

損失項を含む総合化貯留関数法の精度評価

EVALUATION OF ACCURACIES FOR SYNTHETIC STORAGE ROUTING MODEL WITH LOSS MECHANISMS

佐々木靖博¹・星 清²・井出 康郎³

Yasuhiro SASAKI, Kiyoshi HOSHI and Yasuro IDE

¹正会員 北海道開発局開発土木研究所 (〒062-8602 札幌市豊平区平岸 1-3)

²フェロー会員 工博 (財)北海道河川防災研究センター (〒060-0061 札幌市中央区南1西1)

³正会員 北海道開発局開発土木研究所 (〒062-8602 札幌市豊平区平岸 1-3)

It is desirable to directly use the observed rainfall and discharge in the rainfall-runoff process. The present study proposes a new storage routing model which can accommodate the loss mechanisms and groundwater flow component. The three parameters involved in the runoff model are optimized, using the Newton-Raphson method in which the sensitivity coefficients (first derivatives) are analytically derived.

The proposed model is applied to 362 historical flood data in the rivers of Hokkaido with drainage areas being less than 400 km² where the rainfall-runoff process on the overland flow plane appears to be predominant over the channel-flow process. The simulation results demonstrate that the computed hydrographs are in good agreement with the observed ones and the model performance is fairly good over a wide range of drainage areas in river basins. Finally, optimized coefficients are synthesized for the estimation of hydrographs in ungaged river basins. The impact of synthesized model parameters was examined on the errors of estimated hydrographs and flood peaks.

Keywords: Flood runoff, loss mechanisms, synthetic storage routing model, optimization, sensitivity analysis

1.はじめに

貯留関数法は集中定数系モデルであり、流出現象の非線形性を比較的単純な構造式で表現できること、洪水逐次予測(Operational Forecast)に要求される計算の簡便さと迅速さを兼ね備えていることなどの理由により、洪水流出解析に広く用いられている。

しかしながら、貯留関数法による多くの洪水流出解析では、事前に基底流出の分離及びそれに伴う流出率の算定が必要である。一般的に、流出率を洪水期間中、リアルタイムに求めることは非常に困難であるため、逐次予測の観点から洪水流出解析を行う際には、観測水文量を直接取り込むことができるモデルがあれば、より実用的であると考えられる。

最近、「損失」という考えを取り入れ、観測雨量を直接入力する流出計算モデルが数多く発表されている^{1),2)}。本報告においては、河道効果が無視できると考えられる流域面積 400km²以下の北海道内河川の既往洪水資料に損失を考慮した貯留関数モデルを適用して、モデル定数の最

適化を行い、貯留関数法の総合化を図った。併せて、流量資料の不備な小流域において、ハイドログラフを推定し、その精度評価を行う目的で、総合化貯留関数モデル定数の感度分析を行った。

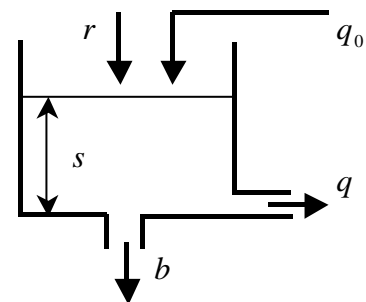


図 - 1 流出モデル

2. 貯留関数モデル

本報告では、図-1 に示すタンクを考え、次式の貯留関数法を採用する。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{ds}{dt} = r - q - b + q_0 \\ s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt}(q^{p_2}) \\ b = \mathbf{a}q \\ q_0 = q_B \exp(-I t) \end{array} \right. \quad (1)$$

ここに、 s ：貯留高(mm)、 r ：観測雨量(mm/h)、 q ：観測流出高(mm/h)、 b ：損失高(mm/h)、 q_0 ：地下水流出高(mm/h)、 q_B ：初期流出高(mm/h)、 k_1, k_2 ：貯留係数、 \mathbf{a} ：損失係数、 p_1, p_2 ：貯留指数、 I ：減水係数

上式に示される貯留方程式はKinematic wave法の解を集中化したもので、表面流に Manning 則を想定すると、 $p_1 = 0.6$ 、 $p_2 = 0.4648$ に近似できる³⁾。降雨流出過程におけるすべての損失成分を損失項 b で表現している。また、本報告において、地下水流出成分 q_0 を導入しているのは次の理由による。

