

現場のための水理学 (3)

—— 掃流砂と河床変動 ——

荒井信行 清水康行

3. 流砂に関する基本的事項

河床上にある水深で水が流れると、河床の潤辺には単位面積当たり τ_0 のせん断力が水塊に対して流れと逆方向に働き、一方、流れは潤辺に対して流れと同方向に τ_0 の力を及ぼす。したがって、河床が非粘着性の砂礫で構成されている場合には、この力は砂礫粒子を下流へ押し流そうとするので、この τ_0 を「掃流力」(河床せん断力)と呼んでいる。

図-3.1のように、河床勾配 i_b の河川に等流状態で水が流れるとき、流下方向に長さ l の区間を考えると、以下に示す手順により掃流力 τ_0 が定義される。

l 区間の水塊の容積 V_l は、流積を A として次式で示される。

$$V_l = Al$$

l 区間の水塊の重量 W は、水の密度を ρ 、重力加速度を g として次式で表わされる。

$$W = \rho g V_l = \rho g Al$$

したがって、 W の斜面方向の成分は次式となる。

$$W_x = W \sin i_b \doteq W i_b = \rho g Al i_b$$

一方、 l 区間の潤辺 S に加わる全せん断力 T は、次式のように表わされる。

$$T = \tau_0 Sl$$

したがって、等流状態では流速は一定であるから、 $W_x = T$ 、すなわち、

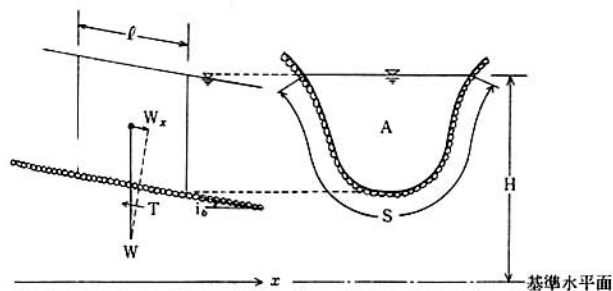


図-3.1 掃流力の定義図

$$\rho g Al i_b = \tau_0 Sl$$

となり、上式から掃流力 τ_0 は、径深を $R (= A/S)$ として、

$$\tau_0 = \rho g \frac{A}{S} i_b = \rho g R i_b \quad (3.1)$$

で表わされる。

なお(3.1)式は不等流においても、河床勾配 i_b の代わりにエネルギー勾配 i_e を用いると、近似的に次式で表わすことができる。

$$\tau_0 = \rho g R i_e \quad (3.2)$$

ただし、 $i_e = -\frac{d}{dx} \left(\frac{\alpha V^2}{2g} + H \right)$ 、 H ：基準水平面からの

水位、 V ：平均流速、 α ：エネルギー補正係数、 x ：流下方向の座標軸

掃流力 τ_0 を流速の次元で次式のように定義したものを「摩擦速度」といい、 u_* で表わす。

$$u_* = \sqrt{\tau_0 / \rho} = \sqrt{g R i_e} \quad (3.3)$$

したがって、掃流力 τ_0 は、

$$\tau_0 = \rho u_*^2 \quad (3.4)$$

とも書くことができる。

流砂現象を支配している要素には、流体、河床材料、流れの性質があるが、それらにより作りだされる無次元量のうち、きわめて重要なものに摩擦速度 u_* を無次元表示した次式の「無次元掃流力」(無次元せん断力) τ_* がある。

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{sgd} = \frac{R i_e}{sd} \quad (3.5)$$

ただし、 s ：砂粒の水中比重 $\left(s = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right)$ 、

ρ_s ：砂粒の密度、 d ：砂の粒径、

i_e ：エネルギー勾配

ある粒子が河床上にあるとき、河床における掃流力 τ_0 あるいは摩擦速度 u_* がある限界値を超えると粒子は移動を開始する。この限界値をおのおの「限界掃流力」 τ_c あるいは「限界摩擦速度」 u_{*c} という。したがって、粒子が移動するか否かについては、 τ_c あるいは u_{*c} を用いて

