

# 補遺 5

二次元探索  $k_1$  と  $k_2$  の最適化プログラムと計算例

## 補遺 5 二次元探索 $k_1$ と $k_2$ の最適化プログラムと計算例

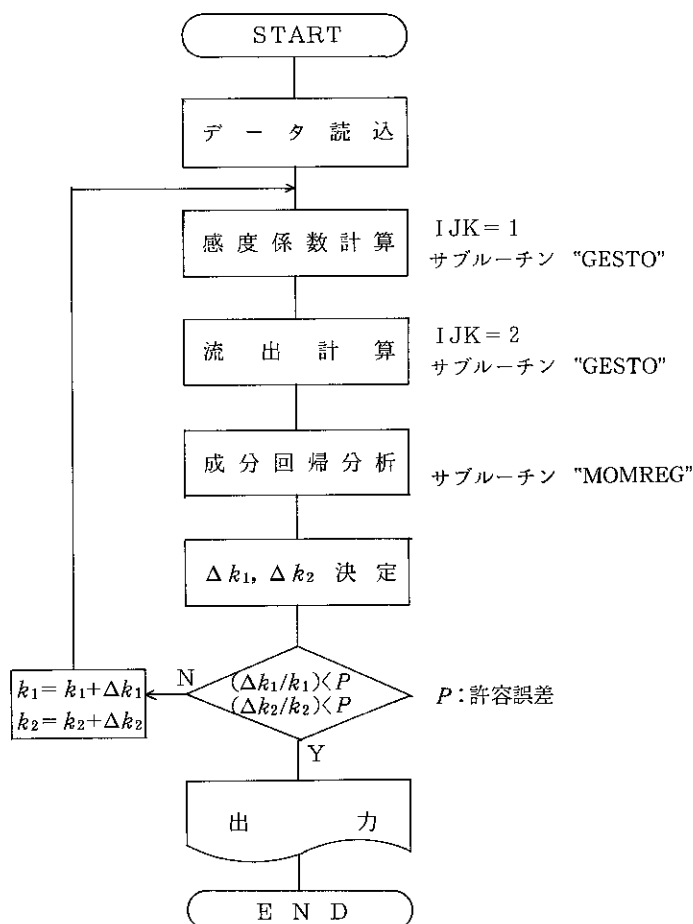
モデルに含まれるパラメータが1つであれば、1次的にパラメータを変化させて評価関数を満足させる値を同定することが可能である。しかしながら、パラメータ個数が複数になると、同定のために必要な試行錯誤過程は膨大なものになることが予想され、およそ実用的な方法とはいえない。そこで、何らかの客観的基準を用いて効率的にパラメータを同定出来ないかといった要求が上ってくるのは当然である。そこで数学的（客観的）な手法を用いて、パラメータ  $k_1$ ,  $k_2$  を同定する手法を紹介する。数学的最適化手法の理論展開は本文中第3章に詳述してあるので参照されたい。

本手法は、本質的にはニュートン法 (*Newton-Raphson*) と同等であり、関数の1次微係数を算出しておく必要がある。この1次微係数を求める方法が元の微分方程式を解くために必要な数値解法を準拠出来る点がこの手法の特徴の1つとなっており、計算時間の短縮に大幅に貢献している。さらに、評価関数  $J$  の最小化条件より得られたパラメータ  $k_1$ ,  $k_2$  の更新値  $\Delta k_1$ ,  $\Delta k_2$  は、本文中P 13の(69), (70)式を解くことにより得られる。しかし、(69), (70)式を解く上で、種々の問題点が生ずることが予想されるため、これを解決する手段として参考文献(9)に示される成分回帰分析手法が用いられており、計算効率の向上に貢献している。プログラム自体は250行弱と、今までのものより多少長いものになっているが、基本的な流れは概略フロー図に示す通りである。

前述したように感度係数と流出計算を行うサブルーチン "GESTO" は、補遺3とほぼ同じものが用いられている。成分回帰分析によってパラメータの更新値を求めるサブルーチン "MOMREG" は、(69)式に示される方程式中の未知数  $\Delta k_1$ ,  $\Delta k_2$  を求めるために用いられる。こうして求められたパラ