(a) 図-1 に示されるように、採用モデルは1段タンクで表現されているために、地下水流出成分が取り込めないこと、また、流出孔高がないために、流域の初期湿潤状態が表現できないためである。

(b) 観測雨量と観測流量を直接洪水解析に用いるために、水収支が保存されない場合が多い。とくに、流域面積雨量の代表性等の理由により、一洪水中の総流出量が総降雨量を上回る際に、最適化計算が発散する場合が多かったためである。

I はハイドログラフ減水部の標準減曲線から得られる流域に固有な値であるが、北海道内の河川における佐藤ら⁴⁾の解析結果を基に、本報告では $I=0.019$ に固定した。

各モデル定数による流出特性は、以下の通りである。 k_1 は、ハイドログラフの応答の早さとピーク流出高の大きさに影響し、この値が大きいほど流出が遅れ、ピークが小さくなる。 k_2 は、ハイドログラフの立ち上がり減衰部のカーブの尖鋭度に影響し、この値が大きいほど緩やかなカーブになる。 \mathbf{a} は、損失項を支配する係数で、この値が大きいほど浸透、蒸発散などの効果が大きいことを意味し、降雨に対する流出の割合が減少する。

モデル定数 k_1 と k_2 については、既往研究成果⁵⁾ から次の関数形を仮定する。

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = c_1 A^{0.24} \\ k_2 = c_2 k_1^2 (\bar{r})^{-0.2648} \end{array} \right. \quad (2)$$

ここに、 A ：流域面積(km²)、 \bar{r} ：平均雨量強度(mm/h)、 c_1, c_2 ：未知定数

モデル定数 k_1 は流域特性値に、 k_2 は流域・降雨特性値の双方に依存して変化するので、係数 c_1 と c_2 は互いに独立で、流域毎に一定値をとると考えられる。

表-1 洪水解析対象資料数

No.	水系	洪水数	No.	水系	洪水数
1	釧路川	30	8	石狩川	66
2	後志利別川	79	9	天塩川	31
3	沙流川	15	10	鶴川	4
4	十勝川	50	11	網走川	2
5	渚滑川	16	12	湧別川	5
6	常呂川	5	13	留萌川	39
7	尻別川	20	14	合計	362

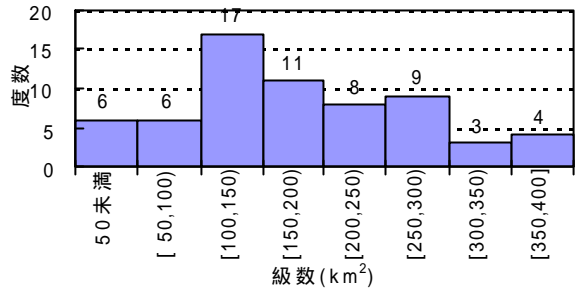


図-2 流域面積の度数分布

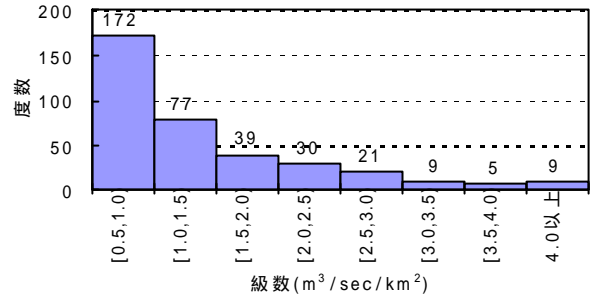


図-3 比流量の度数分布

式(1)の貯留関数モデルは次の非線形連立微分方程式に変換される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy_1}{dt} = y_2 \\ \frac{dy_2}{dt} = -\frac{k_1}{k_2} \frac{p_1}{p_2} y_1^{p_1/p_2-1} y_2 - \frac{c_3}{k_2} y_1^{1/p_2} + \frac{1}{k_2} (r + q_0) \end{array} \right. \quad (3)$$

ここに

$$y_1 = q^{p_2}, \quad y_2 = \frac{d}{dt}(q^{p_2}) \quad (4)$$

$$c_3 = 1 + \mathbf{a} \quad (5)$$

式(3)の数値解法には線形化手法を用いた。本報告での未知定数は、 c_1, c_2, c_3 の3個となる。これらの最適値を同定して、採用モデルの検証を行い、貯留関数モデルの総合化を図る。モデル定数の最適化にはニュートン法を用いた。詳細については、文献5)を参照されたい。

