

# 実用的2段タンク型貯留関数法の提案

## A Proposal of Practical Two-Cascade Storage Routing Models

(独)北海道開発土木研究所 正員 園山裕士 (Hiroshi Sonoyama)  
 (財)北海道河川防災研究センター フェロー 星清 (Kiyoshi Hoshi)  
 北海道工業大学 フェロー 橋本識秀 (Norihide Hashimoto)

### 1. はじめに

現在、新しい河川法に基づく河川整備計画の策定が全国的規模で推進されており、とくに基本高水の再検討が主要課題となっている。再検討にあたって、「木村の貯留関数法」が主流を占めているが、モデル定数の同定が試行錯誤的に行われているため、一洪水に適合が良かったモデル定数が、他の洪水では適応性がよくないという例がしばしば発生する。その対応策として、貯留関数法に損失機構を考慮することで、事前に有効雨量の算出を必要としない客観性に優れたモデルが提案されている。

しかしながら、損失機構を持つ1段タンク型貯留関数モデルを数多くの洪水例に適用した結果、ピーク流量の再現性が悪い解析例が数多く見られた。とくに、釧路川やオホーツク海側の河川流域でその傾向が顕著である。その理由として、これらの流域では火山灰土壌が広く分布しているために浸透性が高く、地下水流出成分が卓越していることが考えられる。

本報告では、上述した洪水事例における問題点を解決するために、損失機構を持つ1段タンク型貯留関数モデルに地下水流出成分を追加した2段タンク型貯留関数モデル(図-1)を導入した。この時、2段目タンクのモデル定数の最適化を必要としない実用的手法を提案する。

### 2. 流出成分の分離法

流出成分の分離法として、日野・長谷部によって提案された「フィルター成分分離法」を用いる<sup>1)</sup>。この分離法は端的に言えば、観測流量を客観的に(あるいは数学的に)「表面・中間流出成分」と「地下水流出成分」に分離する手法である。日野・長谷部は地下水流出成分を線形方程式で表現可能であると、次式で表現した。

$$\frac{d^2 q_2}{dt^2} + c_1 \frac{dq_2}{dt} + c_0 q_2 = c_0 q \quad (1)$$

ここに、 $c_0$ 、 $c_1$ :未知定数、 $q_2$ :地下水流出成分流量、 $q$ :全流出量

$c_0$ と $c_1$ は次式で与えられる。

$$c_0 = (\delta / T_c)^2, \quad c_1 = \delta^2 / T_c \quad (2)$$

ここに、 $T_c$ :地下水流出成分の分離時定数、 $\delta$ :減衰係数  
 $T_c$ は、ハイドログラフの低減部より決定される定数である。 $\delta$ は、通常2.0~2.5の値となる。

(1)式の線形2階微分方程式は(3)式のベクトル微分方

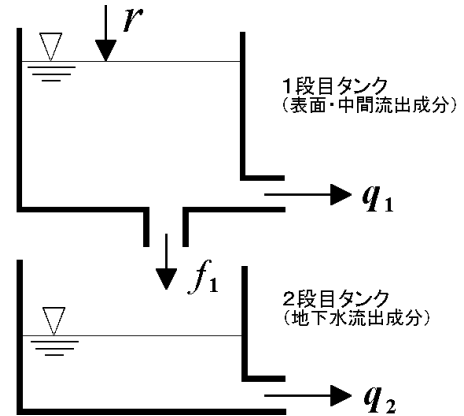


図-1 2段タンク型貯留関数モデル

程式に変換できる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c_0 & -c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ c_0 q \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここに、

$$y_3 = q_2, \quad y_4 = \frac{dq_2}{dt} \quad (4)$$

(3)式の離散化解法については、文献2)を参照されたい。

### 3. 2段タンク型非線形貯留関数モデル

フィルター成分分離法では、表面・中間流出成分と地下水流出成分を(1)式の線形微分方程式で表している。一方、基本高水の検討に用いられているモデルは非線形貯留関数法であり、表面・中間流出成分の解析が主体である。したがって、図-1に示される2段タンク型貯留関数法のうち、1段目の表面・中間流出成分へ非線形貯留関数法を適用すると、基本高水検討への応用に拡張することが可能である。