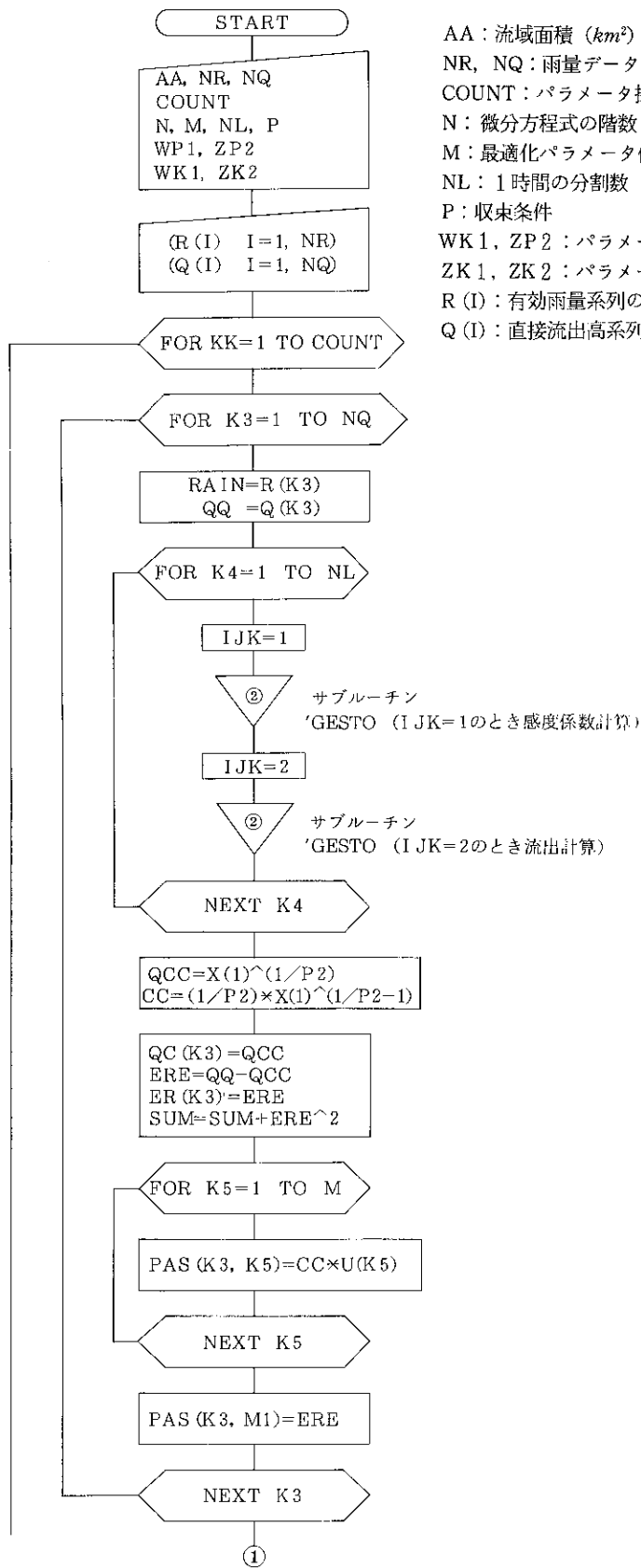
メータの更新値が、許容誤差  $P$  以下になったとき、パラメータの最適化が終了し、計算値が出力される。