次の不等式で表わすことができる。

静止…… $u_* < u_{*c}$ あるいは $\tau_0 < \tau_c$

移動…… $u_* > u_{*c}$ あるいは $\tau_0 > \tau_c$

限界摩擦速度 u_{*c} を摩擦速度と同様に無次元表示した次式を **無次元限界掃流力** τ_{*c} という。

$$\tau_{*c} = \frac{u_{*c}^2}{sgd} \quad (3.6)$$

限界摩擦速度 u_{*c} を算出する方法は、古くから多くの研究者により実験的、理論的に研究が進められてきたが、現在一様粒径砂礫の限界掃流力の算定式としては、岩垣の式¹⁾が最もよいとされている。

岩垣の式を標準的な値、すなわち、砂粒の水中比重 $s = 1.65$ 、動粘性係数 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ (20.3°C)、重力加速度 $g = 980 \text{ cm}/\text{s}^2$ を使用して書き表わすと、次式となる (cm-sec 単位)。

$$\left. \begin{aligned} d \geq 0.303 \text{ cm} &: u_{*c}^2 = 80.9d \\ 0.118 \leq d \leq 0.303 \text{ cm} &: = 134.6d^{31/22} \\ 0.0565 \leq d \leq 0.118 \text{ cm} &: = 55.0d \\ 0.0065 \leq d \leq 0.0565 \text{ cm} &: = 8.41d^{11/32} \\ d \leq 0.0065 \text{ cm} &: = 226d \end{aligned} \right\} (3.7)$$

〔演習問題 5〕

- (1) 岩垣の式(3.7)式により、粒径 $d = 5\text{mm}$, 1mm , 0.1mm のときの限界摩擦速度 u_{*c} および無次元限界掃流力 τ_{*c} を求めよ。
- (2) 粒径 $d > 0.303\text{cm}$ の場合の τ_{*c} を求めよ。

〔演習問題 5 の解答〕

1. 考え方

岩垣の式 (3.7) 式により河床砂の粒径 d (cm) がどの範囲に入るかを判定して u_{*c}^2 を求め、(3.6)式により τ_{*c} を計算する。ここで、砂の水中比重 $s = 1.65$ 、重力加速度 $g = 980\text{cm}/\text{s}^2$ とする。

2. 実際の計算

- (1) $d = 5\text{mm} = 0.5\text{cm}$ のとき、(3.7)式より $d \geq 0.303\text{cm}$ であるから、 $u_{*c}^2 = 80.9d = 40.45\text{cm}^2/\text{s}^2$ 。ゆえに、 $u_{*c} = 6.36\text{cm}/\text{s}$ 。したがって、(3.6)式より $\tau_{*c} = u_{*c}^2/sgd = 40.45/(1.65 \times 980 \times 0.5) = 0.050$ となる。

同様に、 $d = 1\text{mm} = 0.1\text{cm}$ のとき、(3.7)式より $0.0565 \leq d \leq 0.118\text{cm}$ であるから、 $u_{*c}^2 = 55.0d = 5.50\text{cm}^2/\text{s}^2$ 。ゆえに、 $u_{*c} = 2.35\text{cm}/\text{s}$ 。したがって、(3.6)式より $\tau_{*c} = 5.50/(1.65 \times 980 \times 0.1) = 0.034$ となる。

同様に、 $d = 0.1\text{mm} = 0.01\text{cm}$ のとき、 $u_{*c} = 1.32\text{cm}/\text{s}$ 、 $\tau_{*c} = 0.107$ となる。

- (2) $d \geq 0.303\text{cm}$ のとき、(3.7)式より $u_{*c}^2 = 80.9d$ であ

るから、 $\tau_{*c} = 80.9d/(sgd) = 0.050$ となる。

一般の河川では、 $d \geq 0.303\text{cm}$ の場合が多く、(2)で示したように $\tau_{*c} = 0.050$ (一定値)として計算されている。

〔演習問題 6〕

河幅 $B = 200\text{m}$ 、河床勾配 $i_b = 1/1000$ の広矩形断面水路を流量 $Q = 500\text{m}^3/\text{s}$ が等流状態で流下している場合について以下の設問に答えよ。ただし、Manning の粗度係数 $n = 0.02$ とする。