1段目タンクの非線形モデルは次式で表現される。

$$s_1 = k_{11} q_1^{p_1} + k_{12} \frac{d}{dt} (q_1^{p_2}) \quad (5)$$

$$\frac{ds_1}{dt} = r - q_1 - f_1 \quad (6)$$

$$f_1 = k_{13} q_1 = k_{13} (q - q_2) \quad (7)$$

ここに、 $s_1$ :1段目タンク貯留高[mm]、 $r$ :観測雨量[mm/h]、 $q_1$ :表面・中間流出高[mm/h]、 $f_1$ :1段目タ

ンクから2段目タンクへの浸透供給量[mm/h]、 $k_{11}$ 、 $k_{12}$ ：貯留係数、 $k_{13}$ ：損失係数、 $p_1$ 、 $p_2$ ：貯留指数

1段目の損失分 $f_1$ は浸透供給量として、すべて2段目タンクへの入力とした。また、 $p_1$ と $p_2$ については表面流にマニング則を用い、以下の値に固定した。

$$\begin{cases} p_1 = 0.6 \\ p_2 = 0.4648 \\ k_{11} = c_{11} A^{0.24} \\ k_{12} = c_{12} k_{11}^2 (\bar{r})^{-0.2648} \end{cases} \quad (8)$$

ここに、 $A$ ：流域面積[km<sup>2</sup>]、 $\bar{r}$ ：平均雨量強度[mm/h]、

$c_{11}$ 、 $c_{12}$ ：未知定数

上式より、表面・中間流出成分は $c_{11}$ 、 $c_{12}$ 、 $k_{13}$ の3つのパラメータによって表現することができる。

2段目のタンクについては以下の線形モデルを採用した。

$$\begin{cases} s_2 = k_{21} q_2 + k_{22} \frac{dq_2}{dt} \\ \frac{ds_2}{dt} = f_1 - q_2 \end{cases} \quad (9)$$

$$\frac{ds_2}{dt} = f_1 - q_2 \quad (10)$$

ここに、 $s_2$ ：2段目タンク貯留高[mm/h]、 $k_{21}$ 、 $k_{22}$ ：未知定数、 $q_2$ ：地下水流出高[mm/h]

1段目（表面・中間流出成分）の流出高 $q_1$ と2段目（地下水流出成分）の流出高 $q_2$ を合計して全流出高 $q$ とする。

$$q = q_1 + q_2 \quad (11)$$

#### 4. 貯留関数法の解法

1段目タンク为非線形貯留関数法モデルに含まれる未知定数 $c_{11}$ 、 $c_{12}$ 、 $k_{13}$ の同定法に関しては、文献2)を参照されたい。

地下水流出成分の未知定数は $k_{21}$ と $k_{22}$ の2つであるが、これらの定数は、以下の方法により算出される。貯留関数法による地下水流出成分を表す(9)式と(10)式は、以下のように変形される。

$$\frac{ds_2}{dt} = k_{21} \frac{dq_2}{dt} + k_{22} \frac{d^2 q_2}{dt^2} = f_1 - q_2 \quad (12)$$

すなわち、

$$\frac{d^2 q_2}{dt^2} + c'_1 \frac{dq_2}{dt} + c'_0 q_2 = c'_0 f_1 \quad (13)$$

ここに、

$$c'_1 = \frac{k_{21}}{k_{22}}, \quad c'_0 = \frac{1}{k_{22}} \quad (14)$$

フィルター成分分離法による線形方程式(1)と貯留関数法による線形方程式(13)は同じ表現になっており、全流出量 $q$ が浸透供給量 $f_1$ に置き換わっているだけである。