次により詳しいフローと、プログラムリスト、テストデータ及び出力例を示す。

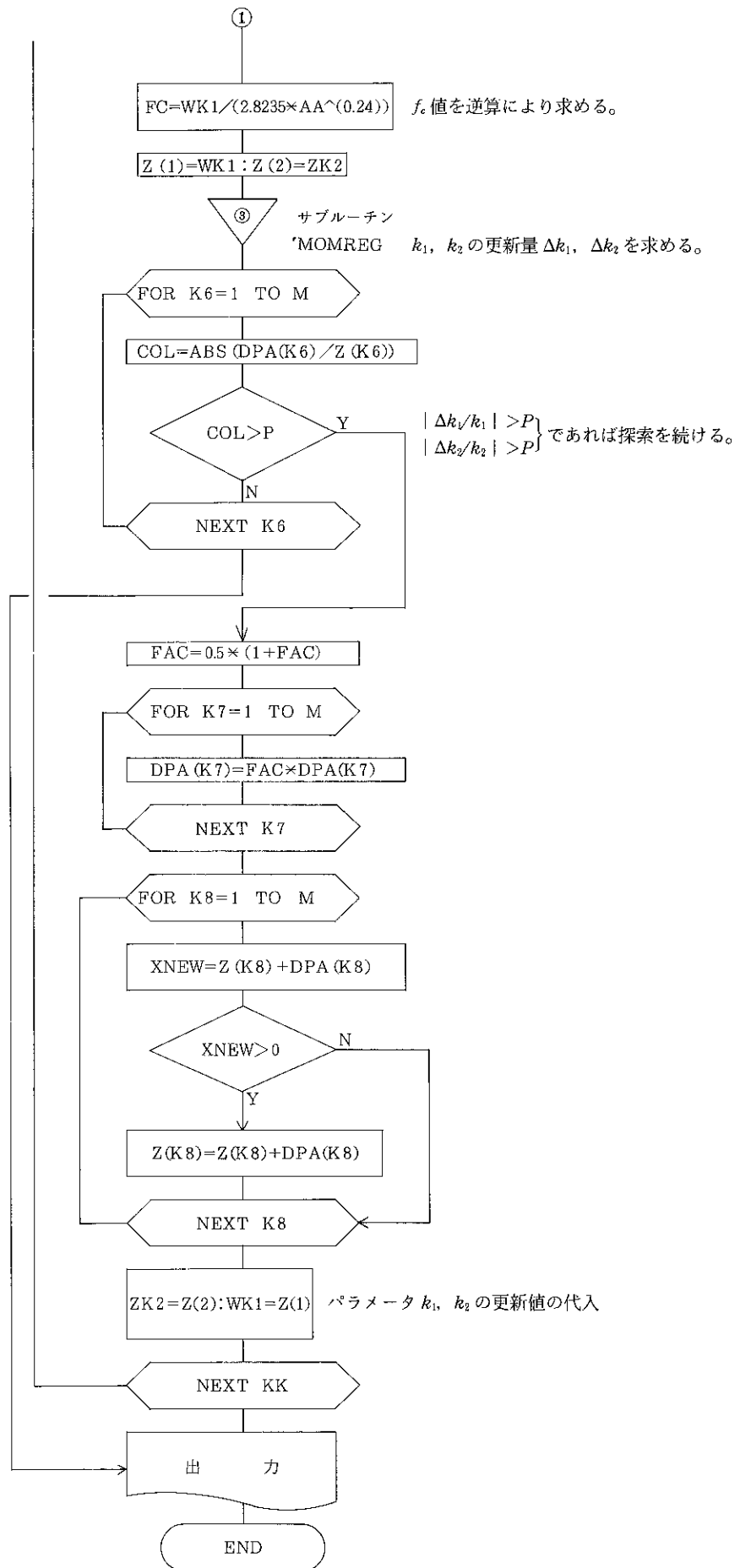


数学的最適化による  $k_1$ ,  $k_2$  の同定手法概略フロー

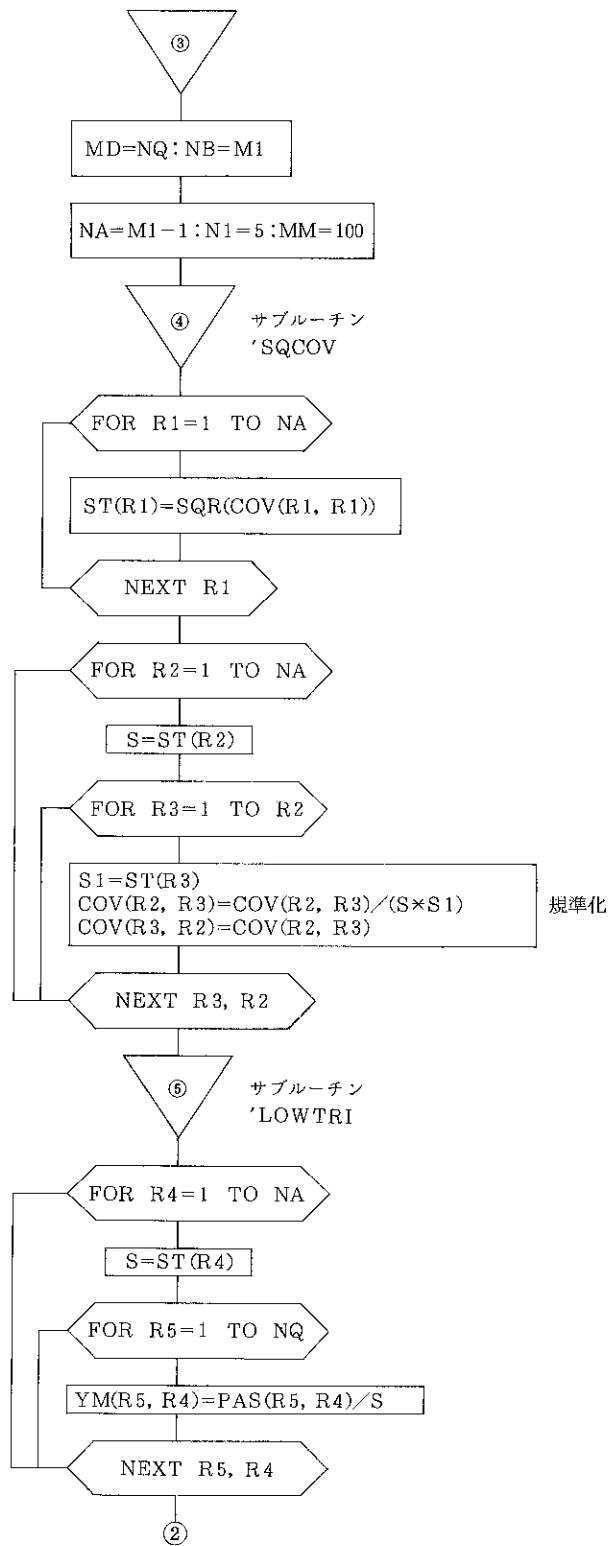
数学的最適化手法を用いた  $k_1, k_2$  探索フロー

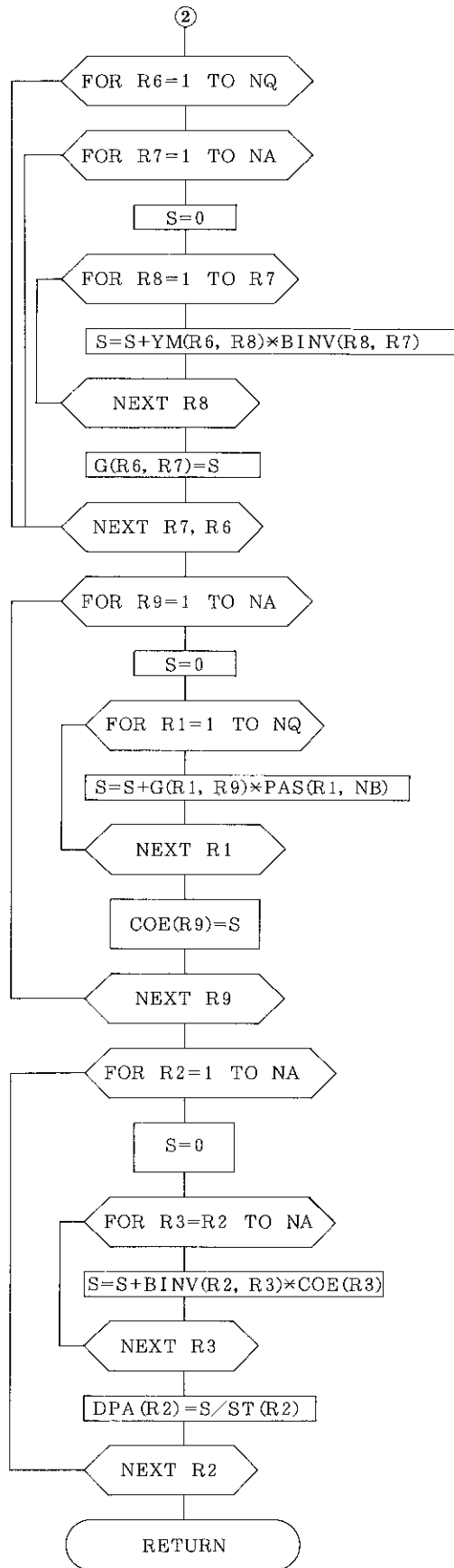


AA : 流域面積 ( $km^2$ )  
 NR, NQ : 雨量データ個数, 流出高データ個数  
 COUNT : パラメータ探索回数  
 N : 微分方程式の階数 (2 でよい)  
 M : 最適化パラメータ個数 (2 ( $k_1$  と  $k_2$ ) でよい)  
 NL : 1 時間の分割数  
 P : 収束条件  
 WK1, ZP2 : パラメータ  $p_1, p_2$   
 ZK1, ZK2 : パラメータ  $k_1, k_2$   
 R(I) : 有効雨量系列の入力  
 Q(I) : 直接流出高系列の入力

