験の測定断面(参考文献2)から引用)

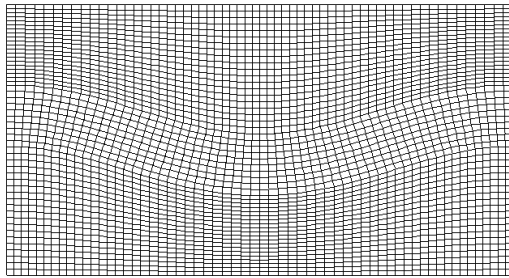


図-2 計算メッシュ

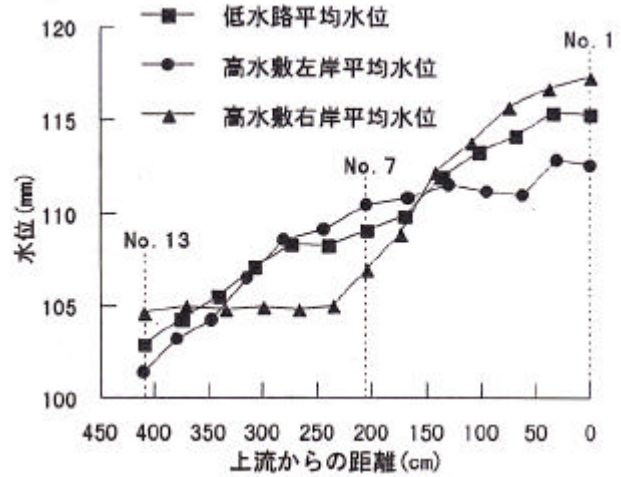
形断面で一定の蛇行度1.02をもつ複断面蛇行水路である。粗度係数は低水路で0.012, 高水敷で0.02である。計算においてもこの粗度係数を用いた。

計算では蛇行1波長分の水路を, 流下方向に60分割, 横断方向に50分割(低水路10分割, 高水敷左岸・右岸ともに20分割)して計算を行った。計算格子を図-2に示す。計算の時間間隔は  $t = 0.005$ 秒で, 計算がほぼ収束する240秒後まで行った。本文中特に断りのない計算結果の水深・流速は計算がほぼ収束状態になったときの30秒間平均値である。

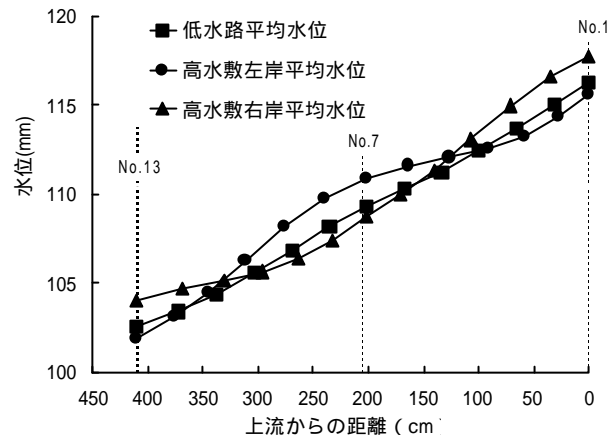
(1)水位の縦横断分布

まず水位について検証する。図-3は低水路と高水敷左岸・右岸の平均水位の縦断変化を示したものである。実験では変曲点のやや下流断面で高水敷左岸と右岸の水位が逆転して, 高水敷幅の狭い側で水位が高くなっている<sup>2)</sup>。計算結果でも実験と同様の傾向が表されている。

また図-4は実験値と計算値の水位コンターである。実験では低水路から高水敷に流出する部分(No.1~No.7右岸側およびNo.7~No.13左岸側)で縦断方向に水面勾配が大きくなっている。一方高水敷から低水路へ流入する

