

成分分離に基づく貯留関数法の適用

(独)北海道開発土木研究所 河川研究室 園山 裕士
環境研究室 中津川 誠
河川研究室 渡邊 康玄

1. はじめに

現在、新しい河川法に基づく河川整備計画の策定が全国的規模で推進されており、とくに基本高水の再検討が主要課題となっている。再検討にあたって、「木村の貯留関数法」が主流を占めているが、モデル定数の同定が試行錯誤的に行われているため、一洪水に適合が良かったモデル定数が、他の洪水では適応性がよくないという例がしばしば発生する。その対応策として、貯留関数法に損失機構を考慮することで、事前に有効雨量の算出を必要としない客観性に優れたモデルが提案されている。

しかしながら、損失機構を持つ1段タンク型貯留関数モデルを数多くの洪水例に適用した結果、ピーク流量の再現性が悪い解析例が数多く見られた。とくに、釧路川やオホーツク海側の河川流域でその傾向が顕著である。その理由として、これらの流域では火山灰土壌が広く分布しているために浸透性が高く、地下水流出成分が卓越していることが考えられる。

本報告では、上述した洪水事例における問題点を解決するために、損失機構を持つ1段タンク型貯留関数モデルに地下水流出成分を追加した2段タンク型貯留関数モデルを導入した。この時、既往洪水データに適用しその再現性について検討する。

2. 流出モデル

現在、洪水予測や河川計画では図-1の一般化貯留関数モデルが用いられている。

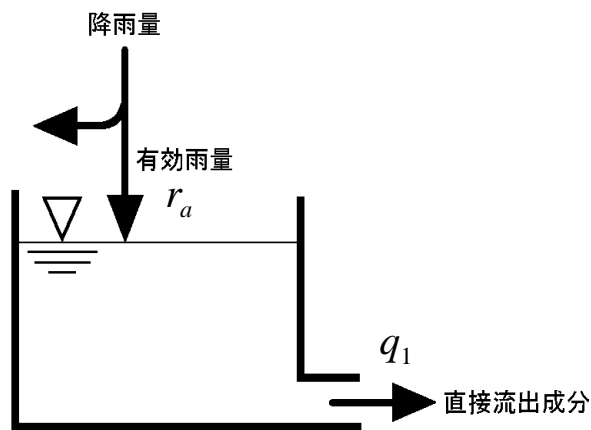


図-1 一般化貯留関数モデル

$$\begin{cases} s = k_1 q_1^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt} (q_1^{p_2}) \\ \frac{ds}{dt} = r_a - q_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} k_1 = 2.8235 f_c A^{0.24} \\ k_2 = 0.2835 k_1^2 \bar{r}_a^{-0.2648} \\ p_1 = 0.6 \\ p_2 = 0.4648 \\ f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6} \end{cases} \quad (2)$$

ここに、 s :タンク貯留高[mm]、 r_a :有効雨量[mm/h]、 q_1 :直接流出高[mm/h]、 k_1 、 k_2 :貯留係数、 p_1 、 p_2 :貯留指数、 A :流域面積[km²]、 \bar{r}_a :平均有効雨量強度[mm/h]、 n :等価粗度、 i :斜面勾配

このモデルの特徴としては、以下のことが挙げられる。

- a) 全流出のうち直接流出成分に着目している。
- b) 直接流出成分に等しくなるように流出率を乗じた有効雨量を入力する。

しかし、有効雨量の算出には全流出から直接流出成分を分離する必要があり、その手法は主観的な要素を含むという問題がある。そういった問題に対し有効雨量を分離せずに雨量をそのまま用いる損失項付き貯留関数モデル（図-2）が提案されている。浸透により長期間かかる流出成分または蒸発散等により流出に関与しない降雨成分を損失 f_1 として表現することで、事前の雨量の分離を必要とせずに観測雨量をそのまま入力することができ、客観性が保たれ、手法として有効である。