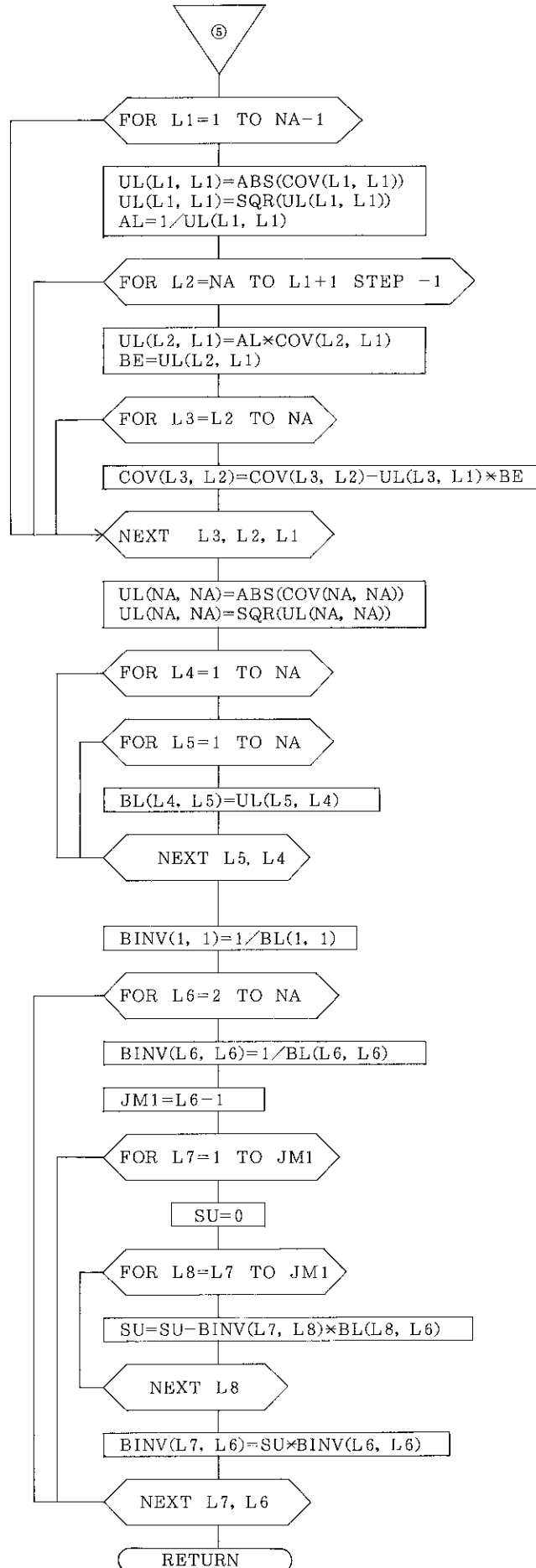


サブルーチン "MOMREG" のフロー

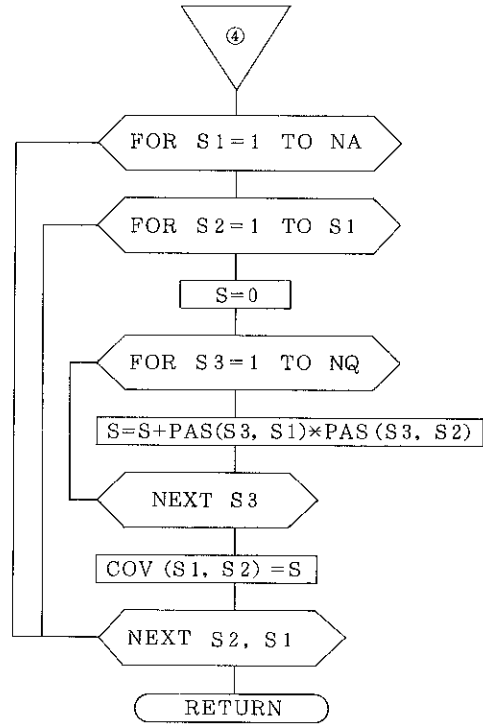




サブルーチン "LOWTRI" のフロー



サブルーチン "SQCOV" のフロー





二次元探索  $k_1, k_2$  の最適化プログラムリスト

```

10 ' SAVE "10:KINEK1K2",A
100 ' 61/11/20 BY HOSHI
110 ' STORAGE FUNCTION MODEL
120 ' S = K1*Q^P1 + K2*D(Q^P2)/DT
130 ' P1=0.6 P2=0.4648
140 '
160 OPTION BASE 1
180 DIM R(50),Q(100),QC(100),PAS(100,5),DPA(5),X(5),U(10)
190 DIM ER(100),Z(5),G(100,5),YM(100,5),COV(5,5),ST(5),COE(5)
200 DIM BINV(5,5),UL(5,5),BL(5,5),UU(10),B(5),Y(5),PL(5,5)
220 AA=8.9: ' AREA (KM^2)
225 NR=15:NQ=31
227 COUNT=20
230 N=2:M=2:NL=5:P=.01:WP1=.6:ZP2=.4648
240 K1=6!:K2=10!
250 WK1=K1:ZK2=K2
260 ' R DATA
270 FOR I=1 TO NR:READ R(I):NEXT I
280 DATA 0.5940,0.7920,0.6930,0.3960,0.4950,0.9900,0.6930,0.3960,1.1880
290 DATA 1.9799,3.0689,4.0588,3.0689,1.089,0.693
300 ' Q DATA
310 FOR I=1 TO NQ:READ Q(I):NEXT I
320 DATA 0.0422,0.0844,0.1766,0.1988,0.1609,0.1531,0.2753,0.2875,0.2797,0.4619
330 DATA 1.0841,1.6963,2.5784,2.7106,2.1828,1.6650,1.3972,1.1394,0.9116,0.6838
340 DATA 0.5159,0.3581,0.2503,0.2225,0.1747,0.1469,0.1191,0.0813,0.0734,0.0456