3. 実測データへの適用

北海道内一級河川13水系において、昭和36年から平成10年までに観測されたピーク比流量が0.5 (m³/sec/km²)以上の洪水資料を解析対象とした。表-1に流域毎の解析洪水資料数を示す。

図-2 は解析対象の流域面積度数分布である。流域面積の規模は、300km²以下が多数を占め、その割合は89%であり、斜面流出が卓越し、河道の遅れ効果を見捨てる大きさであると考えられる。図-3 はピーク比流量の度数分布であり、約52%のデータが1.0以上の範囲に含まれている。

ピーク流出高の計算値と実績値の比較を図-4 に示す。未知パラメータとしての c_1 、 c_2 及び $c_3 (=1+a)$ の3個のモデル定数の特性を知る目的で、ピーク流出高の計算値と実測値の相対誤差が25%以下となる235例をモデル定数の総合解析対象とした。次に、流出解析結果

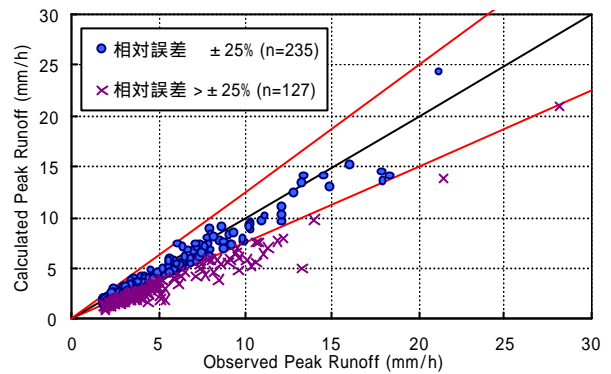


図-4 計算・実績ピーク流出高の比較

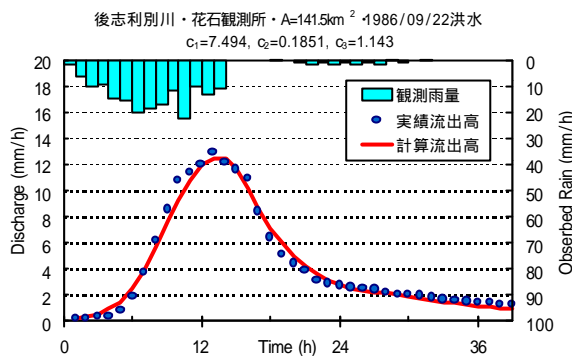


図-5 解析事例（後志利別川水系、後志利別川、花石観測所、S61.09.22、A=141.5km²）

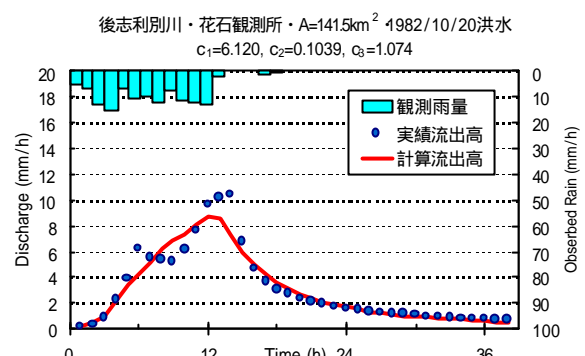


図-6 解析事例（後志利別川水系、後志利別川、花石観測所、S57.10.20、A=141.5km²）

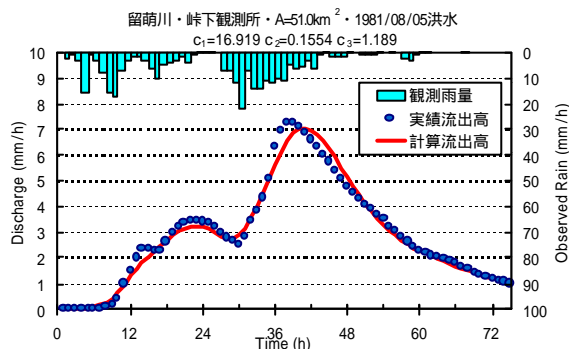


図-7 解析事例（留萌川水系、留萌川、峠下観測所、S56.08.05、A=51.0km²）

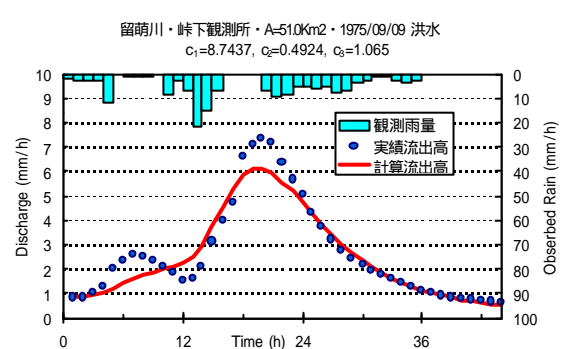


図-8 解析事例（留萌川水系、留萌川、峠下観測所、S50.09.09、A=51.0km²）

の代表例を示す。解析結果はハイドログラフのピーク部分の再現性がよくない例もあったが、流域の大小に関わらず、ハイドログラフの立ち上がり部および減衰部の適合度は全体的に良好であった。図-5 と図-7 は特に適合度が良好な例であり、図-6 と図-8 は、適合度が良好でなかった例である。二山洪水例や前期降雨の影響で初期貯留量の割合が比較的大きいと考えられる洪水例で、適合度が下がる傾向にあった。

4. モデルパラメータの特性

表-2 は、流域毎及び全流域における解析に用いた洪水資料数及び最適化パラメータ同定結果である。網走川においては洪水資料数が少ないために、3個の定数の

表-2 流域毎の解析対象資料数及び最適化パラメータの平均値と標準偏差

No.	流域名	洪水数	c1		c2		c3	
			μ	σ	μ	σ	μ	σ
1	釧路川	19	18.953	7.900	0.112	0.059	2.984	1.131
2	後志利別川	47	9.115	2.147	0.167	0.100	1.412	0.346
3	沙流川	13	10.960	2.521	0.121	0.080	1.159	0.212
4	十勝川	31	12.993	4.443	0.106	0.061	1.597	1.052
5	渚滑川	15	14.030	3.334	0.134	0.076	1.009	0.320