2式の関係性を調べるために、(13)式に(7)式を代入すると、(15)式が得られる。

$$\frac{d^2 q_2}{dt^2} + c'_1 \frac{dq_2}{dt} + c'_0 (1 + k_{13}) q_2 = c'_0 k_{13} q \quad (15)$$

(15)式の定数項部分に(14)式の関係式を代入すると、以下の式が得られる。

$$c'_0 (1 + k_{13}) = \frac{1 + k_{13}}{k_{22}}, \quad c'_0 k_{13} = \frac{k_{13}}{k_{22}} \quad (16)$$

既往洪水の解析結果によれば、 $k_{22}$  1 であることから、 $1/k_{22} \approx 0$ とみなすことができる。したがって、近似的に次式が成り立つと考えられる。

$$c'_0 (1 + k_{13}) \approx c'_0 k_{13} \quad (17)$$

以上の仮定のもとに、(1)式と(15)式が等価であるとするとき、定数間に次の関係式が成立する。

$$\begin{cases} c'_1 = c_1 \\ c'_0 (1 + k_{13}) \approx c'_0 k_{13} = c_0 \end{cases} \quad (18)$$

(14)式を(18)式に代入すると、次式よりモデル定数が得られる。

$$k_{21} = c_1 k_{22}, \quad k_{22} = k_{13} / c_0 \quad (19)$$

したがって、流出成分分離に用いた(2)式に示される定数 $c_0$ と $c_1$ を2段目タンクの貯留係数 $k_{21}$ と $k_{22}$ の決定に利用することができる。

さらに、 $k_{21}$ と $k_{22}$ を用いた2段目のタンクの解法にあたっては、(9)式と(10)式に関して次の変数変換を行う。

$$y_3 = q_2, \quad y_4 = \frac{dq_2}{dt} \quad (20)$$

この時、(13)式は以下のように表現される。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c'_0 & -c'_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ c'_0 f_1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

(21)式と(3)式は構造上同一であることから、その数値解法も同一に行うことができる。

したがって、図-1に示される2段タンク型の非線形貯留関数モデルを想定する場合、未知定数 $c_{11}$ 、 $c_{12}$ 、 $k_{13}$ 、 $k_{21}$ 、 $k_{22}$ の5個のうち、最適化が必要となるのは、 $c_{11}$ 、 $c_{12}$ 、 $k_{13}$ の3個だけで、この手法は、実用的と言える。

#### 5. 既往洪水データへの適用

解析例として、標津川の洪水データ(1998年)を用いる。標津川は、北海道東部に位置し、657km<sup>2</sup>(合流点観測所)の流域面積を有する2級河川である。地質的には泥炭地が広く分布しているため、流域は浸透性が高い。その特徴から、雨水の多くが土中に浸透するものと考えられ、浸透成分もしくは浸透を経た後に遅れて流出する成分が評価されていない1段タンク型モデルの再現性は良くな