350 DATA 0.0378
450 '
460 XNL=NL
470 H=1/XNL
480 H2=H^2
490 H3=H2*H
500 H4=H3*H
510 M1=M+1
520 M2=2*M
530 XNQ=NQ
540 WP2=1/ZP2
550 FAC=0
570 '
580 FOR KK=1 TO COUNT
590 WK2=1/ZK2
600 FOR K1=1 TO N:X(K1)=0:NEXT K1
610 FOR K2=1 TO M2:U(K2)=0:NEXT K2
620 SUM=0
630 FOR K3=1 TO NQ
640 IF K3<=NR THEN RAIN=R(K3) ELSE RAIN=0
650 QQ=Q(K3)
660 FOR K4=1 TO NL
670 IJK=1
680 GOSUB 1160 :' SUBROUTINE GESTO
690 IJK=2
700 GOSUB 1160 :' SUBROUTINE GESTO
710 IF X(1)<=0 THEN X(1)=0
720 NEXT K4
730 IF X(1)>0 THEN QCC=X(1)^WP2 ELSE QCC=0
740 IF X(1)>0 THEN CC=WP2*X(1)^(WP2-1) ELSE CC=0
750 QC(K3)=QCC
760 ERE=QQ-QCC
770 ER(K3)=ERE
780 SUM=SUM+ERE^2
790 FOR K5=1 TO M
800 PAS(K3,K5)=CC*U(K5)
810 NEXT K5
820 PAS(K3,M1)=ERE
830 NEXT K3
840 SUM=SUM
845 FC=WK1/(2.8235*AA^.24)
850 LPRINT USING "KK=## FC=##.#### K1=##.#### K2=##.#### J=##.####"
      ;KK;FC;WK1;ZK2;SUM
860 Z(1)=WK1
870 Z(2)=ZK2
880 '
890 GOSUB 1570 :' SUBROUTINE MOMREG
900 FOR K6=1 TO M
910 COL=ABS(DPA(K6)/Z(K6))
920 IF COL>P THEN 950
930 NEXT K6
940 GOTO 1050
950 FAC=.5*(1+FAC)
960 FOR K7=1 TO M
970 DPA(K7)=FAC*DPA(K7)
980 NEXT K7
990 FOR K8=1 TO M
1000 XNEW=Z(K8)+DPA(K8)