6	常呂川	5	11.031	1.334	0.182	0.093	1.286	0.212
7	尻別川	12	12.993	4.135	0.106	0.062	1.499	0.437
8	石狩川	35	11.143	5.646	0.164	0.145	1.768	0.711
9	天塩川	17	13.144	4.779	0.119	0.119	1.463	0.400
10	鶴川	4	11.891	2.696	0.108	0.046	1.314	0.215
11	網走川	2	23.523	2.674	0.090	0.005	4.180	0.384
12	湧別川	4	12.511	1.660	0.128	0.029	1.268	0.182
13	留萌川	31	10.458	3.084	0.271	0.175	1.280	0.223
14	全流域	235	12.082	5.112	0.154	0.112	1.590	0.812

値が全流域に関する値に比べて、その差が大きい。釧路川の c_1 の平均値は、他の流域の値に比べて大きい。変動も大である。 c_3 の平均値が大きいのは、損失が大きいことを示唆し、この流域は火山灰地が広く分布していることと符合する。釧路川と十勝川の c_3 の値は、他の流域に比べて、変動がとくに大である。図-10~12は、各パラメータ同定値の度数分布グラフである。表-4から、それぞれ約8割のデータが「平均値±標準偏差」の範囲に含まれており、定数が狭い範囲に集中していることが確認された。また、表-5により、定数間の相関係数が高くないことから、定数は互いに独立性を有しており、降雨および流域規模に依存していないパラメータであるといえる。

各定数について、表-2に示される全流域の平均値 m をその代表値として利用すれば、式(6)のようにモデル定数の総合化が図られる。この総合化パラメータを用いることにより、流量資料に乏しい流域においても、ハイドログラフの推定が可能となる。

$$\begin{cases} k_1 = 12.08A^{0.24} \\ k_2 = 0.154k_1^2(\bar{r})^{-0.2648} \\ c_3 = 1.590 \end{cases} \quad (6)$$

5. 総合化パラメータによる精度評価 (後志利別川の例)

流域特性などの影響を除くため、解析対象流域を後志利別川流域に限定し、まず、全流域に関する式(6)の総合化パラメータ(表-6に示される「平均値±標準偏差($m \pm S_r$)」の値)を用いて、実績ハイドログラフとの比較を行った。しかしながら、表-2に示されるように、最適化パラメータの平均値は流域毎にばらつきがあり、全流域の平均値で代表させることは困難であると判断された。そこで次に、後志利別川流域における最適化パラメータの平均値及び標準偏差(表-6に示される($m \pm S_s$))を用いて、後志利別川流域での式(7)の総合化パラメータによる比較も同時に行った。

$$\begin{cases} k_1 = 9.150A^{0.24} \\ k_2 = 0.167k_1^2(\bar{r})^{-0.2648} \\ c_3 = 1.412 \end{cases} \quad (7)$$