損失項付き 1 段タンク型貯留関数モデルは次式で表現される。

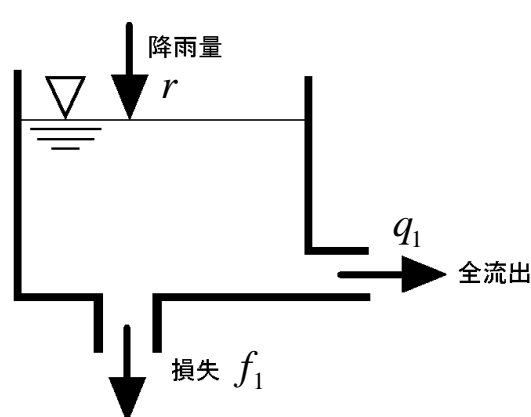


図-2 1 段タンク型貯留関数モデル

$$\begin{cases} s_1 = k_{11}q_1^{p_1} + k_{12} \frac{d}{dt}(q_1^{p_2}) \\ \frac{ds_1}{dt} = r - q_1 - f_1 \\ f_1 = k_{13}q_1 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} p_1 = 0.6 \\ p_2 = 0.4648 \\ k_{11} = c_{11}A^{0.24} \\ k_{12} = c_{12}k_{11}^2(\bar{r})^{-0.2648} \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 s_1 :タンク貯留高 [mm]、 r :観測雨量 [mm/h]、 q_1 :全流出高 [mm/h]、 f_1 :損失高 [mm/h]、 k_{11} 、 k_{12} :貯留係数、 k_{13} :損失係数、 p_1 、 p_2 :貯留指数、 A :流域面積 [km²]、 \bar{r} :平均雨量強度 [mm/h]、 c_{11} 、 c_{12} :未知定数

p_1 と p_2 については表面流に Manning 則を用い、(4)の値に固定した。

(3)・(4)式より、全流出を c_{11} 、 c_{12} 、 k_{13} の3つのパラメータによって再現することができる。未知パラメータ c_{11} 、 c_{12} 、 k_{13} の同定法に関しては、文献 1)を参照されたい。

3. 2 段タンク型貯留関数モデル

従来の損失項付き 1 段タンク型モデルについては、流出を 1 つの成分として考えられている。あらかじめ流域が雨水を多く含んでいるような場合、流出の多くが表面・中間流出成分となり、流出を 1 成分として解析する 1 段タンク型モデルにおいても十分な再現性が得られると思われる。しかし、浸透の大きい流域や、流域が乾燥状態にあった場合、特に初期の段階で、雨水の多くが浸透し、しだいに流域の貯留が飽和してくるといった現象が起こる。そうなるとうち表面・中間流出成分になる割合が初めは少なく、次第に増加する傾向が現れる。このような場合、表面・中間流出成分と地下水流出成分の持つ流出特性の違いの大きさを考えれば、洪水再現性の向上のためには、地下水成分の影響をモデルに取り入れる必要があると推定できる。したがって、貯留関数モデルにおいても、2 成分の解析が可能となる 2 段タンク型モデルを用