```

```

1010 IF XNEW>0 THEN Z(K8)=Z(K8)+DPA(K8)
1020 NEXT K8
1030 ZK2=Z(2):WK1=Z(1)
1040 NEXT KK
1050
1060 LPRINT :LPRINT
1070 LPRINT      "NO      YR      RCQ      CCQ"
1071 LPRINT      "NO      (MM/H)  (MM/H)  (MM/H)"
1075 LPRINT
1080 FOR K9=1 TO NQ
1090 IF K9<=NR THEN RAIN=R(K9) ELSE RAIN=0
1100 LPRINT USING "##  ##.###  ##.###  ##.###";K9;RAIN;Q(K9);QC(K9)
1110 NEXT K9
1120 PRINT "END"
1130 END
1140 '
1150 ' GESTO
1160 '
1170 CON=WK1*WK2*WP1*WP2
1180 A=0:C=0:D=0:E=0
1190 Y1=X(1):Y2=X(2)
1200 IF Y1>0 THEN 1220
1210 IF Y1<=0 THEN Y1=0:GOTO 1260
1220 A=Y1^(WP1*WP2-2)
1230 C=Y1^(WP2-1)
1240 D=Y1^(WP1*WP2-1)
1250 E=Y1^WP2
1260 '
1270 A1=(-1*CON)*((WP1*WP2-1)*A*Y2)-(WK2*WP2*C)
1280 A2=(-1*CON)*D
1290 A3=A1+A2^2
1300 A4=A1+A3
1310 F1=1+(.5*A1*H2)+(A1*A2*H3/6)+(A1*A3*H4/24)
1320 F2=H*(1+.5*A2*H+A3*H2/6+A2*A4*H3/24)
1330 F3=A1*F2
1340 F4=1+A2*H+.5*A3*H2+A2*A4*H3/6+((A1*A3+A2^2*A4)*H4/24)
1350 G2=H2*(.5+A2*H/6+A3*H2/24)
1360 G4=F2
1370 IF IJK=2 THEN 1480
1380 B(1)=-1*WK2*WP1*WP2*D*Y2
1390 B(2)=WK2^2*(WK1*WP1*WP2*D*Y2+E-RAIN)
1400 FOR J1=1 TO M
1410 UU(J1)=F1*U(J1)+F2*U(J1+M)+G2*B(J1)
1420 NEXT J1
1430 FOR J2=M1 TO M2
1440 UU(J2)=F3*U(J2-M)+F4*U(J2)+G4*B(J2-M)
1450 NEXT J2
1460 FOR J3=1 TO M2:U(J3)=UU(J3):NEXT J3
1470 RETURN
1480 B1=CON*(WP1*WP2-1)*D*Y2+WK2*(WP2-1)*E+WK2*RAIN
1490 Y(1)=F1*X(1)+F2*X(2)+G2*B1
1500 Y(2)=F3*X(1)+F4*X(2)+G4*B1
1510 FOR J1=1 TO N
1520 X(J1)=Y(J1)
1530 NEXT J1
1540 RETURN
1550 '
1560 ' MOMREG
1570 '
1580 MD=NQ:NB=M1
1590 NA=M1-1:N1=5:MM=100
1600 GOSUB 2370 : ' SUBROUTINE SQCOV
1610 FOR R1=1 TO NA
1620 ST(R1)=SQR(COV(R1,R1))
1630 NEXT R1
1640 FOR R2=1 TO NA
1650 S=ST(R2)
1660 FOR R3=1 TO R2
1670 S1=ST(R3)
1680 COV(R2,R3)=COV(R2,R3)/(S*S1)
1690 COV(R3,R2)=COV(R2,R3)
1700 NEXT R3,R2
1710 '

```

```

1720 GOSUB 2030 : ' SUBROUTINE LOWTRI
1730 FOR R4=1 TO NA
1740 S=ST(R4)
1750 FOR R5=1 TO NQ
1760 YM(R5,R4)=PAS(R5,R4)/S
1770 NEXT R5,R4
1780 FOR R6=1 TO NQ
1790 FOR R7=1 TO NA
1800 S=0
1810 FOR R8=1 TO R7
1820 S=S+YM(R6,R8)*BINV(R8,R7)
1830 NEXT R8
1840 G(R6,R7)=S
1850 NEXT R7,R6
1860 FOR R9=1 TO NA
1870 S=0
1880 FOR R1=1 TO NQ
1890 S=S+G(R1,R9)*PAS(R1,NB)
1900 NEXT R1
1910 COE(R9)=S
1920 NEXT R9
1930 FOR R2=1 TO NA
1940 S=0
1950 FOR R3=R2 TO NA
1960 S=S+BINV(R2,R3)*COE(R3)
1970 NEXT R3
1980 DPA(R2)=S/ST(R2)
1990 NEXT R2
2000 RETURN
2010 '
2020 ' LOWTRI
2030 '
2040 FOR L1=1 TO NA-1
2050 UL(L1,L1)=ABS(COV(L1,L1))
2060 UL(L1,L1)=SQR(UL(L1,L1))
2070 AL=1/UL(L1,L1)
2080 FOR L2=NA TO L1+1 STEP -1
2090 UL(L2,L1)=AL*COV(L2,L1)
2100 BE=UL(L2,L1)
2110 FOR L3=L2 TO NA
2120 COV(L3,L2)=COV(L3,L2)-UL(L3,L1)*BE
2130 NEXT L3
2140 NEXT L2
2150 NEXT L1
2160 UL(NA,NA)=ABS(COV(NA,NA))
2170 UL(NA,NA)=SQR(UL(NA,NA))
2180 FOR L4=1 TO NA
2190 FOR L5=1 TO NA
2200 BL(L4,L5)=UL(L5,L4)
2210 NEXT L5,L4
2220 BINV(1,1)=1/BL(1,1)
2230 FOR L6=2 TO NA
2240 BINV(L6,L6)=1/BL(L6,L6)
2250 JM1=L6-1
2260 FOR L7=1 TO JM1
2270 SU=0
2280 FOR L8=L7 TO JM1
2290 SU=SU-BINV(L7,L8)*BL(L8,L6)
2300 NEXT L8
2310 BINV(L7,L6)=SU*BINV(L6,L6)
2320 NEXT L7
2330 NEXT L6
2340 RETURN
2350 '
2360 ' SQCOV
2370 '
2380 FOR S1=1 TO NA
2390 FOR S2=1 TO S1
2400 S=0
2410 FOR S3=1 TO NQ
2420 S=S+PAS(S3,S1)*PAS(S3,S2)
2430 NEXT S3
2440 COV(S1,S2)=S
2450 NEXT S2
2460 NEXT S1
2470 RETURN