精度評価は、「ピーク流出高の実測値と計算値の相対誤差 J_{PE} 」及び「実測・計算ハイドログラフの適合度」すなわち、「観測流量 q_{si}^* と計算流量 q_{si} の相対誤差 J_{RE} 」の2項目で検討し、各パラメータの「平均値±標準偏差」を用いた合計9通りの組み合わせによる感度分析を行った。9ケース毎の総合化パラメータの表記法を表-6に示す。表-7には全流域と後志利別川流域にお

ける総合化パラメータの値を示す。なお、洪水毎の相対誤差 J_{PE} 及び J_{RE} は次式で計算される。

$$J_{PE} = \frac{|q_p^* - q_p|}{q_p^*} \quad (8)$$

$$J_{RE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|q_{si}^* - q_{si}|}{q_{si}^*} \quad (9)$$

ここに、 q_p^* : 実測ピーク流出高(mm/h)、 q_p : 計算ピーク流出高(mm/h)、 q_{si}^* : 実測流出高(mm/h)、 q_{si} : 計算流出高(mm/h)、 N : 流量データ数

感度分析は表-6 に示される全流域及び後志利別川流域毎のパラメータを用いて、次の4段階により行った。
 . 各パラメータを「平均値±標準偏差」で同時に変化させる。(ケース)

- . c_2 と c_3 を平均値に固定し、 c_1 のみ「平均値±標準偏差」で変化させる。(ケース)
- . c_1 と c_3 を平均値に固定し、 c_2 のみ「平均値±標準偏差」で変化させる。(ケース)
- . c_1 と c_2 を平均値に固定し、 c_3 のみ「平均値±標準偏差」で変化させる。(ケース)

6. 感度分析による結果の考察

感度分析による結果を以下に要約して示す。

(a) 後志利別川における 47 洪水毎の最適値を用いたときの J_{PE} (ピーク流出高の相対誤差) の平均値、標準偏差及び集中度合い(「平均値±標準偏差」内に占める割合で定義する)は、それぞれ、15.1%、6.8%、66.0% であり、ピーク流量の再現性がかなり良いことがわかる。同様に、 J_{RE} (ハイドログラフの相対誤差) に関する上記3統計量の値は、それぞれ、19.2%、7.7%、68.1% であり、計算ハイドログラフの適合度も実用上十分な精度を有していることがわかる。

(b) 表-8 と表-9 に感度分析 ~ の結果を示す。これらの結果により、全流域に関する未知定数 c_1 、 c_2 、 c_3 の平均値と標準偏差を用いるよりも、後志利別川に関するモデル定数の統計量を用いる方が、 J_{PE} 及び J_{RE} は小さくなることが確かめられた。表に示されるすべての結果は、後志利別川流域における 47 洪水例に関する J_{PE} 及び J_{RE} の平均値(μ)と標準偏差()及び集中度合い(「 $\mu \pm$) 以内に含まれる割合」である。なお、以降の考察における記号の説明については、表-6 と表-7 を参照されたい。

(c) 感度分析 (ケース)は総合化モデルの推定精度の評価であり、「平均値」、「平均値-標準偏差」、「平均値+標準偏差」の3通りについて、総合化パラメータを同時に変化させた場合に最大どの