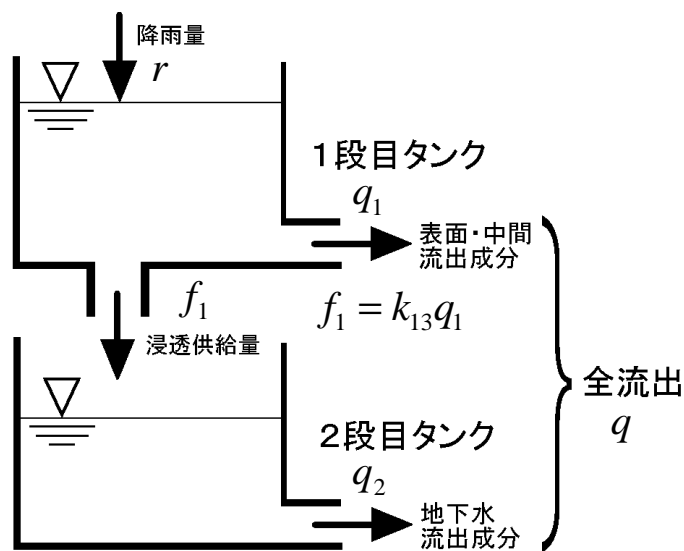


図-3 2段タンク型貯留関数モデル

いる手法が有効であると考えられる。そこで図-3の2段タンク型貯留関数モデルを導入した。

1段目タンクは、前述の1段タンク型モデルと同じ非線形モデルを用い、全流出のうち表面・中間流出成分を表現する。

2段目のタンクについては(5)式の線形モデルを採用し、地下水流出成分を表している。

$$\begin{cases} s_2 = k_{21}q_2 + k_{22} \frac{dq_2}{dt} \\ \frac{ds_2}{dt} = f_1 - q_2 \\ f_1 = k_{13}q_1 = k_{13}(q - q_2) \end{cases} \quad (5)$$

ここに、 s_2 : 2段目タンク貯留高[mm]、 k_{21} 、 k_{22} : 未知定数、 q_2 : 地下水流出高[mm/h] 1段目(表面・中間流出成分)の流出高 q_1 と2段目(地下水流出成分)の流出高 q_2 を合計して全流出高 q とする。

$$q = q_1 + q_2 \quad (6)$$

4. 2段タンク型モデルの解法

以下に2段タンク型モデルの特徴を示す。

- 全流出を比較的早く流出する「表面・中間流出成分」と遅れて流出する「地下水流出成分」の2成分に分けて解析を行う。(フィルター成分分離法)
- 1段目は降雨を直接入力とし、表面・中間流出成分のみの再現を行う。さらに浸透する成分を浸透供給量とし、2段目タンクへの入力とした。
- 2段目は、ハイドログラフの減水部より求められる分離時定数 T_c を用い、地下水流出成分の未知パラメータを決定する。

2段目のタンクの解法については、日野・長谷部によって提案された「フィルター成分分離法」を用いる²⁾。この分離法は端的に言えば、観測流量を客観的に(あるいは数学的に)「表面・中間流出成分」と「地下水流出成分」に分離する手法である。日野・長谷部は地下水流出成分を線形方程式で表現可能であるとし、次式で表現した。

$$\frac{d^2q_2}{dt^2} + c_1 \frac{dq_2}{dt} + c_0q_2 = c_0q \quad (7)$$

ここに、 c_0 、 c_1 : 未知定数、 q_2 : 地下水流出成分流量、 q : 全流出量
 c_0 と c_1 は次式で与えられる。

$$c_0 = (\delta / T_c)^2 \quad , \quad c_1 = \delta^2 / T_c \quad (8)$$

ここに、 T_c :地下水流出成分の分離時定数、 δ :減衰係数
 T_c は、ハイドログラフの低減部より決定される定数である。 δ は、通常 2.0~2.5 の値とされている。

一方で、貯留関数法による地下水流出成分を表す(5)式は、以下のように変形される。

$$\frac{ds_2}{dt} = k_{21} \frac{dq_2}{dt} + k_{22} \frac{d^2q_2}{dt^2} = f_1 - q_2 \quad (9)$$

すなわち、

$$\frac{d^2q_2}{dt^2} + c'_1 \frac{dq_2}{dt} + c'_0 q_2 = c'_0 f_1 \quad (10)$$

ここに、

$$c'_1 = \frac{k_{21}}{k_{22}} \quad , \quad c'_0 = \frac{1}{k_{22}} \quad (11)$$

フィルター成分分離法による線形方程式(7)と貯留関数法による線形方程式(10)は同じ表現になっており、全流出量 q が浸透供給量 f_1 に置き換わっているだけである。

2式の間係数を調べるために、(10)式に(5)式の f_1 を代入すると、(12)式が得られる。

$$\frac{d^2q_2}{dt^2} + c'_1 \frac{dq_2}{dt} + c'_0(1+k_{13})q_2 = c'_0 k_{13} q \quad (12)$$