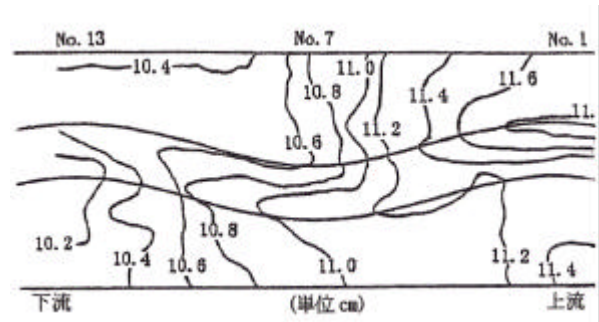


(a)実験結果(参考文献2)から引用)

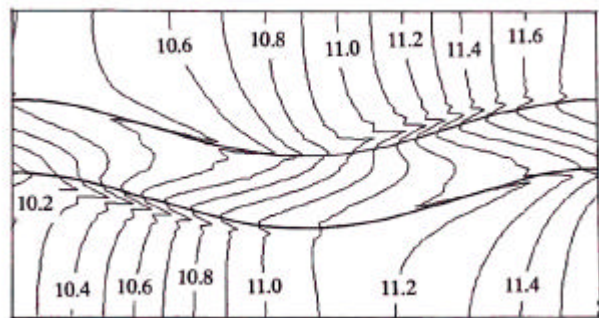


(b)計算結果

図-3 低水路, 高水敷の平均水位の縦断分布

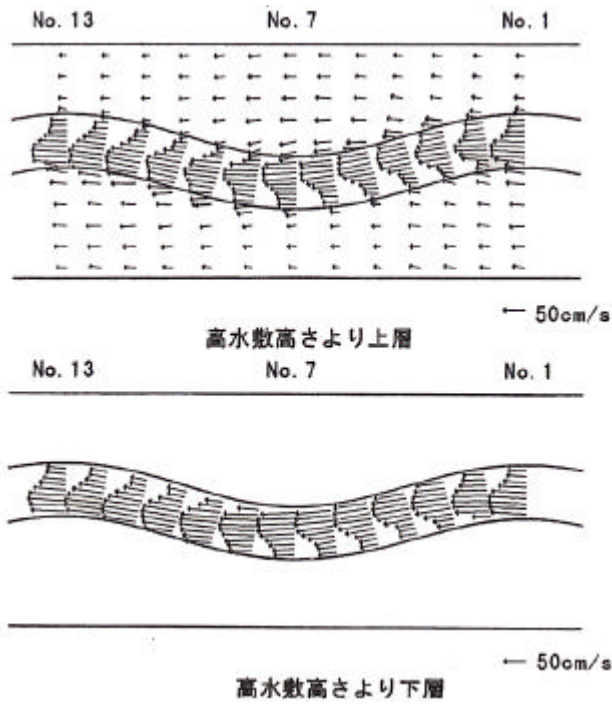


(a)実験結果(参考文献2)から引用)



(b)計算結果

図-4 水位コンター(単位: cm)



(a)実験結果(参考文献2)から引用)

(b)計算結果

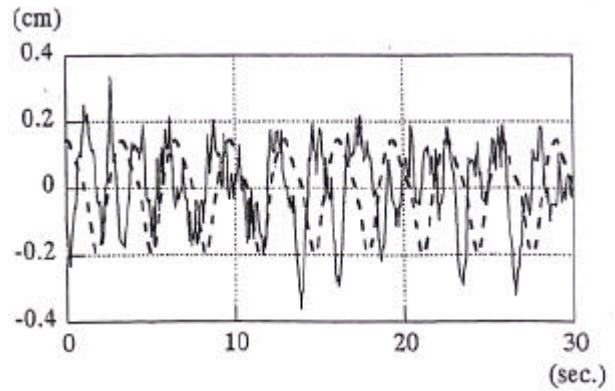
図-5 流速ベクトル

部分(No.1~No.7左岸側およびNo.7~No.13右岸側)では縦断方向に水面勾配が小さくなっている。また低水路外岸寄りで水位が高く、内岸寄りでは低くなっていることが実験から明らかにされている<sup>2)</sup>。計算結果は実験で示された水位分布の特徴を概ね再現している。