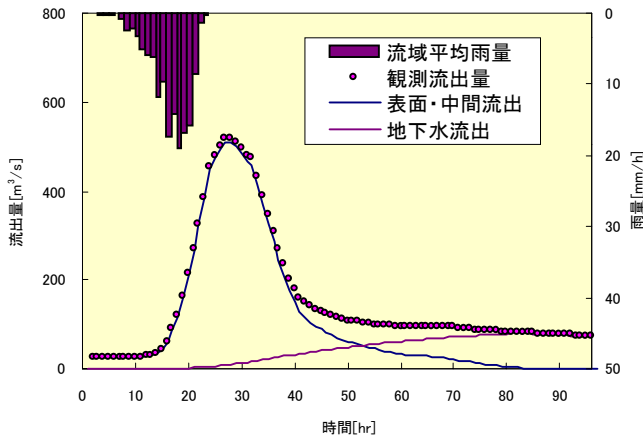


図-2 流出の成分分離結果

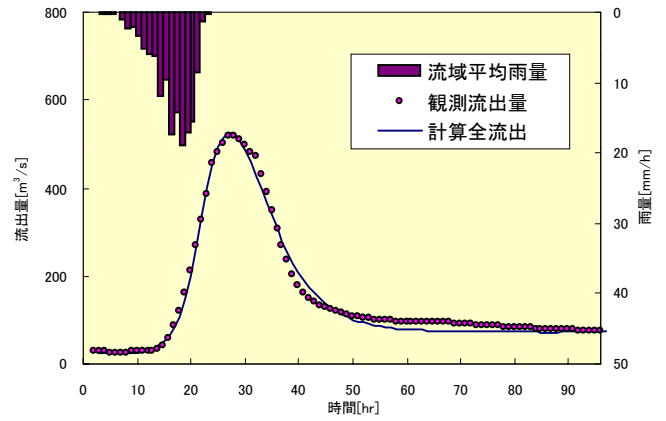


図-5 全流出量再現結果 (2段タンク型)

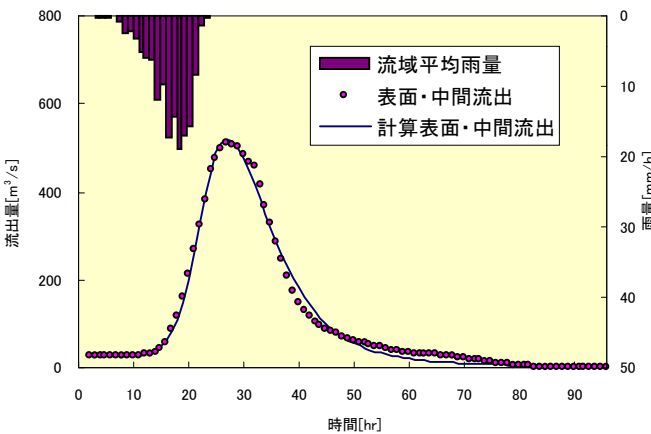


図-3 表面・中間流出成分再現結果

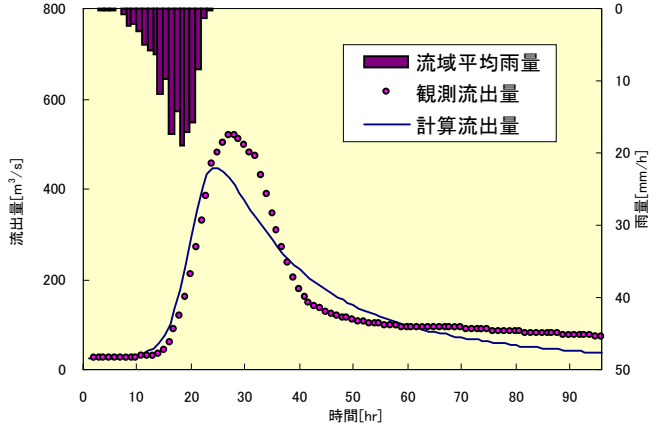


図-6 全流出量再現結果 (1段タンク型)

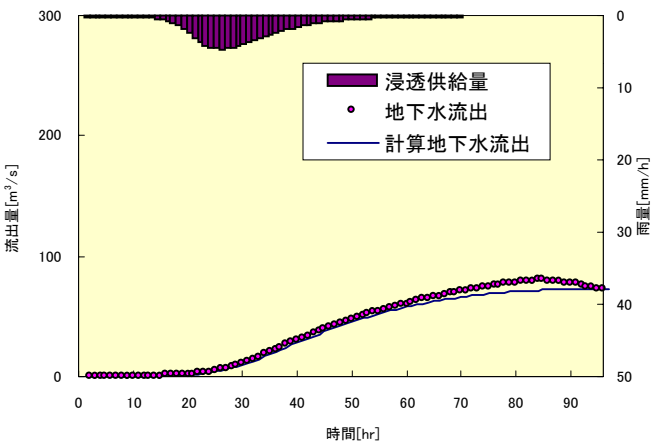


図-4 地下水流出成分再現結果

かった。2段タンク型モデルによる解析の流れを以下に示す。

a) フィルター分離法による流出成分分離

日野・長谷部の方法に従って、全流出量を表面・中間流出成分と地下水流出成分に分離する。まず、ハイドログラフの減衰部から分離時定数  $T_c$  を決定し(表-1)、(2)式より  $c_0$  と  $c_1$  を求める。このとき、 $\delta=2.1$  とした。成分分離には、(3)式から得られる差分方程式によって全流出量から地下水流出成分を計算する<sup>2)</sup>。