(12)式の定数項部分に(11)式の関係式を代入すると、以下の式が得られる。

$$c'_0(1+k_{13}) = \frac{1+k_{13}}{k_{22}} \quad , \quad c'_0 k_{13} = \frac{k_{13}}{k_{22}} \quad (13)$$

既往洪水の解析結果によれば、 $k_{22} \gg 1$ であることから、 $1/k_{22} \approx 0$ とみなすことができる。したがって、近似的に次式が成り立つと考えられる。

$$c'_0(1+k_{13}) \approx c'_0 k_{13} \quad (14)$$

以上の仮定のもとに、(7)式と(12)式が等価であるとするとき、定数間に次の関係式が成立する。

$$\begin{cases} c'_1 = c_1 \\ c'_0(1+k_{13}) \approx c'_0 k_{13} = c_0 \end{cases} \quad (15)$$

(11)式を(15)式に代入すると、次式よりモデル定数が得られる。

$$k_{21} = c_1 k_{22} \quad , \quad k_{22} = k_{13} / c_0 \quad (16)$$

したがって、流出成分分離に用いた(8)式に示される定数 c_0 と c_1 を 2 段目タンクの貯留係数 k_{21} と k_{22} の決定に利用することができる。

図-3 に示される 2 段タンク型の非線形貯留関数モデルを想定する場合、未知定数 c_{11} 、 c_{12} 、 k_{13} 、 k_{21} 、 k_{22} の 5 個のうち、最適化が必要となるのは、 c_{11} 、 c_{12} 、 k_{13} の 3 個だけで、この手法は、実用的と言える。

5 . 既往洪水データへの適用

2 段タンク型貯留関数モデルについて、過去の洪水事例を用いて最も再現の良くなるパラメータを探索する手法について述べる。

解析例として、標津川の洪水データ(1998 年)を用いる。標津川は、北海道東部に位置し、657km² (合流点観測所) の流域面積を有する 2 級河川である。流域は火山灰土壌が広がっているため浸透性が高い。その特徴から、雨水の多くが土中に浸透するものと考えられ、浸透成分もしくは浸透を経た後に遅れて流出する成分が評価されていない 1 段タンク型モデルの再現性は良くなかった(図-9 を参照)。2 段タンク型モデルによる解析の流れを以下に示す。

a) フィルター成分分離法による流出成分分離

日野・長谷部の方法に従って、(7)式により全流出量を表面・中間流出成分と地下水流出成分に分離する。まず、ハイドログラフの減衰部から分離

時定数($T_c = 110.42\text{hrs}$)を決定し(図-4)、(8)式より c_0 と c_1 を求める。このとき、 $\delta = 2.1$ とした。分離法の詳細については文献 2) を参照されたい。

解析事例の表面・中間流出成分と地下水成分分離結果を図-5 に示す。

b) 1 段目タンクの解析

表面・中間流出成分の解析については、(3)・(4)式の非線形貯留関数モデルを用い、a) で分離した表面・中間流出成分の流量と流域平均雨量を入力し、パラメータの最適化計算を行う。得られた最適モデルパラメータによる表面・中間流出成分の再現結果を図-6 に示す。

c) 2 段目タンクのパラメータの算出

地下水流出成分については、(5)式の線形貯留関数モデルにより再現を行う。b) で求めた浸透に関するパラメータ k_{13} と a) で求めた c_0 と c_1 を用いて、(16)式より地下水流出成分パラメータ k_{21} と k_{22} を算出する。この算出した地下水流出成分パラメータを用いて、地下水流出成分を再現する。その際に、雨量の代わりに、1 段目タンクにおける解析で得られた損失成分 f_1 を浸透供給量として用いる。再現結果を図-7 に示す。