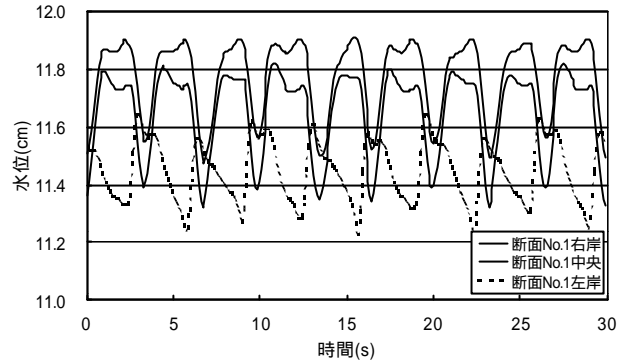
#### (2)流速ベクトル

図-5は流速ベクトルについて、実測値<sup>2)</sup>と計算値を示したものである。なお実測値は高水敷高さより上層と下層に分けた各々の平均値であり、計算値は全水深の平均値である。計算値は実験と同様、最大流速が低水路の内岸から内岸の最短経路に生じている。また計算は高水敷から低水路への流入及び低水路から高水敷への流出部の流れの傾向も再現している。以上より本計算モデルは実験の流れをおおよそ再現可能であることが示された。

### 4. 数値計算による流れの構造の考察



(a)実験及び非静水圧3次元解析(参考文献6)から引用)



(b)本モデルによる計算

図-6 断面No.1低水路中央部の水位変動

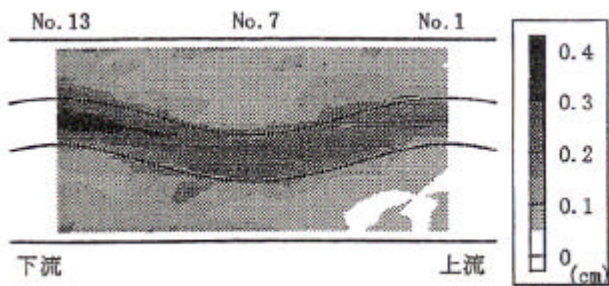
続いて本モデルによる計算結果をもとに、急勾配複断面蛇行流れにおける河道の受ける影響について考察する。  
(1)水位変動

急流河川における流れの特徴の1つに、三角波など水面形の大きな変動があげられる。そこで本計算結果をもとに、水位変動の特徴を検討する。

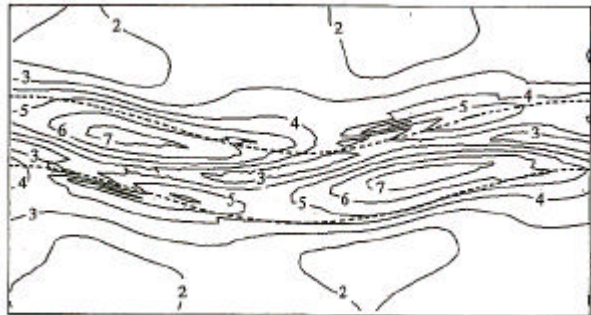
図-6(a)は断面No.1の低水路中央における実験結果ならびに非静水圧3次元計算による水面変動<sup>6)</sup>である。また図-6(b)は最大曲率断面にあたる断面No.1低水路部左岸と右岸及び中央における水位の時間変化を示している。本モデルの計算結果を見ると水位は規則的に変動しており、平均周期は約3.3秒であった。図-6(a)と比較すると、本計算モデルによる水位変動周期は非静水圧3次元計算結果とほぼ同じである。なお実験では計算よりもさらに短い周期で水位変動しており、その波形も計算結果に比べ複雑である。これは計算では周期境界条件を設定しており、また計算格子の大きさより小さいスケールの変動量は十分考慮できないなど、諸条件が実験とは同一ではないことが原因として考えられる。