- (1) 等流水深 h_0 を求めよ。
- (2) 掃流力 τ_0 を求めよ。
- (3) 摩擦速度 u_* を求めよ。
- (4) 河床砂の粒径 $d = 1\text{cm}$ としたときの無次元掃流力 τ_* 、限界摩擦速度 u_{*c} 、無次元限界掃流力 τ_{*c} を求めよ。ただし、粒子の水中比重 $s = 1.65$ とする。
- (5) 上記の水力条件で、粒径 $d = 1\text{cm}$ の河床砂が移動するかどうか判定せよ。
- (6) 上記の水力条件で河床砂が移動しないようにするためには、粒径 d をなん cm 以上とするとよいか。
- (7) 粒径 $d = 1\text{cm}$ の河床砂が移動しないためには、流量 Q はなん m^3/s 以下とするとよいか。

〔演習問題 6 の解答〕

1. 考え方

- (1) 等流水深 h_0 は前出の (2.20) 式で求める。
- (2) 掃流力 τ_0 は、題意より広矩形断面水路であるので径深 $R = h_0$ 、また流れは等流状態であるのでエネルギー勾配 $i_e = i_b$ として (3.2) 式で求める。
- (3) 摩擦速度 u_* は (3.3) 式で求める。
- (4) 無次元掃流力 τ_* は(3)で求めた u_* を用いて、砂の水中比重 $s = 1.65$ 、重力加速度 $g = 980\text{cm}/\text{s}^2$ として (3.5) 式で求める。 u_{*c} は岩垣の式 (3.7) 式により求め、その u_{*c} を用いて (3.6) 式により τ_{*c} を計算する。
- (5) (3)で求めた u_* と(4)で求めた u_{*c} の大小関係と比較することにより、河床砂の移動が判定できる。すなわち、 $u_* > u_{*c}$ のときは河床砂は移動し、 $u_* < u_{*c}$ のときは静止の状態である。
- (6) ある水力条件のもとで、河床砂が移動しないためには、 $u_* < u_{*c}$ を満足すればよいから、(3)で求めた u_* と岩垣の式 (3.7) 式より上式を満たす粒径 d を求めればよい。
- (7) 河床砂の粒径 d が与えられているとき、河床砂が移動しないためには、 $u_* < u_{*c}$ を満たすような流量 Q を求めればよい。すなわち、 u_{*c} は岩垣の式(3.7)式で求め、題意より $R = h_0$ 、 $i_e = i_b$ として u_* を Q で書き換え、 $u_* <$

u_{*c} に代入して求める。

2. 実際の計算

(1) 等流水深 h_0 は、前出の (2.20) 式で求まる。

$$h_0 = \left(\frac{nQ}{B\sqrt{i_b}} \right)^{3/5} = \left(\frac{0.02 \times 500}{200 \times \sqrt{1/1000}} \right)^{3/5} = 1.316 \text{ m}$$

(2) 掃流力 τ_0 は (3.2) 式、すなわち $\tau_0 = \rho g R i_e$ で求める。題意より広矩形断面水路であるので $R = h_0$ 、流れは等流状態であるので $i_e = i_b$ として次のように求まる。なお、 $\rho g = 1$ (t/m^3 あるいは g/cm^3) である。

$$\tau_0 = \rho g h_0 i_b = 1 \times 1.316 \times \frac{1}{1000} = 0.001316 \text{ t/m}^2$$

(3) 摩擦速度 u_* は (3.3) 式、すなわち $u_* = \sqrt{g R i_e}$ で求める。(2) と同様に $R = h_0$ 、 $i_e = i_b$ として次のように計算される。

$$u_* = \sqrt{g h_0 i_b} = \sqrt{9.8 \times 1.316 \times \frac{1}{1000}} = 0.1136 \text{ m/s}$$

(4) 無次元掃流力 τ_* は (3) で計算した u_* を用いて、(3.5) 式により求める。

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{sgd} = \frac{11.36^2}{1.65 \times 980 \times 1} = 0.0798$$