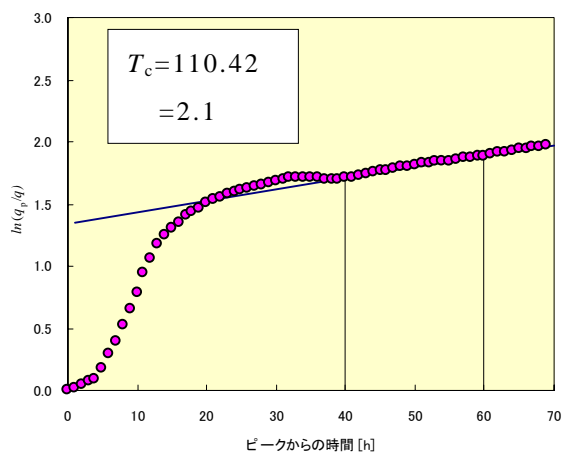


図-4 分離時定数 T_c の決定

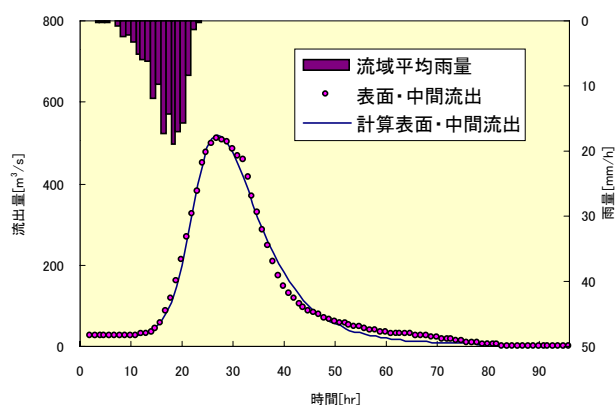


図-6 表面・中間流出成分再現結果

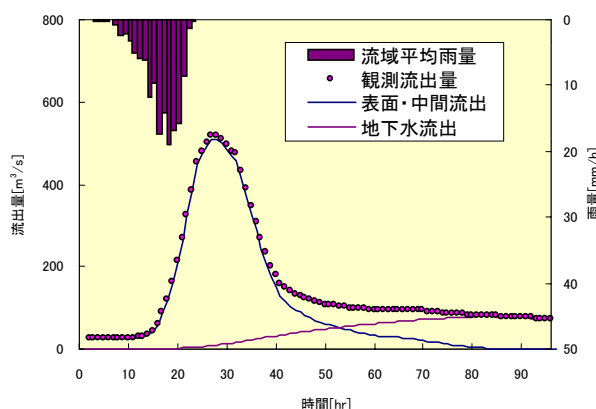


図-5 流出の成分分離結果

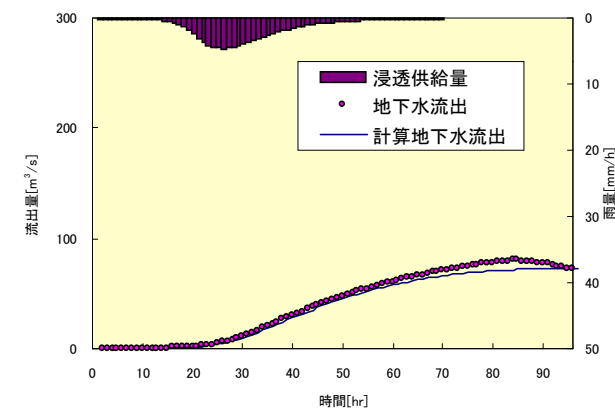


図-7 地下水流出成分再現結果

d) 全流出量の算出

(6)式により、b)で再現した表面・中間流出成分とc)で再現した地下水流出成分を合計して全流出量とした(図-8)。また、比較対象として、1段タンク型モデルによる解析結果を図-9に示す。

e) 再現性の評価

解析結果の評価方法として、ピーク流出高相対誤差 J_{PE} と実測・計算ハイドログラフの相対誤差 J_{RE} を用いた。以下に式を示す。

$$J_{PE} = \frac{|q_p^* - q_p|}{q_p^*} \quad (17)$$

$$J_{RE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|q_{si}^* - q_{si}|}{q_{si}^*} \quad (18)$$