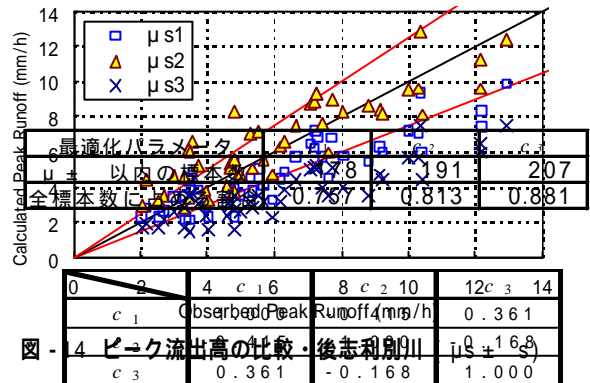
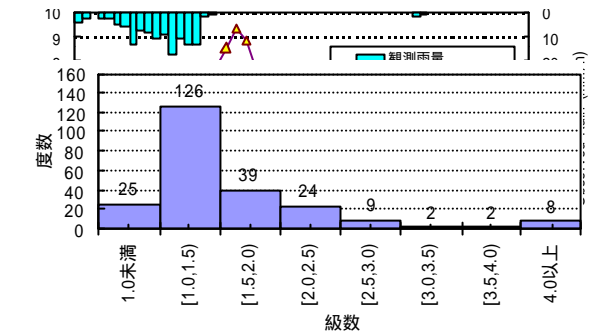
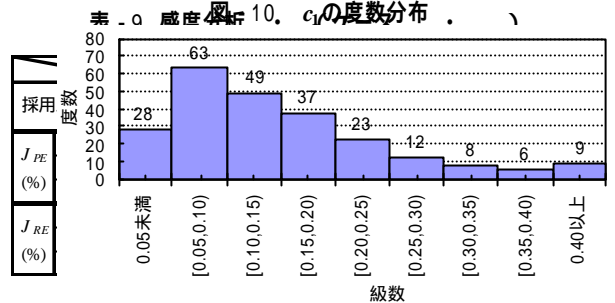
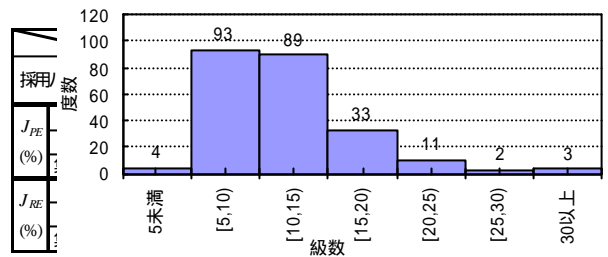


表-10 感度分析 (ケース 留萌川)

表-6 感度分析のケースと総合化パラメータ()の表記

採用パラメータ	全流域法			留萌川流域		
	総合化パラメータ	標準偏差	集中度合い	総合化パラメータ	標準偏差	集中度合い
J_{PE}	μ 30.3	σ 251.8	5.5	μ 20.7	σ 26.4	38.9
感度分析	μ 14.1	σ 26.0	1.3	μ 11.2	σ 19.8	17.3
集中度合い	μ 64.5	σ 83.9	7.0	μ 58.1	σ 64.5	67.7
平均	μ 31.0	σ 424.9	3.7	μ 31.5	σ 50.0	44.4
標準偏差	μ 10.3	σ 58.6	0.4	μ 12.4	σ 9.2	14.3
集中度合い	μ 67.7	σ 74.2	7.2	μ 77.4	σ 67.7	71.0

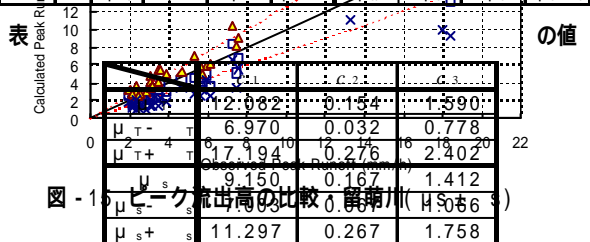


表-7 感度分析 (ケース 留萌川)

表-8 感度分析のケースと総合化パラメータ()の表記

採用パラメータ	全流域法			留萌川流域		
	総合化パラメータ	標準偏差	集中度合い	総合化パラメータ	標準偏差	集中度合い
J_{PE}	μ 11.297	σ 0.267	1.758			

らの推定誤差が生じるかを調べたものである。表-8及び図-13と図-14から、総合化パラメータを用いた後志利別川での流出解析結果は次の通りである。ピーク流出高(J_{PE})の相対誤差の平均値では、 m_1 と m_2 が約24%と同程度に小さいが、「集中度合い」を勘案すると、 m_2 を用いた場合にその誤差を最小限にとどめることができる。また、その誤差についても、 m_2 を用いたピーク流出計算値が実測値よりも大きく、安全側に計算される傾向にあることが、図-13と図-14の結果からも分かる。ハイドログラフの相対誤差(J_{RE})については、 m_1 を用いた場合の結果が平均値、「集中度」とともにもっともよかったが、 m_1 との差はごくわずかであった。したがって、総合的に判断して、後志利別川流域で総合化パラメータを用いて流出解析を行う際には、全流域での平均値 m を用いるよりも後志利別川流域での平均値 m を用いた方が誤差を最小限にとどめられ、「平均値-標準偏差」の値を用いた方が実測値よりも大きく、安全側の計画になる。