図-7(a)は実験による水位変動幅、(b)は計算収束後30秒間での水位変動幅の分布を示したものである。計算は実験に比べ水位変動値が大きく出ているが、低水路の水位変動は高水敷に比べ大きいという実験結果の特徴<sup>3)</sup>を捉えている。また計算結果を見ると、高水敷流れが低水路に流入する箇所に当たる断面No3~5左岸側及び断面





(a)実験結果(参考文献3)から引用



(b)計算結果(単位: mm)

図-7 水位変動コンター

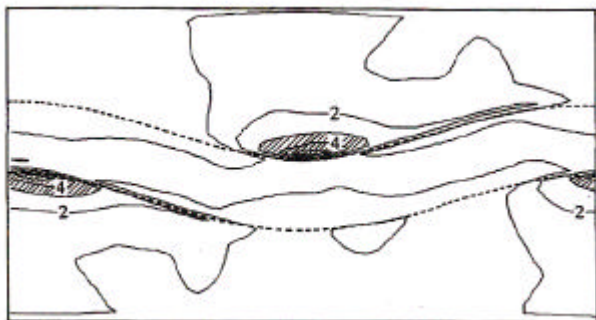


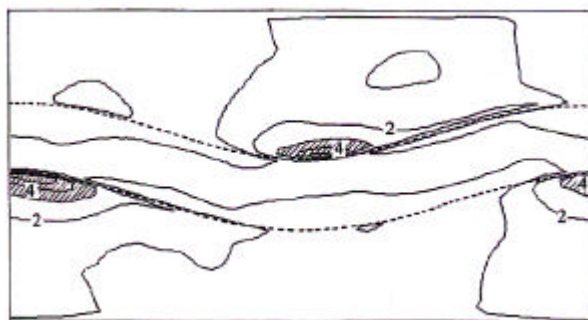
図-8 時間平均値から算出した底面摩擦(単位:  $10\text{cm}^2/\text{s}^2$ )

No.9~11の右岸側では特に水位変動が大きい。すなわち遅い高水敷流れが速い低水路流れに入り込む際に大きな運動量損失が生じ、水面変動にあらわれると考えられる。実験では、変曲断面下流の低水路蛇行外岸側から高水敷に向かって衝撃波が生じることが報告されている<sup>3)</sup>。本計算結果は、低水路外岸側の大きな水位変動が周期的に生じることが衝撃波の要因であることを示している。

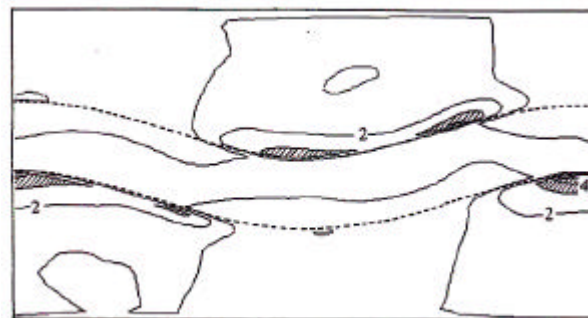
## (2)底面摩擦の算定

続いて本計算結果をもとに算出した底面摩擦について考察する。図-8は収束後30秒間の計算結果時間平均値による底面摩擦である。また図-9は本モデルの計算結果から求めた水位変動周期の約1/4である0.8秒毎に、底面摩擦を示したものである。なお図-8、図-9中では底面摩擦を摩擦速度の2乗で表しており、単位は $10\text{cm}^2/\text{s}^2$ である。ハッチングされている領域は $30\text{cm}^2/\text{s}^2$ 以上であり、これは最大値の約5割である。