また、限界摩擦速度 u_{*c} は (3.7) 式により求まる。題意より粒径 $d = 1 \text{ cm} \geq 0.303 \text{ cm}$ であるから、

$$u_{*c}^2 = 80.9d = 80.9 \text{ cm}^2/\text{s}^2, \quad u_{*c} = 8.99 \text{ cm/s}$$

ゆえに、無次元限界掃流力 τ_{*c} は (3.6) 式より次のように計算される。

$$\tau_{*c} = 0.050$$

(5) (3) より $u_* = 11.36 \text{ cm/s}$ 、(4) より $u_{*c} = 8.99 \text{ cm/s}$ であるから、 $u_* > u_{*c}$ となり、河床砂は移動する。

(6) 河床砂が移動しないためには、 $u_* < u_{*c}$ を満たせばよい。すなわち、 $u_* = 11.36 \text{ cm/s} < u_{*c} = \sqrt{80.9d}$ であるから、粒径 d は、

$$d > 11.36^2 / 80.9 = 1.595 \text{ cm}$$

とすればよい。

(7) $d = 1 \text{ cm}$ で河床砂が移動しないためには、 $u_* < u_{*c}$ を満たせばよい。今、 $u_{*c} = 0.0899 \text{ m/s}$ であり、 u_* は、

$$u_* = \sqrt{g h_0 i_b} = \sqrt{g \left(\frac{nQ}{B\sqrt{i_b}} \right)^{3/5} i_b}$$

と書き表わすことができるから、流量 Q は、

$$\begin{aligned} Q &< \frac{B\sqrt{i_b}}{n} \left(\frac{u_{*c}^2}{g i_b} \right)^{5/3} \\ &= \frac{200 \times \sqrt{\frac{1}{1000}}}{0.02} \left\{ \frac{0.0899^2}{9.8 \times \frac{1}{1000}} \right\}^{5/3} \\ &= 229.34 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

とすればよい。

〔演習問題 7〕

前出の〔演習問題 3〕で求めた流れのもとで、各断面において河床砂が移動しないためには、各断面の河床砂の粒径 d をなん cm 以上とするとよいか。

〔演習問題 7 の解答〕

1. 考え方

前出の〔演習問題 3 の解答〕により、各断面ごとの水深 h が求められているので、エネルギー勾配 $i_e = \left(\frac{nV}{h^{2/3}} \right)^2$ を求めて摩擦速度 u_* を計算し、 $u_* < u_{*c}$ を満たすような粒径 d を求めればよい。ただし、 V は平均流速、 n は Manning の粗度係数である。

2. 実際の計算

摩擦速度 $u_* = \sqrt{g h i_e}$ であるから、各断面ごとの $i_e = \left(\frac{nV}{h^{2/3}} \right)^2$ を求めて u_* を計算し、 $u_* < u_{*c} = \sqrt{80.9d}$ となる d を求める。ここで平均流速 V は、流量 Q 、河幅 B として $V = Q/Bh$ で与えられる。

表-3.1 計算結果

断面No.	区間距離 Δx (m)	河床高 z (m)	河幅 B (m)	水深 h (m)	平均流速 V (m/s)	エネルギー勾配 i_e	摩擦速度 u_* (cm/s)	粒径 d (cm)
1	0	0	300	2.500	2.00	0.000737	13.44	2.23
2	500	0.5	320	2.381	1.97	0.000763	13.34	2.20
3	500	0.9	280	2.362	2.27	0.001024	15.40	2.93
4	200	0.8	250	2.653	2.26	0.000869	15.03	2.79
5	600	2.0	300	2.086	2.40	0.001351	16.62	3.41
6	300	2.3	300	2.187	2.29	0.001155	15.73	3.06
7	400	3.0	320	1.980	2.37	0.001412	16.55	3.39
8	500	3.0	350	2.598	1.65	0.000476	11.01	1.50
9	300	3.5	300	2.214	2.26	0.001106	15.49	2.97
10	500	4.0	250	2.262	2.65	0.001478	18.10	4.05