ここに、 q_p^* : 実測ピーク流出高 [mm/h]、 q_p : 計算ピーク流出高 [mm/h]、 q_{si}^* : 実測流出高 [mm/h]、 q_{si} : 計算流出高 [mm/h]、 N : 流量データ数

f) 他事例での適用

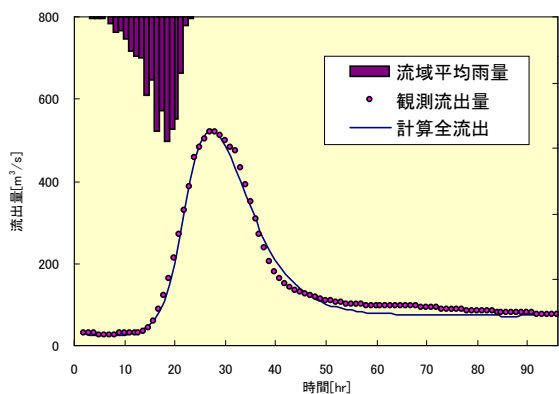


図-8 全流出量再現結果
(2段タンク型) 標津川

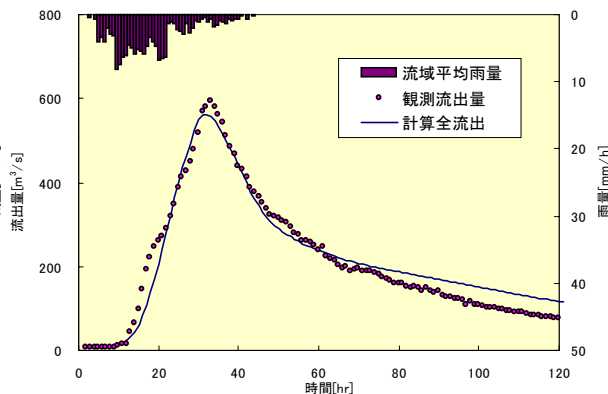


図-10 全流出量再現結果
(2段タンク型) 湧別川

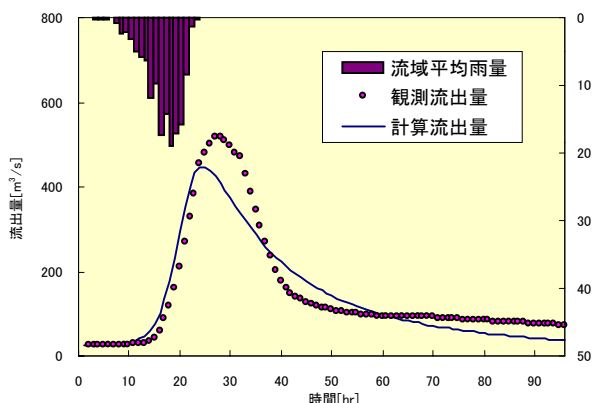


図-9 全流出量再現結果
(1段タンク型) 標津川

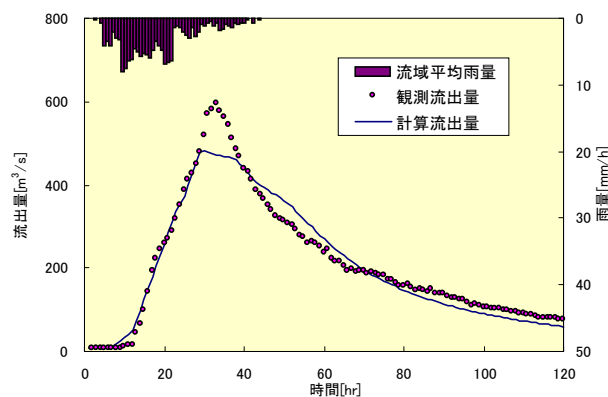


図-11 全流出量再現結果
(1段タンク型) 湧別川

表-1 流出解析結果(標津川)

	c_{11}	c_{12}	k_{13}	k_{21}	k_{22}	J_{PE}	J_{RE}
1段タンク型モデル	16.67	0.081	0.956	—	—	0.134	0.234
2段タンク型モデル	11.39	0.252	1.782	196.7	4926.1	0.016	0.084
	比流量 [m ³ /s/km ²]	総雨量 [mm]	観測総流出高 [mm]	計算総流出高 [mm]	観測ピーク流量 [m ³ /s]	計算ピーク流量 [m ³ /s]	
1段タンク型モデル	0.786	141.3	77.85	73.75	516.30	447.08	
2段タンク型モデル				75.58			524.56