日野・長谷部は地下水流出成分が全流出量より大きくなることを防ぐために、地下水流出成分に1に近い重み

係数  $\alpha$  をかけて表面・中間流出成分を計算するとしている。本報告では、重み係数  $\alpha$  はすべて、 $\alpha=1$  として分離を行い、地下水流出が全流出量を越えるときは、地下水流出成分は全流出量に等しいとした。表面・中間流出成分は、(11)式により、全流出 ( $q$ ) から地下水流出成分 ( $q_2$ ) を引くことで求められる。本事例の分離結果を図-2 に示す。

b) 1段目タンクの解析

表面・中間流出成分の解析については、(5)~(7)式 of 非線形貯留関数モデルを用い、a) で分離した表面・中間流出成分の流量と流域平均雨量を入力し、パラメータの最適化計算を行う。得られた最適パラメータによる表面・中間流出成分の再現結果を図-3 に示す。

c) 2段目タンクのパラメータの算出

地下水流出成分については、(9)と(10)式の線形貯留関数モデルにより再現を行う。b) で求めた浸透に関するパラメータ  $k_{13}$  と a) で求めた  $c_0$  と  $c_1$  を用いて、(19)式より地下水流出成分パラメータ  $k_{21}$  と  $k_{22}$  を算出する。この算出した地下水流出成分パラメータを(21)式に用いて、地下水流出成分を再現する。その際に、雨量の代わりに、1段目タンクにおける解析で得られた損失成分  $f_1$  を浸透供給量として用いる。再現結果を図-4 に示す。

d) 全流出量の算出

(11)式により、b) で再現した表面・中間流出成分と c)

表-1 解析結果

	1979年		1991年		1992年		1998年	
	1段型	2段型	1段型	2段型	1段型	2段型	1段型	2段型
$c_{11}$	24.18	16.45	18.45	12.53	22.55	12.28	16.67	11.41
$c_{12}$	0.071	0.190	0.074	0.232	0.064	0.268	0.081	0.251
$k_{13}$	1.301	2.945	1.970	2.833	1.565	3.194	0.956	1.763
$k_{21}$	—	231.5	—	403.0	—	241.6	—	194.7
$k_{22}$	—	4125	—	13000	—	4143	—	4874
分離時定数 $T_c$ [h]	78.60		142.24		75.63		110.42	
比流量 [ $m^3/s/km^2$ ]	0.618		0.513		0.524		0.786	
総雨量 [mm]	174.1		121.7		162.7		141.3	
観測総流出高 [mm]	69.71		46.30		59.34		77.85	
計算総流出高 [mm]	68.65	72.50	42.80	43.85	58.04	62.37	73.75	75.97
ピーク観測流量 [ $m^3/s$ ]	405.89		336.91		343.94		516.3	
ピーク計算流量 [ $m^3/s$ ]	333.14	392.00	271.90	321.91	279.61	341.18	447.08	525.29
ピーク相対誤差 $J_{PE}$	0.179	0.034	0.193	0.045	0.187	0.008	0.134	0.017
相対誤差 $J_{RE}$	0.160	0.137	0.254	0.191	0.200	0.161	0.234	0.081