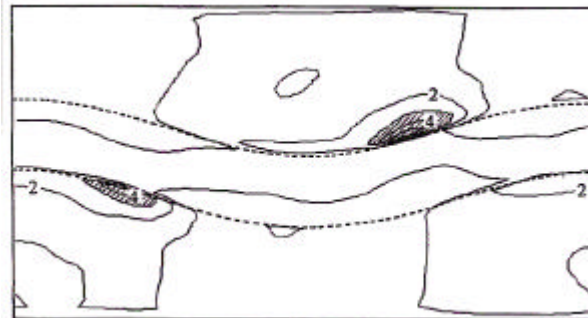
図-8で30秒平均から算出した底面摩擦を見ると、最大



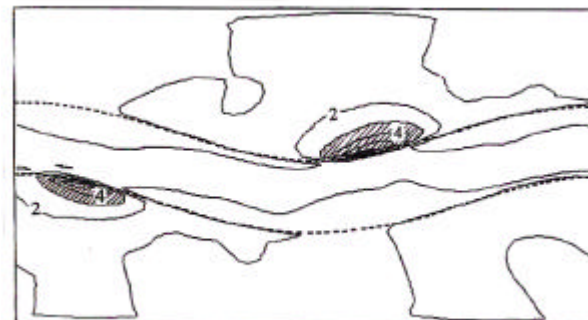
(a)  $t=0$



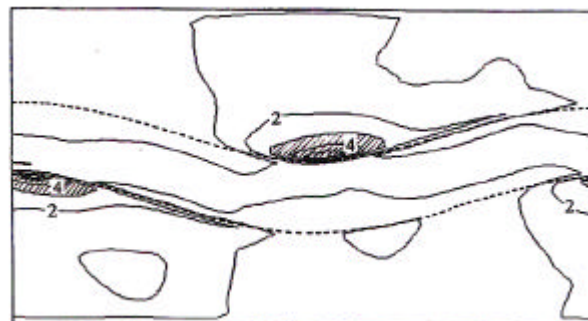
(b)  $t=0.8(\text{s})$



(c)  $t=1.6(\text{s})$



(d)  $t=2.4(\text{s})$



(e)  $t=3.2(\text{s})$

図-9 底面摩擦の時間変化(単位:  $10\text{cm}^2/\text{s}^2$ )

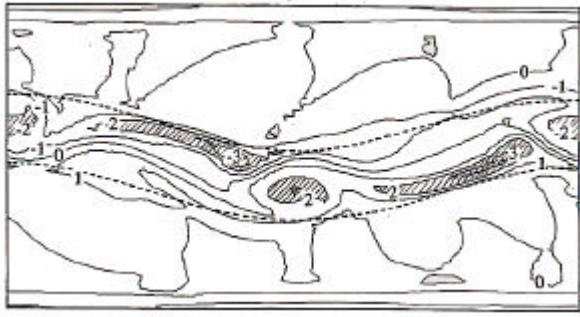


図-10 渦度分布 ( $t=0$ : 単位 $1/s$ )

曲率断面であるNo.1, 7, 13の外岸側に底面摩擦の著しい領域が見られる。一方図-9で底面摩擦の時間変化を見ると、最大値は変曲点から最大曲率断面までの内岸側(断面No.4~No.7右岸側及び断面No.10~No.13左岸側)で低水路に接した高水敷上で生じている。また断面No.4~No.7間に着目すると、底面摩擦が顕著な領域は変曲断面付近で生じ、低水路内岸側に沿って最大曲率断面までその範囲を広げながら移動し、その後消滅する様子が見られる。すなわち時間平均値で算出した底面摩擦が小さい箇所においても、大きな底面摩擦が周期的に生じている。これは底面摩擦の評価には流れの非定常性を考慮することが必要なことを示している。

また図-10に計算値から求めた渦度分布を示す。ここでは紙面の都合上、図-9で $t=0$ に該当する時刻の結果のみを示す。ハッチングしている箇所は、絶対値の最大値に対して5割以上の大きさの渦度が発生している領域である。渦度の最大値は高水敷流れが流入する低水路部分で見られる一方、低水路流れが高水敷に流出する付近では、渦度は小さい。図-9と比較すると、渦度が卓越する箇所では底面摩擦が小さく、逆に底面摩擦が卓越する箇所では渦度は小さい。これは低水路から高水敷に流出する箇所では高水敷流れも比較的速いのにに対し、高水敷から低水路に流入する箇所では流速・流向の差が大きく、渦度が大きくなるためと考えられる。