表-2 流出解析結果(湧別川)

	c_{11}	c_{12}	k_{13}	k_{21}	k_{22}	J_{PE}	J_{RE}
1段タンク型モデル	12.75	0.038	0.187	—	—	0.187	0.169
2段タンク型モデル	7.96	0.285	1.499	83.6	1056.6	0.053	0.203
	比流量 [m ³ /s/km ²]	総雨量 [mm]	観測総流出高 [mm]	計算総流出高 [mm]	観測ピーク流量 [m ³ /s]	計算ピーク流量 [m ³ /s]	
1段タンク型モデル	0.740	151.4	113.50	111.36	593.87	483.05	
2段タンク型モデル				118.84			562.42

同様の解析を他の洪水事例についても行った。用いた洪水データは、湧別川の丸瀬布観測所(流域面積 802km²)の平成13年(2001年)9月洪水の雨量・流量データである。流域の特徴としては、年間の降雨量が少なく、また、夏期の降雨も少ないことから、8・9月の河川流出量が少なく、9月の洪水前の流域は乾燥状態にあったと推定

される。湧別川における実測・計算ハイドログラフの比較を図-10(2段タンク型モデルによる結果)と図-11(1段タンク型モデルによる結果)に示す。また、1段タンク型モデルと2段タンク型モデルによるピーク流量とハイドログラフの相対誤差を比較して表-2に示す。

6. 考察

標津川と湧別川の解析結果について考察する。両方の洪水事例ともハイドログラフの形状をみると、1段タンク型貯留関数法に比べて、2段タンク型貯留関数法の方が良い再現が得られている。特にピーク流量においては精度が大きく向上している。

表-1に示される標津川の計算結果を見ると、1段型モデルと2段型モデルによるピーク流量の相対誤差 J_{PE} は 13.4%から 1.6%へと大幅に減少している。同様に、ハイドログラフの相対誤差 J_{RE} も 23.4%から 8.4%へと減少している。

一方、表-2に示される湧別川の計算結果を比較すると、1段型モデルと2段型モデルによるピーク流量の相対誤差 J_{PE} は 18.7%から 5.3%へと減少しているが、ハイドログラフの相対誤差 J_{RE} は 16.9%から 20.34%へと増加している。その理由として、図-10と図-11に示されるように、湧別川の洪水例においては、ハイドログラフの低減部後半において、1段タンク型貯留関数モデルの方が2段タンク型貯留関数モデルより再現性が良好であったことがあげられる。湧別川の事例は標津川の事例に比べて、降雨期間が長く、流量の減少が緩やかであることから、分離時定数 T_C を再検討することで再現性を向上できるものと考えられる。

7. まとめ

1・2段タンク型貯留関数モデルによる計算結果の比較から、次の結論が得られる。

- 1) 流域の湿潤状態により流出成分の割合が大きく変化することから、その変化に適切に対処できるモデル構築が必要である。
- 2) 表面・中間流出成分と地下水流出成分を考慮できる2段タンク型貯留関数法を導入することで、特にピーク流量において再現性が大きく向上した。

8. 今後の展開

今回提案した2段タンク型貯留関数モデルによって、ハイドログラフの再現性が良好になることが確認された。しかしながら、このモデルを洪水予測や基本高水の検討等の実務に用いるためには、多くの流域の既往洪水データに適用して、モデルの信頼性について十分な検証が必要である。

参考文献

- 1) (財)北海道河川防災研究センター・研究所 編集・発行：一般化貯留関数法による流域流出解析・河道洪水追跡実用計算法, 152p., 2001.
- 2) 日野幹雄・長谷部正彦：水文流出解析, 森北出版, 254p., 1985.