```

テストデータ及び出力例

KK= 1 FC= 1.2575 K1= 6.0000 K2=10.0000 J= 0.49953  
 KK= 2 FC= 1.2998 K1= 6.2019 K2= 9.9792 J= 0.45120  
 KK= 3 FC= 1.3311 K1= 6.3510 K2= 9.9699 J= 0.43739

NO	YR (MM/H)	RCQ (MM/H)	CCQ (MM/H)
1	0.594	0.042	0.000
2	0.792	0.084	0.008
3	0.693	0.177	0.038
4	0.396	0.199	0.088
5	0.495	0.161	0.145
6	0.990	0.153	0.224
7	0.693	0.275	0.319
8	0.396	0.288	0.392
9	1.188	0.280	0.475
10	1.980	0.462	0.647
11	3.069	1.084	1.000
12	4.059	1.696	1.631
13	3.069	2.578	2.331
14	1.089	2.711	2.554
15	0.693	2.183	2.272
16	0.000	1.665	1.772
17	0.000	1.397	1.284
18	0.000	1.139	0.916
19	0.000	0.912	0.662
20	0.000	0.684	0.490
21	0.000	0.516	0.373
22	0.000	0.358	0.292
23	0.000	0.250	0.234
24	0.000	0.223	0.192
25	0.000	0.175	0.161
26	0.000	0.147	0.136
27	0.000	0.119	0.117
28	0.000	0.081	0.102
29	0.000	0.073	0.089
30	0.000	0.046	0.079
31	0.000	0.038	0.070

KK : 探索回数  
 FC :  $f_c$  値  
 K1, K2 : パラメータ  $k_1, k_2$   
 J : 評価関数値  
 YR : 雨量 (有効雨量) (mm/hr)  
 RCQ : 流量 (実測直接流出高) (mm/hr)  
 CCQ : 流量 (計算直接流出高) (mm/hr)

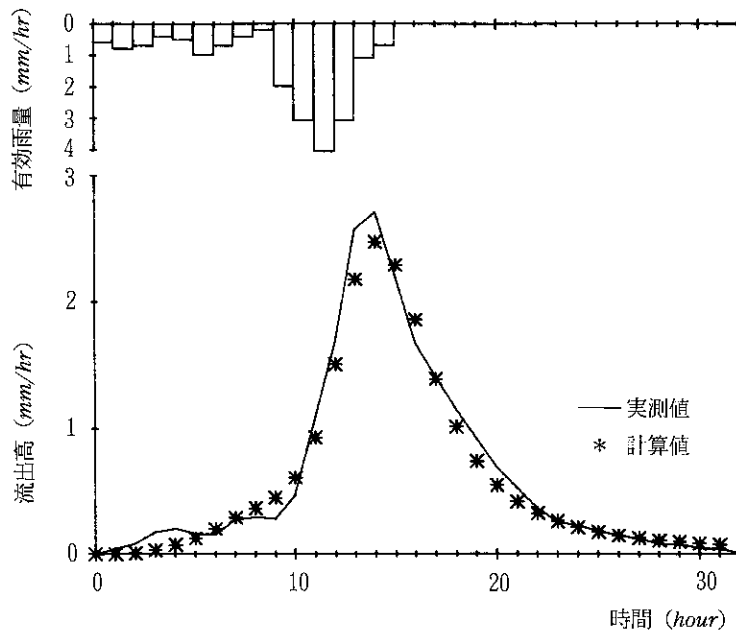


図-5・1 最適値による計算ハイドログラフ