なお実河川は河床変動があるため、流れは洗掘箇所に集中すること、また河床変動には3次元的な流れが影響することから、このような評価は河床や河岸に作用する正確な外力を計算したものではない。しかし底面摩擦の計算値が大きい箇所では低水路河岸や高水敷の被災が予測され、平面渦も河道内の抵抗や物質輸送に影響する。非定常2次元浅水流計算によるこのような検討は、河道内の土砂輸送・堆積や河床洗掘、河岸浸食箇所を予測する上での1つの指標になると考える。

## 5. 結論

本論では2次元浅水流モデルによる急勾配複断面蛇行流れの再現性について検討した。得られた結果の概要は以下のとおりである。

(1)CIP法を用いた2次元浅水流モデルを模型実験に適用し、複断面蛇行水路の平均的な流れを再現できた。

(2)急流流れの特徴の1つである水位変動について計算結果の検討を行った。水面変動は低水路が高水敷に比べ大きくなっており、実験結果の特徴を捉えている。しかし水位変動幅、周期は実験結果を再現できなかった。

(3)計算結果をもとに底面摩擦及び渦度を算出した。時間平均した計算値から算定した底面摩擦では、顕著な領域は最大曲率断面内岸側のみであった。一方底面摩擦の時間変化を見ると、変曲断面から低水路内岸側に沿って最大曲率断面まで最大底面摩擦が周期的に発生する状況が計算で示された。

なお今回の計算モデルによる結果は模型実験を対象とした現象の考察であり、実用的なモデルにするには現地河川における水理現象との比較検証が必要である。今後、本モデルを河床変動ならびに土砂輸送を考慮したものに改良し、実河川を対象に再現計算を行い、現地での現象との関連、計算の適用性を検討する予定である。

## 参考文献

- 1)福岡捷二, 大串弘哉, 加村大輔, 平生昭二: 複断面蛇行水路における洪水流の水理, 土木学会論文集No.579/ -41, pp83-92, 1997
- 2)福岡捷二, 高畑洋, 岡部博一, 柳本千早: 急勾配複断面蛇行流れの水面形と水面変動, 水工学論文集第43巻, pp317-322, 1999
- 3)柳本千早, 福岡捷二, 岡部博一, 關浩太郎: 勾配の大きな複断面蛇行河道の水面変動, 土木学会第54回年次学術講演会発表概要集, 第2部, pp186-187, 1999
- 4)川島幹雄, 福岡捷二: 床止め工周辺の河床変動計算法に関する研究, 水工学論文集第39巻, pp689-694, 1995
- 5)清水康行, 藤田睦博, 平野道夫: 連続床止工を有する複断面河道における流れと河床変動の計算, 水工学論文集第43巻, pp683-688, 1999
- 6)高畑洋, 渡辺明英, 福岡捷二: 急勾配複断面蛇行水路の流れ場の数値計算, 土木学会中国支部第51回研究発表会発表概要集, pp253-254, 1999
- 7)福岡捷二, 渡辺明英: 複断面蛇行水路における流れの3次元解析, 土木学会論文集No.586/ -42, pp39-50, 1998
- 8)Yabe,T, Ishikawa,T.: A Multidimensional Cubic-Interpolated Pseudoparticle (CIP) Method without Time Splitting Technique for Hyperbolic Equations, Journal of The Physical Society of Japan, Col.59, No.7, pp2301-2304, 1990
- 9)中山恵介, 佐藤圭洋, 堀川康志: CIP法を用いた浅水流方程式の数値計算手法の開発, 水工学論文集第42巻, pp1159-1164, 1998

(2000.10.2受付)