(d) 感度分析の検討は留萌川流域についても行った。その結果、後志利別川と同様に、最適化パラメータの平均値を用いてパラメータを総合化する際には、解析対象流域での平均値を用いて総合化する方が誤差を少なくすることができることが判明した。留萌川流域での検証結果を表-10及び図-15に示す。表-10からも明らかなように、3個の定数の「平均値」を用いる方が、「平均値±標準偏差」を用いるより、 J_{PE} (ピーク流量の相対誤差)と J_{RE} (ハイドログラフの相対誤差)は大幅に減少していることが分かる。後志利別川流域と留萌川流域における解析結果から、他の流域でも、それぞれの流域における3個のモデル定数の平均値を用いた方が、全流域でのそれらを用いるより、相対誤差が小さくなっていると推測される。

(e) 感度分析からは、2個のパラメータを平均値に固定し、他の1個のみを「平均値±標準偏差」で変動させ、ピーク流量とハイドログラフの計算精度にもっとも影響を与えるパラメータはどれであるかを調べたものである。表-8と表-9にその結果が示されている。なお、表には「平均値±標準偏差」の結果のみ記載されているが、精度評価は、「平均値」、「平均値-標準偏差」、「平均値+標準偏差」の3パターンを考慮する。「平均値」については m_1 と m_2 の場合に相当する。

(f) 感度分析では c_1 を変化させている。このとき、 J_{PE} (ピーク流量の相対誤差)は22~31%で、「集中度合い」は約70%である。なお、 m を用いた場合、「集

中度合い」はほとんど変化していないが、 J_{PE} は23~53%と大きい。 J_{RE} (ハイドログラフの相対誤差)に関しては、 m_5 (平均値+標準偏差)を用いた場合に、適合度をもっとも高いことがわかる。

(g) 感度分析では c_2 を変化させている。このとき、 m_6 と m_7 の両ケースとも J_{PE} は約24%で、「集中度」も約60%である。 J_{RE} に関しては、 m_7 を用いた方が誤差は小さくなっている。総合的評価として、 m_7 (平均値+標準偏差)を用いれば、ピーク流量及びハイドログラフの適合度は向上する。

(h) 感度分析では c_3 を変化させている。その結果、 J_{PE} は21~29%で、「集中度(平均値±標準偏差)内に占める割合」はともに約67%前後である。 J_{RE} に関しては、誤差平均値は35~43%と大きい。

(i) (a)の項で述べたように、後志利別川流域での47洪水毎の最適値を用いて計算される J_{PE} と J_{RE} の平均値はそれぞれ、15%と19%であった。

ピーク流量は、洪水時の流量観測精度に大きく左右されることはよく知られており、その推定誤差はかなり大きいことを覚悟しなければならない。今、ピーク流量の推定誤差許容値を20%前後に設定すれば、その条件を満足するケースは(c_1 を「平均値-標準偏差」に設定)と(c_3 を「平均値-標準偏差」に設定)となる。

したがって、後志利別川流域において、本報告で提案した貯留関数法を用いて、流量資料が不備な小流域でのハイドログラフを推定する場合、ケースか 1 のモデル定数組み合わせが妥当であると結論づけることができる。

参考文献

- 1) 田中敦・藤田睦博・清水康行：損失機構を含む貯留関数法に関する研究，土木学会北海道支部論文報告集，第53号(B)，pp.54-59，1997.
- 2) 馬場仁志・星清・橋本識秀：損失機構を組み合わせた貯留関数モデルの総合化，水工学論文集，第43巻，pp.1085-1090，1999.
- 3) 星清・山岡勲：雨水流法と貯留関数法との相互関係，第26回水理講演会論文集，pp.273-78，1982.
- 4) 佐藤力信・嵯峨浩・馬場仁志・星清：損失機構を含む貯留関数法を応用したタンクモデルの提案，土木学会北海道支部論文報告集，第55号(B)，pp.32-33，1999.
- 5) 佐々木靖博・星清・井出康郎・松木賢治：北海道における損失項を含む総合化貯留関数法，土木学会北海道支部論文報告集，第56号(B)，pp.210-215，2000.