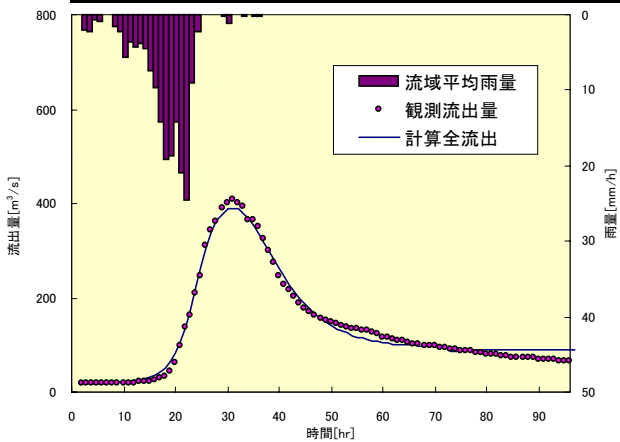


図-7 全流出量再現結果(2段タンク型)1979年

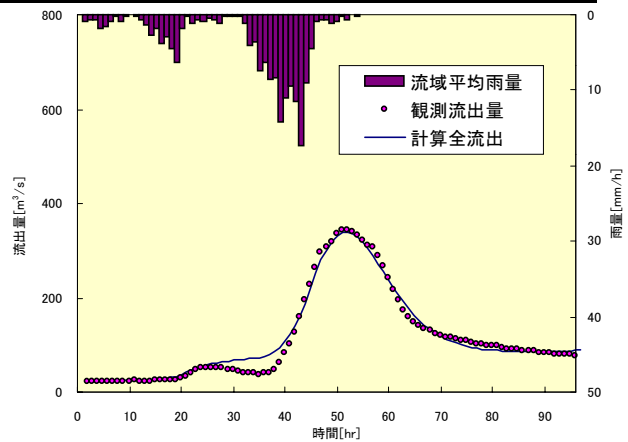


図-9 全流出量再現結果(2段タンク型)1992年

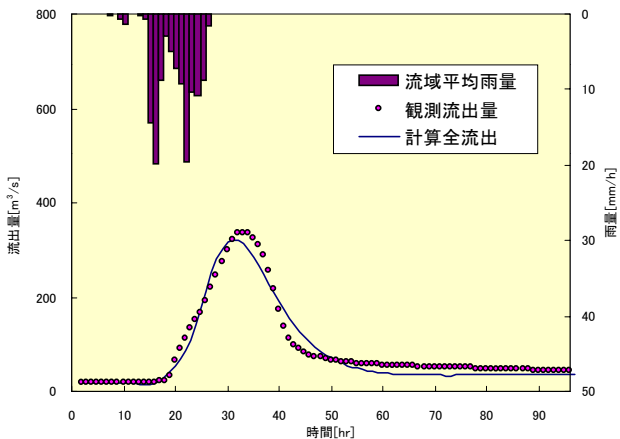


図-8 全流出量再現結果(2段タンク型)1991年

で再現した地下水流出成分を合計して全流出量とした(図-5)。また、比較対象として、1段タンク型モデルによる解析結果を図-6に示す。2段タンク型モデルによる洪水再現性はハイドログラフ全体にわたり良好である。

e)他ケースへの適用

標津川流域における他の3ケース(1979年, 1991年, 1992年)についても同様の解析を行い、その結果を表-1および図-7~9に示す。2段タンク型モデルによる洪水再現性はすべて良好であり、また、すべて1段型タンク

モデルに比べ2段型タンクモデルの再現性が優れていた。特にピーク値の再現において大きく向上し、誤差が5%以下であった。このことから、提案した手法の有効性が確認された。

7.まとめ

- a) 1段タンク型貯留関数法でとくにピーク流量の再現が不十分であった洪水例において、2段タンク型モデルを採用することで、再現性が大幅に向上した。
- b) 標津川のように浸透が大きい流域において良好な再現性が得られたことから、2段目のタンクにより地下水流出成分が的確に表現されていると考えられる。
- c) 流出成分分離で用いた定数を地下水流出成分の再計算に直接利用できる。このため、最適化すべきモデル定数の数は3個だけであり、提案した手法は実用的にも有効であると考えられる。

参考文献

- 1) 日野幹雄・長谷部正彦：水文流出解析，森北出版，254p., 1985.
- 2) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：一般化貯留関数法による流域流出解析・河道洪水追跡実用計算法, 152p., 2001.